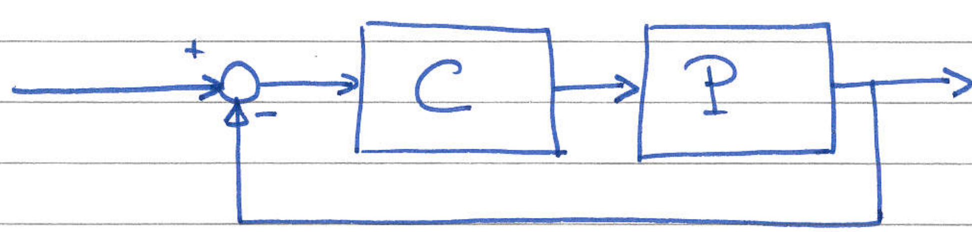
PREDITTORE DI SMITH

Considero un sistema di funzione di trasferimento

$$P := P_0 D$$

dove D è un puro ritardo (cioè $D = z^{-k}$ se sono a t. discreto, $D = e^{-st_d}$ se sono a tempo continuo).

Voglio progettare un controllore di f. di t. C che controlli il sistema:



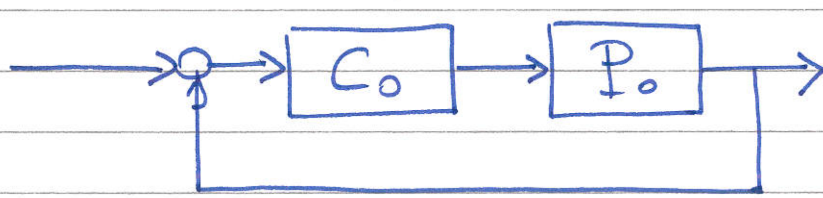
(*)

Naturalmente, se il controllore è fisicamente realizzabile, la f. di t. C non può "anticipare" e quindi la f. di t.

a catena chiusa

$$\bar{W} = \frac{CP}{1+CP}$$

deve contenere un ritardo pari almeno a quello introdotto da D (ossia K passi a tempo discreto e t_d secondi se sono nel caso di tempo continuo). Risulta ora naturale chiedersi: "Posso disaccoppiare il ritardo dalla catena di azione diretta?" Ossia, posso considerare uno schema del tipo



e la corrispondente f.d.t. $\bar{W}_0 = \dfrac{C_0 P_0}{1 + C_0 P_0}$

e poi progettare C nello schema originale (*) in modo che $\bar{W} = W_0 D$?

Imponendo

$$\overline{W} = \overline{W}_o D$$

ottengo:

$$\frac{PC}{1+PC} = \frac{P_oC_o}{1+P_oC_o} D$$

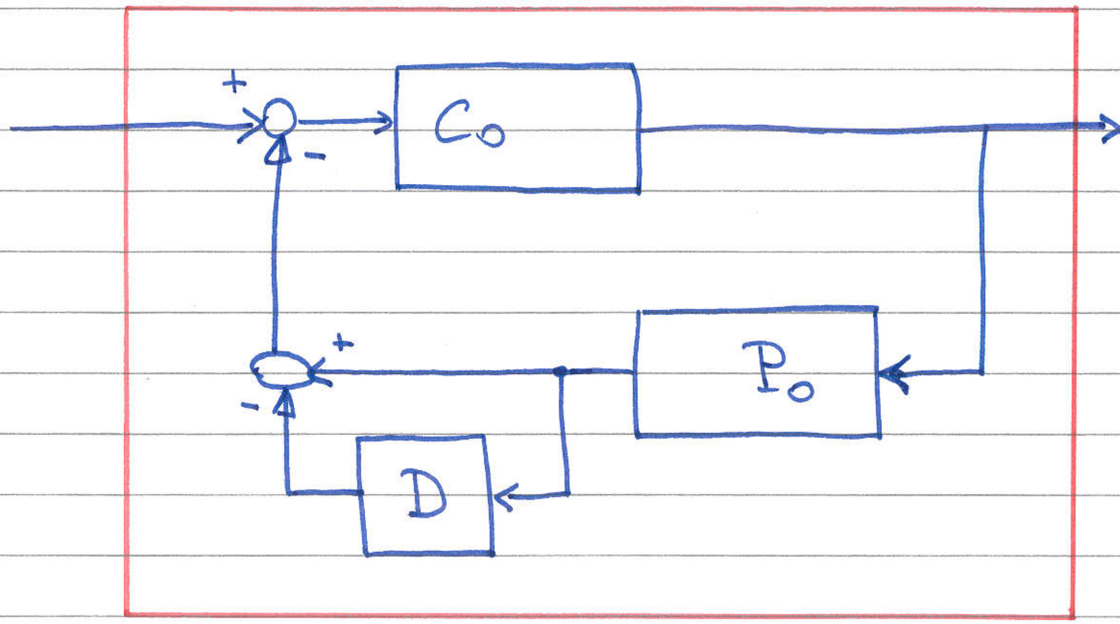
$$\Rightarrow \quad \frac{\cancel{P_o}\cancel{D} C}{1+P_oDC} = \frac{\cancel{P_o}\cancel{D} C_o}{1+P_oC_o}$$

$$\Rightarrow \quad C(1+P_oC_o) = C_o(1+P_oDC)$$

$$\Rightarrow \quad C\left[1+P_oC_o - C_oP_oD\right] = C_o$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{C_o}{1+P_oC_o\left[1-D\right]}}$$

Questo controllore ammette l'implementazione con il seguente schema:

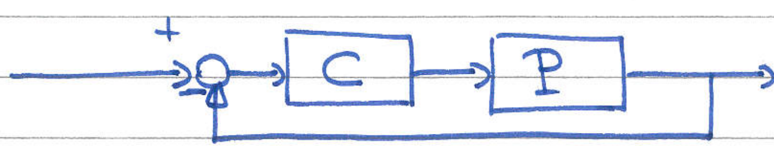


C

ESERCIZIO

$$\text{Sia } P(z) = \frac{z+2}{z+0.9} D(z)$$

con $D(z)$ = ritardo di k passi. Si calcoli $C(z)$ in modo che la f. di t. a catena chiusa dello schema consueto

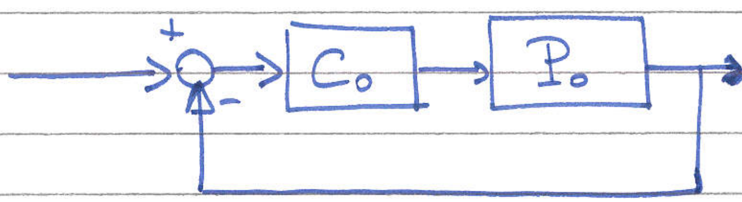


sia $W(z) = W_o(z)\, D(z)$, dove $W_o(z)$ è una f. di t. del primo ordine a guadagno unitario con una dinamica corrispondente ad un tempo di salita pari a $t_r \simeq 4$ passi.

<u>Soluzione</u>

Sia
$$P_0 = \frac{z+2}{z+0.9}$$

e consideriamo lo schema



la cui f. di t. è $W_0 = \dfrac{C_0 P_0}{1+C_0 P_0}$.

Impongo:

garantisce guadagno unitario ($W(1)=1$)

$$W_0 = \frac{1-\alpha}{1+2}\,\frac{z+2}{z-\alpha}$$

W_0 ha lo stesso zero "instabile" di P_0

Devo fissare α in modo che la dinamica corrisponda ad un t_r di circa 4 passi, ossia

$$1-\alpha^4 \simeq 0.9 \Rightarrow \alpha = \sqrt[4]{0.1} \simeq \frac{1}{2}.$$

Dunque

$$W_0 = \frac{1}{6}\,\frac{z+2}{z-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{1}{P_0}\,\frac{W_0}{1-W_0} = \frac{z+0.9}{z+2}\cdot\frac{\dfrac{z+2}{6(z-1/2)}}{1-\dfrac{z+2}{6(z-1/2)}}$$

$$= \frac{z+0.9}{6(z-\frac{1}{2})-z-2}$$

$$= \frac{z+0.9}{5z-5}$$

$$= \frac{z+0.9}{5(z-1)}$$

dovevo aspettarmi il polo in 1, visto che ho imposto che $W(1)=1$ il che implica che il sistema a catena chiusa insegua i gradini con errore asintotico nullo.

In conclusione:

$$C = \frac{C_0}{1+C_0P_0(1-D)} = \frac{\dfrac{z+0.9}{5(z-1)}}{1+\dfrac{z+0.9}{5(z-1)}\,\dfrac{z+2}{z+0.9}\left(1-z^{-k}\right)}$$

$$= \frac{z+0.9}{5z^k(z-1)+(z+2)(z^k-1)}$$

Si noti che non vi sono cancellazioni "instabili" fra P e C e quindi la stabilità interna dell'interconnessione è garantita