

## CORRENTI NEL TRANSITOR BIPOLARE A GIUNZIONE (BJT)

Consideriamo qui di seguito il caso di un transistor di tipo *npn* nel quale le concentrazioni di droganti nelle tre regioni soddisfino le seguenti disuguaglianze (la giustificazione verrà data più avanti):  $N_E \gg N_B \gg N_C$ . Assumiamo come versi positivi delle correnti quello entrante per le correnti di base e di collettore e quello uscente per la corrente di emettitore. Per il momento, si trascura la larghezza delle regioni di svuotamento associate alle due giunzioni di emettitore  $J_E$  e di collettore  $J_C$ . In analogia con quanto fatto per il calcolo delle correnti nel diodo a giunzione, si considerano le seguenti ipotesi semplificative:

1. i contatti metallo-semiconduttore sono di tipo ohmico, ovvero sia ad essi è associata una caduta di tensione proporzionale alla corrente; tale caduta di tensione si considera trascurabile;
2. la conducibilità delle regioni quasi neutre (regioni esterne alle regioni di svuotamento) è tale da poter trascurare la caduta di tensione ad esse associata causata dal passaggio della corrente (ipotesi verificata per bassi livelli di corrente);
3. la regione di carica spaziale risulta svuotata di portatori liberi (ipotesi di svuotamento completo), inoltre si trascura la generazione e ricombinazione di coppie elettrone-lacuna nelle RCS;
4. in caso di polarizzazione diretta delle giunzioni, la concentrazione di cariche minoritarie iniettate è di alcuni ordini di grandezza inferiore rispetto alla concentrazione delle cariche maggioritarie, condizione che prende il nome di *basso livello di iniezione*;
5. la larghezza  $W_B$  della regione di base risulta molto minore della lunghezza di diffusione dei minoritari in base.

Quest'ultima ipotesi risulta fondamentale per avere l'effetto transistor. Infatti, se essa non fosse verificata, si avrebbe una struttura equivalente alla connessione in serie di due diodi contrapposti, come mostrato in figura 1, che riporta la concentrazione di portatori minoritari in condizione di polarizzazione diretta della giunzione base-emettitore e polarizzazione inversa della giunzione base-collettore. Come si può osservare non esiste nessuna interazione tra le due giunzioni, cosa che succede nel caso in cui sia  $W_B \ll L_B$ .

Le tensioni di polarizzazione delle giunzioni  $J_E$  e  $J_C$  determinano la regione di funzionamento del dispositivo. Indicheremo tali tensioni con  $V_E$  e  $V_C$  rispettivamente, considerando tensioni positive in caso di polarizzazione diretta della giunzione, e tensioni negative in caso di polarizzazione inversa. Le concentrazioni di minoritari ai bordi della RCS associata alla giunzione  $J_E$  sono legate alla tensione  $V_E$  dalla *legge della giunzione*:

$$n_B(0) = n_{B0} e^{\frac{V_E}{V_T}}, \quad p_E(0) = p_{E0} e^{\frac{V_E}{V_T}} \quad (1)$$

dove il pedice indica la regione che si sta considerando. In modo analogo, le concentrazioni di minoritari ai bordi della RCS associata alla giunzione  $J_C$ , localizzata ad una distanza  $W_B$  dalla giunzione  $J_E$  assunta come origine dell'asse  $x$ , sono legate alla tensione  $V_C$  dalla *legge della giunzione*:

$$n_B(W_B) = n_{B0} e^{\frac{V_C}{V_T}}, \quad p_C(W_B) = p_{C0} e^{\frac{V_C}{V_T}} \quad (2)$$

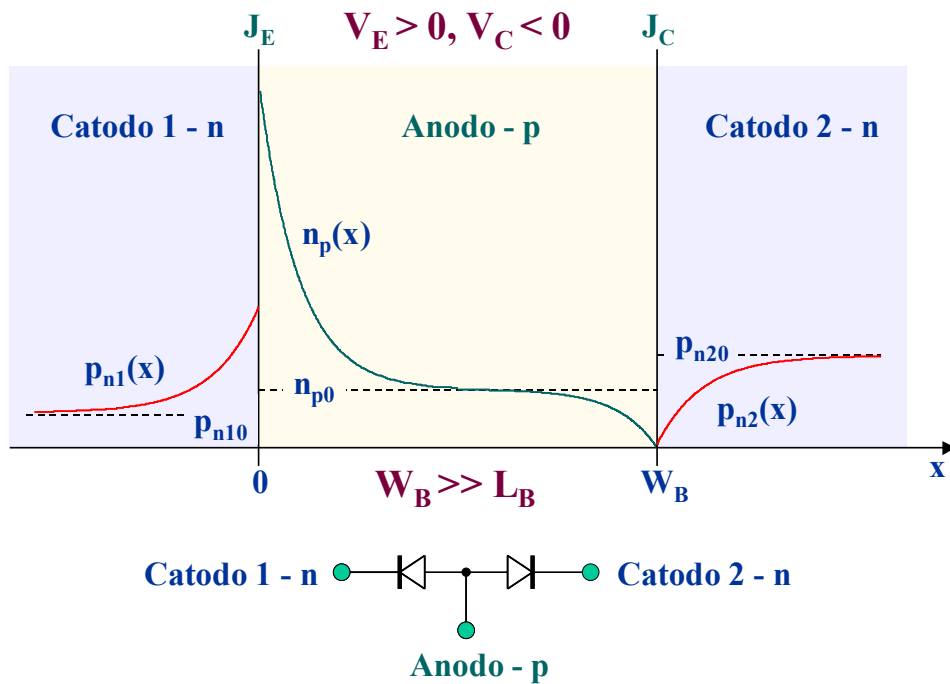


Figura 1

Facciamo le seguenti ulteriori ipotesi:

1. ricombinazione in base trascurabile (tutti i minoritari iniettati in base la attraversano senza ricombinarsi con i maggioritari);

La conseguenza di tale ipotesi è che il profilo della concentrazione di minoritari in base, che nella realtà ha un andamento esponenziale in funzione della distanza, si può ritenere lineare. Tale situazione è illustrata nella figura 2 che rappresenta il profilo di concentrazione dei minoritari nel modo di funzionamento denominato *zona attiva diretta*: giunzione  $J_E$  polarizzata direttamente ( $V_E > 0$ ) e giunzione  $J_C$  polarizzata inversamente ( $V_C < 0$ ).

**Zona attiva diretta:  $V_E > 0, V_C < 0$**

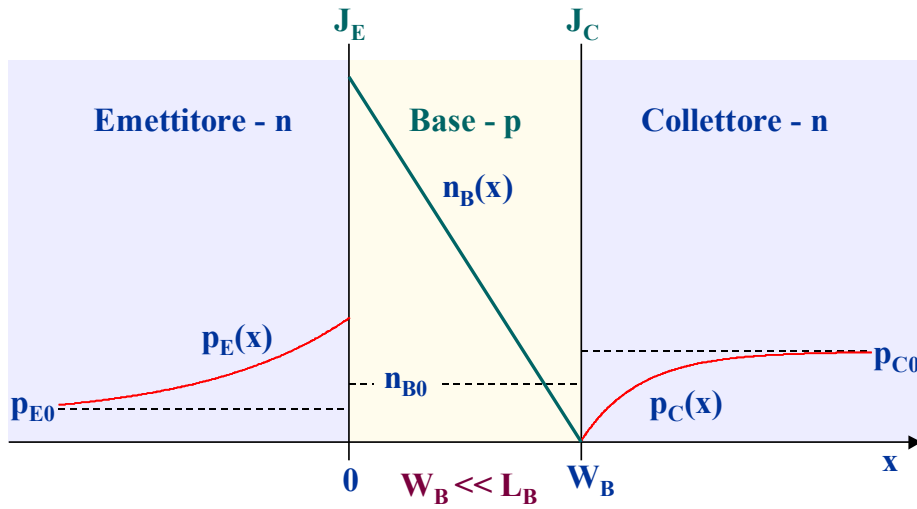


Figura 2

Possiamo, quindi scrivere:

$$n_B(x) \approx n_B(0) - \left( \frac{n_B(0) - n_B(W_B)}{W_B} \right) x \quad \text{per } 0 < x < W_B \quad (3)$$

La corrente di diffusione di minoritari in base, che in via del tutto generale possono provenire sia dell'emettitore che dal collettore, risulta, quindi:

$$I_{nB}(x) = AqD_B \frac{dn_B(x)}{dx} = -AqD_B \left( \frac{n_B(0) - n_B(W_B)}{W_B} \right) = -AqD_B \frac{n_{B0}}{W_B} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) = -I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) \quad (4)$$

dove  $I_S = AqD_B \frac{n_{B0}}{W_B} = AqD_B \frac{n_i^2}{W_B N_B}$  è la *corrente di saturazione* del transistor. Come si può notare, avendo trascurato la ricombinazione in base questa corrente di diffusione risulta indipendente dalla posizione, ed in particolare si ha che  $I_{nB}(0) = I_{nB}(W_B)$ , giustificando così l'andamento lineare dato al profilo dei minoritari in base.

Tale corrente di diffusione di minoritari in base prende il nome di *corrente di trasporto in base*  $I_T$ :

$$I_T = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) - I_S \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = I_F - I_R \quad (5)$$

dove  $I_F$  è la *corrente di trasporto diretto* e  $I_R$  è la *corrente di trasporto inverso*, e coincidono, in modulo, con la corrente di trasporto che si ottiene annullando una delle due tensioni di polarizzazione, rispettivamente. La corrente di trasporto, in zona attiva diretta, è diretta dal collettore all'emettitore, nel caso di un transistor *nnp*, ed ha verso contrario nel caso di un transistor *pnnp*.

La corrente dovuta alla diffusione di cariche minoritarie in emettitore (provenienti dalla base) risulta:

$$I_{pE}(x) = -AqD_E \frac{dp_E(x)}{dx} = -AqD_E \frac{p_{E0}}{L_E} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) e^{\frac{x}{L_E}} \quad \text{per } x < 0 \quad (6)$$

La totale corrente di emettitore, considerata positiva con verso uscente dallo stesso, in sintonia con quanto fatto nel calcolo della corrente del diodo, si può ottenere come somma delle correnti di diffusione dei minoritari calcolate alla giunzione, cioè:

$$I_E = -(I_{nB}(0) + I_{pE}(0)) = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) + AqD_E \frac{p_{E0}}{L_E} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) + \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) \quad (7)$$

dove nell'ultimo termine si è posto:

$$AqD_E \frac{p_{E0}}{L_E} = AqD_E \frac{n_i^2}{N_E L_E} = Aqn_i^2 \frac{D_B}{W_B N_B} \frac{W_B N_B}{D_B} \frac{D_E}{N_E L_E} = I_S \frac{W_B}{L_E} \frac{N_B D_E}{N_E D_B} = \frac{I_S}{\beta_F} \quad (8)$$

Il coefficiente  $\beta_F = \frac{L_E}{W_B} \frac{N_E D_B}{N_B D_E}$  rappresenta il *guadagno di corrente diretto ai grandi segnali nella configurazione Emittitore Comune*, come diverrà chiaro più avanti.

Analogamente, la corrente di diffusione di minoritari in collettore (provenienti dalla base) risulta:

$$I_{pC}(x) = -AqD_C \frac{dp_C(x)}{dx} = AqD_C \frac{p_{C0}}{L_C} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) e^{\frac{x-W_B}{L_C}} \quad \text{per } x > W_B \quad (9)$$

Per cui la corrente totale di collettore, considerata positiva con verso entrante nello stesso, può essere calcolata come somma delle correnti di diffusione calcolate alla giunzione di collettore:

$$I_C = -(I_{nB}(W_B) + I_{pC}(W_B)) = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) - AqD_C \frac{p_{C0}}{L_C} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) - \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \quad (10)$$

dove si è posto:

$$AqD_C \frac{p_{C0}}{L_C} = AqD_C \frac{n_i^2}{N_C L_C} = Aqn_i^2 \frac{D_B}{W_B N_B} \frac{W_B N_B}{D_B} \frac{D_C}{N_C L_C} = I_S \frac{W_B}{L_C} \frac{N_B D_C}{N_C D_B} = \frac{I_S}{\beta_R} \quad (11)$$

Il coefficiente  $\beta_R = \frac{L_C}{W_B} \frac{N_C D_B}{N_B D_C}$  rappresenta il *guadagno di corrente inverso ai grandi segnali nella configurazione Emittitore Comune*. Si osservi che, nell'ipotesi fatta in partenza di  $N_E \gg N_C$ , il guadagno di corrente inverso risulta molto minore di quello diretto.

Dal bilancio delle correnti ai tre terminali del transistor, la corrente di base, considerata positiva con verso entrante nel terminale di base, risulta:

$$I_B = I_E - I_C = \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) + \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = \frac{I_F}{\beta_F} + \frac{I_R}{\beta_R} \quad (12)$$

Le equazioni (7), (10) e (12) rappresentano le correnti ai terminali di emettitore, collettore e base in funzione di tensioni di polarizzazione arbitraria alle due giunzioni  $J_E$  e  $J_C$ . Esse sono alla base del *modello del trasporto*, versione semplificata del modello di Gummel-Poon.

Dalla (7) e (10), eliminando il termine dipendente dalla tensione di emettitore si ottiene:

$$I_C = \frac{\beta_F}{1+\beta_F} I_E - I_S \left( \frac{1}{\alpha_R} - \alpha_F \right) \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = \alpha_F I_E - I_{CBO} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \quad (13)$$

dove  $\alpha_F = \frac{\beta_F}{1+\beta_F}$  e  $\alpha_R = \frac{\beta_R}{1+\beta_R}$  rappresentano i *guadagni di corrente diretto ed inverso ai grandi segnali nella configurazione Base Comune*, mentre  $I_{CBO}$  rappresenta la corrente tra collettore e base con emettitore aperto ( $I_E = 0$ ) in condizioni di polarizzazione inversa della giunzione di collettore (si noti l'utilizzo dei pedici in cui la lettera "o" sta per "open"). Se consideriamo un funzionamento in zona attiva diretta, il termine esponenziale dipendente da  $V_C$  nella (13) risulta trascurabile rispetto all'unità (essendo  $V_C < 0$ ) per cui possiamo scrivere:

$$I_C = \alpha_F I_E + I_{CBO} \approx \alpha_F I_E \quad (14)$$

da cui si ricava:

$$\alpha_F = \frac{I_C - I_{CBO}}{I_E - 0} \approx \frac{I_C}{I_E} \quad (15)$$

Quest'ultima relazione evidenzia il significato del coefficiente  $\alpha_F$  come guadagno di corrente ai grandi segnali; infatti, esso è dato dal rapporto tra le variazioni di corrente di collettore e di emettitore che si hanno tra la condizione di zona attiva diretta e la condizione corrispondente ad  $I_E=0$ . Essendo considerata la corrente di collettore come grandezza di uscita e quella di emettitore come grandezza di ingresso, si sta considerando una configurazione in cui la porta d'ingresso è data dalla coppia di terminali emettitore-base e la porta di uscita è data dalla coppia di terminali collettore-base, per cui il terminale di base risulta in *comune* tra le porte d'ingresso e di uscita (vedi figura 3 che illustra la differenza tra le due configurazioni a base comune e a emettitore comune). Da qui la denominazione di guadagno di corrente a *base comune*.

Si osservi che il coefficiente  $\alpha_F$  può anche essere definito in modo rigoroso facendo uso della (13):

$$\alpha_F = \frac{I_C}{I_E} \Big|_{V_C=0}$$



Figura 3

Per ricavare espressioni analoghe ma relative ad una configurazione ad emettitore comune, dobbiamo esprimere la corrente di collettore in funzione della corrente di base. Utilizzando la (12) nella (13) possiamo scrivere:

$$I_C = \alpha_F(I_C + I_B) - I_{CBO} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \Rightarrow I_C = \beta_F I_B - I_{CEO} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \quad (16)$$

dove  $I_{CEO} = (\beta_F + 1)I_{CBO}$  è la corrente tra collettore ed emettitore con base aperta ( $I_B = 0$ ) in condizioni di polarizzazione inversa della giunzione di collettore ( $V_C < 0$ ). Ancora una volta, analizzando il funzionamento in zona attiva diretta, il termine esponenziale dipendente da  $V_C$  nella (16) risulta trascurabile rispetto all'unità (essendo  $V_C < 0$ ) per cui possiamo scrivere:

$$I_C = \beta_F I_B + I_{CEO} \approx \beta_F I_B \quad (17)$$

Da questa relazione, e dalla definizione di  $I_{CEO}$ , ricaviamo il significato del termine  $\beta_F$ :

$$\beta_F = \frac{I_C - I_{CBO}}{I_B - (-I_{CBO})} \approx \frac{I_C}{I_B} \quad (18)$$

Il coefficiente  $\beta_F$  è dato dal rapporto tra le variazioni di corrente di collettore e di base che si hanno tra la condizione di zona attiva diretta e la condizione corrispondente a  $I_E = 0$ . Dalla (16), il coefficiente  $\beta_F$  può essere definito anche nel seguente modo:

$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} \Big|_{V_C=0}$$

Definiamo, qui di seguito, l'*efficienza di iniezione di emettitore*  $\gamma_E$  come il rapporto tra la corrente di diffusione di minoritari in base calcolato alla giunzione di emettitore e la corrente totale di emettitore con  $V_C = 0$ , cioè:

$$\gamma_E = \frac{I_{nB}(0)}{I_{nB}(0) + I_{pE}(0)} \Big|_{V_C=0} = \frac{1}{1 + \frac{W_B}{L_E} \frac{N_B D_E}{N_E D_B}} \quad (19)$$

Nell'ipotesi di trascurare la ricombinazione in base, l'espressione dell'efficienza di iniezione di emettitore coincide con il guadagno di corrente diretto ai grandi segnali nella configurazione base comune, cioè  $\gamma_E = \alpha_F$ , come si può facilmente dimostrare utilizzando la (8) e la relazione tra  $\alpha_F$  e  $\beta_F$ .

In modo simmetrico si può definire l'*efficienza di iniezione di collettore*  $\gamma_C$  come il rapporto tra la corrente di diffusione di minoritari in base calcolato alla giunzione di collettore e la corrente totale di collettore con  $V_E=0$ , cioè:

$$\gamma_C = \frac{I_{nB}(W_B)}{I_{nB}(W_B) + I_{pC}(W_B)} \Big|_{V_E=0} = \frac{1}{1 + \frac{W_B}{L_C} \frac{N_B D_C}{N_C D_B}} \quad (20)$$

Nell'ipotesi di trascurare la ricombinazione in base, l'efficienza di iniezione di collettore coincide con il *guadagno di corrente inverso ai grandi segnali nella configurazione base comune*  $\alpha_R$ , cioè  $\gamma_C = \alpha_R$  come si può facilmente dimostrare utilizzando la (11) e la relazione tra  $\alpha_R$  e  $\beta_R$ . Come si può notare, essendo  $N_B > N_C$  per le ipotesi di partenza, l'efficienza di iniezione di collettore, e quindi anche il guadagno di corrente inverso a base comune, risultano  $\ll 1$ .

Dalla definizione dei guadagni di corrente diretti  $\alpha_F$  e  $\beta_F$ , per avere un elevato guadagno ( $\alpha_F$  prossimo ad uno e, di conseguenza,  $\beta_F \gg 1$ ) occorre soddisfare le seguenti disuguaglianze:

- $L_E \gg W_B$  (ridotto spessore di base)
- $N_E \gg N_B$  (ridotto drogaggio della base rispetto all'emettitore)

## FATTORE DI TRASPORTO IN BASE

Se si considera il fenomeno della ricombinazione in base, si ha che non tutti i minoritari iniettati in base (se consideriamo un funzionamento in zona attiva diretta di un transistor *npn* tali minoritari sono elettroni provenienti dall'emettitore) riescono a raggiungere il collettore indenni: una parte, infatti, si ricombina con le cariche maggioritarie presenti nella base. In tale situazione la corrente di diffusione associata alle cariche minoritarie iniettate dall'emettitore in base (corrente di trasporto) non è più costante e, di conseguenza, diventa funzione della posizione  $x$ .

Si definisce *fattore di trasporto in base*  $\alpha_0$ , il rapporto tra la corrente di diffusione dei minoritari in base calcolata alla giunzione di collettore e la stessa corrente calcolata alla giunzione di emettitore, cioè:

$$\alpha_0 = \frac{I_{nB}(W_B)}{I_{nB}(0)} \approx 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{W_B}{L_B} \right)^2 \quad (21)$$

(la dimostrazione di tale risultato è riportata in appendice). Di conseguenza, la corrente di collettore, che in zona attiva diretta coincide praticamente con la corrente di trasporto, è data da:

$$I_C \approx I_{nB}(W_B) \approx \alpha_F I_E$$

ed il guadagno di corrente diretto  $\alpha_F$  si può esprimere come:

$$\alpha_F \approx \frac{I_C}{I_E} \approx \frac{I_{nB}(W_B)}{I_E} \approx \frac{I_{nB}(W_B)}{I_{nB}(0)} \frac{I_{nB}(0)}{I_E} = \alpha_0 \gamma_E \quad (22)$$

Cioè, in generale, il guadagno di corrente diretto  $\alpha_F$  è dato dal prodotto del fattore di trasporto in base  $\alpha_0$  con l'efficienza di iniezione di emettitore  $\gamma_E$ . Per avere un guadagno di corrente diretto  $\beta_F$  elevato, occorre che il coefficiente  $\alpha_F$  sia prossimo all'unità. Pertanto, oltre ad avere un'efficienza di iniezione di emettitore elevata (prossima ad uno) occorre avere anche un fattore di trasporto in base elevato (prossimo ad uno). Quest'ultima condizione, dalla (21), impone:

- $L_B \gg W_B$  (ridotto spessore di base)

Essendo quest'ultima la condizione che era stata posta all'inizio per giustificare l'effetto transistor, non stupisce il fatto che essa si ritrovi come condizione indispensabile per avere un elevato guadagno di corrente (nella configurazione emettitore comune).

Il fatto che la corrente di diffusione dei minoritari in base  $I_{nB}(0)$  calcolata alla giunzione B-E sia maggiore della corrente  $I_{nB}(W_B)$  calcolata alla giunzione B-C, significa che la differenza rappresenta una componente della corrente di base (corrente di ricombinazione) composta da lacune provenienti dal contatto di base che servono a rimpiazzare quelle perse per ricombinazione con gli elettroni che diffondono dall'emettitore. Possiamo, quindi, calcolare tale corrente nel seguente modo (ipotizziamo sempre un funzionamento in zona attiva diretta):



$$I_{Brc} = I_{nB}(0) - I_{nB}(W_B) = I_{nB}(0)(1 - \alpha_0) = I_{nB}(0) \frac{1}{2} \left( \frac{W_B}{L_B} \right)^2 \approx I_S \frac{1}{2} \left( \frac{W_B}{L_B} \right)^2 e^{\frac{V_E}{V_T}} \quad (23)$$

Sapendo che  $L_B = D_B \tau_B$ , con  $\tau_B$  pari al tempo di vita medio dei portatori minoritari in base, ed utilizzando l'espressione della corrente di saturazione definita nella (4), possiamo scrivere:

$$I_{Brc} \approx Aq \frac{n_i^2}{N_B} e^{\frac{V_E}{V_T}} \frac{W_B}{2\tau_B} = Aq n_B(0) \frac{W_B}{2\tau_B} = \frac{Q_B}{\tau_B} \quad (24)$$

dove con  $Q_B$  si è indicata la carica totale associata ai portatori minoritari in base (calcolo approssimato considerando un profilo rettilineo dei portatori in base, cosa strettamente vera nel caso in cui si trascuri la ricombinazione). L'espressione (24) suggerisce un metodo semplice ed intuitivo per calcolare la componente di ricombinazione della corrente di base considerando che, se i minoritari in base sopravvivono per un tempo medio  $\tau_B$  prima di ricombinarsi, la corrente media di lacune associata a questa ricombinazione è data esattamente dal rapporto tra la carica totale di minoritari  $Q_B$  ed il loro tempo di vita medio  $\tau_B$ .

### EFFETTO EARLY

Nella derivazione delle correnti del transistor abbiamo implicitamente trascurato la larghezza delle due regioni di carica spaziale, indicando la loro distanza con  $W_B$ , che rappresenta la larghezza fisica della regione di base. Essendo la larghezza della RCS dipendente dalla tensione inversa applicata (aumenta in caso di polarizzazione inversa e si riduce nel caso di polarizzazione diretta, rispetto al caso di giunzione non polarizzata), in zona attiva diretta, in cui si ha  $V_E > 0$  e  $V_C < 0$ , la larghezza della RCS relativa alla giunzione di collettore diventa non trascurabile e soprattutto fortemente dipendente dalla tensione applicata alla giunzione  $J_C$ . Per quanto riguarda la RCS relativa alla giunzione  $J_E$ , la sua variazione è trascurabile date le limitate variazioni della tensione  $V_E$  (polarizzazione diretta). Come conseguenza, il profilo dei minoritari nel transistor diventa quello mostrato in figura 4, in cui la legge della giunzione impone il valore di concentrazione dei minoritari ai bordi delle RCS. Come si può osservare, la dimensione da considerare come larghezza "effettiva" della regione di base è la  $W'_B$ , che risulta inferiore alla larghezza fisica della base di una quantità pari allo spessore delle estensioni delle RCS nella regione di base (in figura si osservi che la RCS alla giunzione  $J_C$  si estende maggiormente nella regione di collettore in quanto meno drogata rispetto alla regione di base). Di conseguenza le espressioni dell'efficienza di iniezione di emettitore e del fattore di trasporto in base diventano:

$$\gamma_E = \frac{1}{1 + \frac{W'_B(V_{RC}) N_B D_E}{L_E N_E D_B}} \quad (25)$$

$$\alpha_0 \approx 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{W'_B(V_{RC})}{L_B} \right)^2 \quad (26)$$

dove si è posta in evidenza la dipendenza della larghezza effettiva della regione di base dalla tensione  $V_{RC} = -V_C$  di polarizzazione inversa della giunzione  $J_C$ . All'aumentare di  $V_{RC}$ ,  $W'_B$  si riduce come mostrato in figura 4 (dove sono evidenziate due situazioni corrispondenti a  $V_{C2} < V_{C1}$ ) e, di conseguenza, sia l'efficienza di iniezione di emettitore che il fattore di trasporto in base aumentano. In altre parole,  $\gamma_E$  aumenta perché aumenta la pendenza del profilo di concentrazione di minoritari in base che fa aumentare la corrente di trasporto (si osservi che la corrente di saturazione  $I_S$  è inversamente proporzionale alla larghezza effettiva della regione di base), mentre  $\alpha_0$  aumenta perché il ridotto spessore di base riduce anche il tempo di transito delle cariche minoritarie che attraversano la base, riducendo così la loro probabilità di ricombinazione.

**Zona attiva diretta:  $V_E > 0, V_C < 0$**

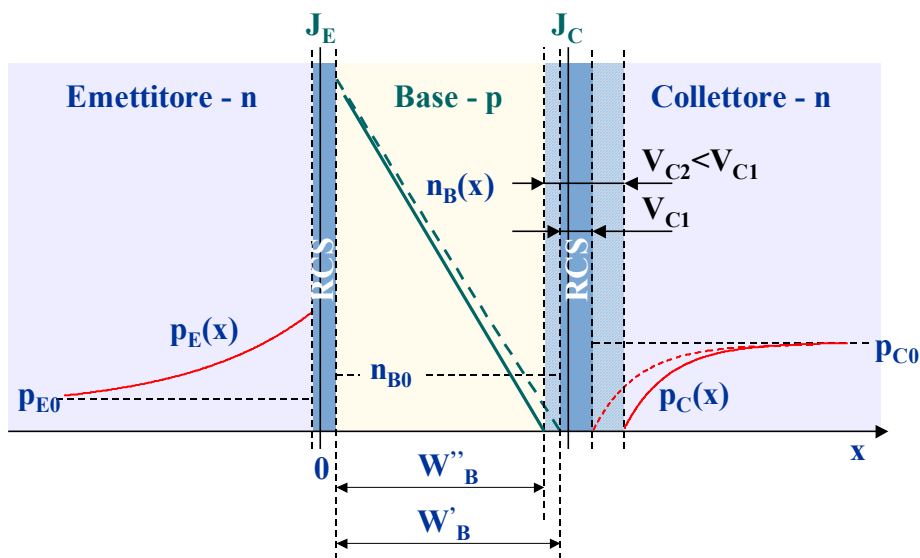


Figura 4

## MODELLO DI EBERS-MOLL

Riscriviamo le equazioni delle correnti nel transistor nel seguente modo:

$$I_E = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) + \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) = \frac{I_S}{\alpha_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) - I_S \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = a_{11} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) + a_{12} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \quad (27a)$$

$$I_C = I_S \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) - \frac{I_S}{\alpha_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = a_{21} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) + a_{22} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \quad (27b)$$

dove i coefficienti  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ , sono così definiti:

$$a_{11} = \frac{I_S}{\alpha_F} = Aq n_i^2 \left( \frac{D_E}{N_E L_E} + \frac{D_B}{N_B W_B} \right) \equiv I_{ES} \quad (28a)$$

$$a_{21} = -a_{12} = I_S = Aq n_i^2 \left( \frac{D_B}{N_B W_B} \right) \quad (28b)$$

$$a_{22} = -\frac{I_S}{\alpha_R} = -Aq n_i^2 \left( \frac{D_C}{N_C L_C} + \frac{D_B}{N_B W_B} \right) \equiv -I_{CS} \quad (28c)$$

Con  $I_{ES}$  e  $I_{CS}$  si intendono le correnti di saturazione inversa delle due giunzioni  $J_E$  e  $J_C$  rispettivamente. Di conseguenza, i coefficienti  $a_{12}$  e  $a_{21}$  possono essere espressi nel seguente modo:

$$a_{21} = -a_{12} = \alpha_R I_{CS} = \alpha_F I_{ES} \quad (29)$$

Alle equazioni (27) corrisponde il modello circuitale riportato in figura 5, valido per un transistor *npn*, che prende il nome di *modello di Ebers-Moll*.

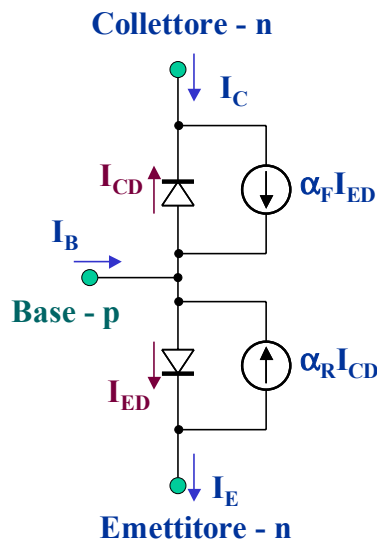


Figura 5

## APPENDICE A: FATTORE DI TRASPORTO IN BASE

Equazione di continuità in base:

$G$  = generazione di coppie elettrone-lacuna nell'unità di tempo e di volume

$R$  = ricombinazione di coppie elettrone-lacuna nell'unità di tempo e di volume

$$R = \frac{p}{\tau_p} \text{ dove } \tau_p \text{ è il tempo di vita medio delle lacune}$$

La variazione nel tempo della concentrazione di lacune in un semiconduttore isolato è regolata dai tassi di generazione e ricombinazione, cioè:

$$\frac{dp}{dt} = G - \frac{p}{\tau_p} \quad (\text{A.1})$$

Pertanto, a regime possiamo scrivere:

$$\frac{dp}{dt} = 0 \Rightarrow G = \frac{p_0}{\tau_p} \quad (\text{A.2})$$

Sostituendo tale risultato nella (A.1) ed estendo l'analisi alla concentrazione di elettroni, possiamo scrivere:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \frac{p_0 - p}{\tau_p} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{n_0 - n}{\tau_n} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

In presenza di una corrente non nulla le equazioni (A.3) si modificano nel seguente modo:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \frac{p_0 - p}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{n_0 - n}{\tau_n} - \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

dove le densità di corrente di elettroni e lacune sono date dalle seguenti espressioni:

$$J_p = -qD_p \frac{dp}{dx} + qp\mu_p E \quad (\text{A.5})$$

$$J_n = qD_n \frac{dn}{dx} + qn\mu_n E \quad (\text{A.6})$$

Sostituendo quest'ultime nelle (A.4) otteniamo le *equazioni di continuità* per le lacune e gli elettroni:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \frac{p_0 - p}{\tau_p} + D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - p\mu_p \frac{dE}{dx} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{n_0 - n}{\tau_n} - D_n \frac{d^2 n}{dx^2} - n\mu_n \frac{dE}{dx} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Consideriamo ora le cariche minoritarie nella regione di base (elettroni nel caso di un transistor npn) in una situazione di regime (nell'ipotesi di basso livello di iniezione si trascura il campo elettrico nella regione di base). Dalla (A.7) otteniamo:

$$\frac{dn}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{n_0 - n}{\tau_n} - D_n \frac{d^2n}{dx^2} \approx 0 \quad (\text{A.8})$$

Tale equazione differenziale di secondo grado ha come soluzione:

$$n_B(x) - n_{B0} = k_1 e^{-\frac{x}{L_B}} + k_2 e^{\frac{x}{L_B}} \quad (\text{A.9})$$

con  $k_1$  e  $k_2$  costanti da determinare dalle condizioni al contorno, che sono le seguenti:

$$\begin{cases} n_B(0) = n_{B0} e^{\frac{V_E}{V_T}} = k_1 + k_2 \\ n_B(W_B) = n_{B0} e^{\frac{V_C}{V_T}} = k_1 e^{-\frac{W_B}{L_B}} + k_2 e^{\frac{W_B}{L_B}} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Risolvendo tale sistema otteniamo:

$$k_1 = n_{B0} \frac{e^{\frac{W_B}{L_B}} e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}}}{e^{\frac{W_B}{L_B}} - e^{-\frac{W_B}{L_B}}} = n_{B0} \frac{e^{\frac{W_B}{L_B}} e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}}}{2 \sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \quad (\text{A.11})$$

$$k_2 = n_{B0} \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}} - e^{\frac{V_E}{V_T}} e^{-\frac{W_B}{L_B}}}{e^{\frac{W_B}{L_B}} - e^{-\frac{W_B}{L_B}}} = n_{B0} \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}} - e^{\frac{V_E}{V_T}} e^{-\frac{W_B}{L_B}}}{2 \sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \quad (\text{A.12})$$

Il gradiente di concentrazione di elettroni in base è, quindi:

$$\frac{dn_B(x)}{dx} = -\frac{k_1}{L_B} e^{-\frac{x}{L_B}} + \frac{k_2}{L_B} e^{\frac{x}{L_B}} \quad (\text{A.13})$$

Il valore del gradiente ai bordi della regione di base risulta:

$$\left. \frac{dn_B(x)}{dx} \right|_{x=0} = \frac{1}{L_B} (k_2 - k_1) = \frac{n_{B0}}{L_B} \left[ \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{e^{\frac{V_E}{V_T}}}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] \quad (\text{A.14})$$

$$\left. \frac{dn_B(x)}{dx} \right|_{x=W_B} = \frac{n_{B0}}{L_B} \left[ \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}}}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{e^{\frac{V_E}{V_T}}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] \quad (\text{A.15})$$

Possiamo ora calcolare la corrente di diffusione di elettroni in base alla giunzione  $J_E$ :

$$I_{nB}(0) = AqD_B \frac{dn_B(x)}{dx} \Big|_{x=0} = AqD_B \frac{n_{B0}}{L_B} \left[ \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{e^{\frac{V_E}{V_T}}}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] \quad (\text{A.16})$$

e l'efficienza di iniezione di emettitore:

$$\gamma_E = \frac{I_{nB}(0)}{I_{nB}(0) + I_{pE}(0)} \Big|_{V_C=0} = \frac{1}{1 + \frac{L_B N_B D_E}{L_E N_E D_B} \tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \quad (\text{A.17})$$

La corrente di diffusione di elettroni in base calcolata alla giunzione  $J_C$ , che costituisce la quasi totalità della corrente di collettore, è minore della stessa corrente calcolata alla giunzione  $J_E$  per effetto della ricombinazione in base, e risulta:

$$I_{nB}(W_B) = AqD_B \frac{dn_B(x)}{dx} \Big|_{x=W_B} = AqD_B \frac{n_{B0}}{L_B} \left[ \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}}}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{e^{\frac{V_E}{V_T}}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] \quad (\text{A.18})$$

La totale corrente di collettore risulta:

$$I_C = -(I_{nB}(W_B) + I_{pC}(W_B)) = I_S \frac{W_B}{L_B} \left[ \frac{e^{\frac{V_E}{V_T}}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}}}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] - \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \quad (\text{A.19})$$

Mentre la totale corrente di emettitore:

$$I_E = -(I_{nB}(0) + I_{pE}(0)) = I_S \frac{W_B}{L_B} \left[ \frac{e^{\frac{V_E}{V_T}}}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] + \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) \quad (\text{A.20})$$

La corrente di base risulta:

$$\begin{aligned} I_B &= I_E - I_C = I_S \frac{W_B}{L_B} \left[ \frac{1}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{1}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) + \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) + \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = \\ &= I_S \frac{W_B}{L_B} \left[ \frac{\cosh\left(\frac{W_B}{L_B}\right) - 1}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \right] \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) + \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) + \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) \\ &= I_S \frac{W_B}{L_B} \tanh\left(\frac{W_B}{2L_B}\right) \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - e^{\frac{V_C}{V_T}} \right) + \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_E}{V_T}} - 1 \right) + \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = I_{Brc} + I_{Bdiff} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Da quest'ultima relazione è immediato riconoscere le due componenti della corrente di base:  $I_{Brc}$  è la componente di ricombinazione, mentre  $I_{Bdiff}$  è la componente di diffusione di lacune in emettitore e collettore in dipendenza delle tensioni applicate alle due giunzioni.

In zona attiva diretta la corrente di ricombinazione si può così semplificare ( $W_B \ll L_B$ ):

$$I_{Brc} = I_S \frac{W_B}{L_B} \tanh\left(\frac{W_B}{2L_B}\right) e^{\frac{V_E}{V_T}} \approx I_S \frac{1}{2} \left(\frac{W_B}{L_B}\right)^2 e^{\frac{V_E}{V_T}} \quad (A.22)$$

che coincide con il risultato precedentemente trovato in (23).

Per trovare l'espressione del fattore di trasporto in base dobbiamo ricondurci alla relazione (13),

ricavando il termine  $e^{\frac{V_E}{V_T}}$  dalla (A.20) e sostituendolo nella (A.19) in modo da esprimere la corrente di collettore in funzione della corrente di emettitore:

$$\begin{aligned} e^{\frac{V_E}{V_T}} &= \frac{I_E}{I_S \left( \frac{W_B}{L_B} \frac{1}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} + \frac{1}{\beta_F} \right)} + \dots \\ I_C &= I_S \frac{W_B}{L_B} \frac{e^{\frac{V_E}{V_T}}}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - I_S \frac{W_B}{L_B} \frac{e^{\frac{V_C}{V_T}}}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} - \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_C}{V_T}} - 1 \right) = \\ &= \frac{W_B}{L_B} \frac{1}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \frac{1}{\frac{W_B}{L_B} \frac{1}{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} + \frac{1}{\beta_F}} I_E + \dots \\ &= \frac{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \frac{1}{1 + \frac{1}{\beta_F} \frac{L_B}{W_B} \tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} I_E + \dots \end{aligned}$$

Utilizzando l'espressione di  $\beta_F$  dalla (8) e considerando la (A.17), il guadagno di corrente diretto ai grandi segnali nella configurazione a base comune risulta, quindi:

$$\alpha_F = \frac{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} \frac{1}{1 + \frac{L_B}{L_E} \frac{N_B D_E}{N_E D_B} \tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} = \alpha_0 \gamma_E \quad (A.23)$$

Confrontando (A.23) con (A.17) si determina il fattore di trasporto in base  $\alpha_0$ :

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= \frac{\tanh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} = \frac{1}{\cosh\left(\frac{W_B}{L_B}\right)} = \frac{2}{e^{\frac{W_B}{L_B}} + e^{-\frac{W_B}{L_B}}} \approx \frac{2}{1 + \frac{W_B}{L_B} + \frac{1}{2}\left(\frac{W_B}{L_B}\right)^2 + 1 - \frac{W_B}{L_B} + \frac{1}{2}\left(\frac{W_B}{L_B}\right)^2} = \\
&= \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{W_B}{L_B}\right)^2} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{W_B}{L_B}\right)^2 \quad \text{se } W_B \ll L_B
\end{aligned} \tag{A.24}$$

il cui valore approssimato coincide con la (21).