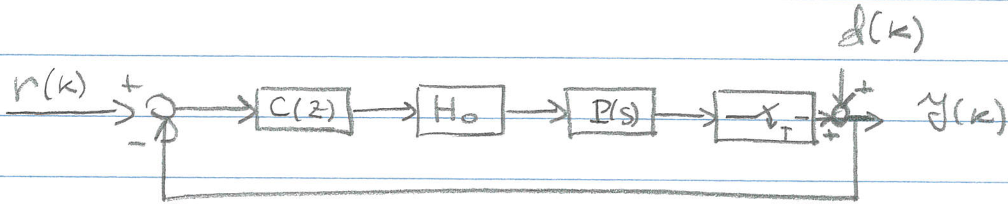
ESERCIZIO

Si consideri lo schema di controllo



dove $P(s) = \dfrac{s^2}{(s+1)(s+2)}$

Si progetti $C(z)$ in modo da avere reiezione asintotica perfetta di disturbi della classe

$d(k) = A\cos(\pi k + \varphi) \quad \forall A, \varphi$.

SOL

1. Calcolo $\tilde{P}(z)$

$$\tilde{P}(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left[S_T\left[\mathcal{L}^{-1}\left[P(s)/s\right]\right]\right]$$

$$= \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left[S_T\left[\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2}\right]\right]\right]$$

$$= \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left[S_T\left[A\,1(t) + Be^{-t} + Ce^{-2t}\right]\right]$$

$$\tilde{P}(z) = \frac{z-1}{z}\, \mathcal{Z}\left[A\,\delta_{-1}(k) + B\, e^{-kT} + C\, e^{-2kT} \right]$$

$$= \frac{z-1}{z}\left[A\,\frac{z}{z-1} + B\,\frac{z}{z-e^{-T}} + C\,\frac{z}{z-e^{-2T}} \right]$$

$$= A + B\,\frac{z-1}{z-e^{-T}} + C\,\frac{z-1}{z-e^{-2T}}$$

dove $\quad A = P(0) = 0$

$$B = \lim_{s\to -1} (s+1)\frac{P(s)}{s} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$C = \lim_{s\to -2} (s+2)\frac{P(s)}{s} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$\Rightarrow \tilde{P}(z) = \frac{(1-z)(z-p^2) + 2(z-1)(z-p)}{(z-p)(z-p^2)}, \quad p := e^{-T} \simeq 0.37$$

$$= \frac{z - p^2 - z^2 + zp^2 + 2z^2 - 2zp - 2z + 2p}{(z-p)(z-p^2)}$$

$$= \frac{z^2 + z\,(p^2 - 1 - 2p) + 2p - p^2}{(z-p)(z-p^2)}$$

2. Calcolo $D(z)$

$$d(k) = A\cos(\pi k + \varphi)$$

$$= A\cos(\pi k)\cos\varphi + A\sin(\pi k)\sin(\varphi)$$

$$= A_1\cos(\pi k), \qquad A_1 = A\cos\varphi$$

$$\Rightarrow \quad D(z) = A_1 \cdot \frac{z(z-\cos\pi)}{z^2 - 2\cos\pi\, z + 1}$$

$$= \frac{A_1 z\,(z+1)}{z^2 + 2z + 1}$$

$$= A_1 \frac{z}{z+1}$$

Quindi $C(z)$ deve avere $z+1$ a denominatore

cioè deve essere del tipo $C(z) = \dfrac{N(z)}{D_1(z)(z+1)}$.

Pertanto, la f. di t. della catena di azione diretta è

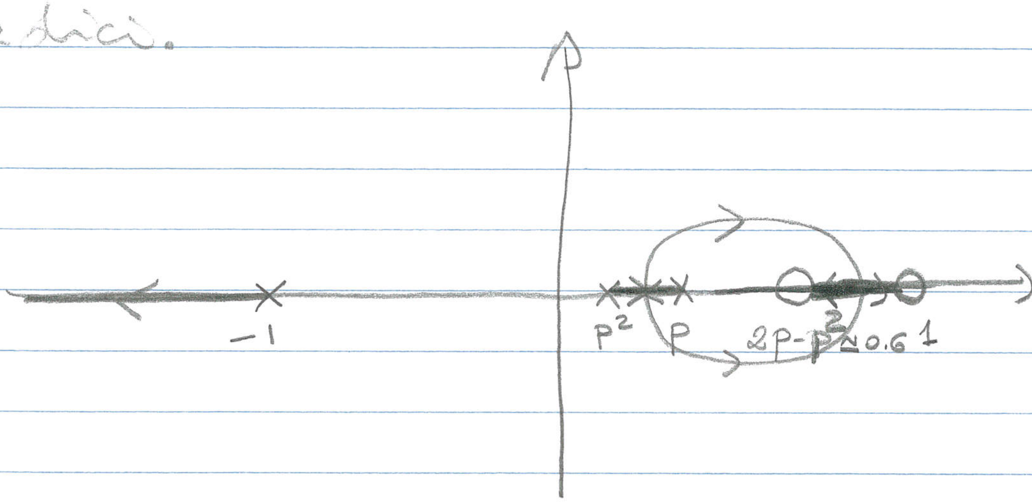
$$H(z) = C(z)\tilde{P}(z) = \frac{N(z)\left[z^2 + (p^2 - 1 - 2p)z + 2p - p^2\right]}{D_1(z)(z+1)(z-p)(z-p^2)}$$

ossia

$$H(z) = \frac{N(z)}{D_1(z)} \cdot \frac{(z-1)(z-2p+p^2)}{(z+1)(z-p)(z-p^2)}$$

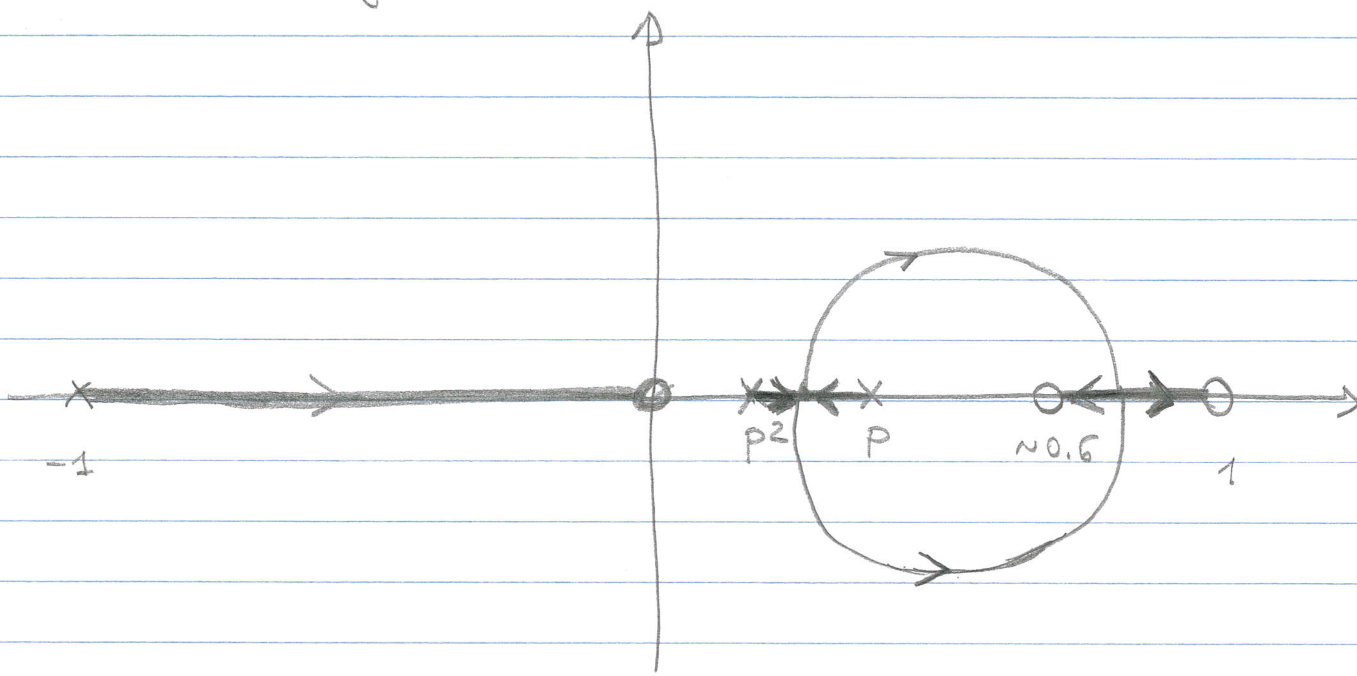
Si tratta di scegliere $N(z)$ e $D_1(z)$ in modo che la c.c. sia BIBO-stabile.

Come primo tentativo scegliamo $D_1(z) = 1$ e $N(z) = K$ e vediamo se esiste un valore di K che stabilizza usando il luogo delle radici.



Come si vede un intero ramo è a sinistra di -1 quindi non esiste K che stabilizza la catena chiusa. Tuttavia, è immediato osservare che

Se si aggiunge uno zero tra -1 e p^2 è possibile stabilizzare. Per esempio, sia $N_1(z) = Kz$, allora il luogo diventa



Dunque scegliendo $K>0$ il controllore

$$C(z) = \frac{Kz}{z+1}$$

risolve il problema.