

# PREDITORE PER UN MODELLO ARMA(n,m)

$$\sum_{i=0}^m a_i y(t-i) = \sum_{i=0}^m c_i \epsilon(t-i) \quad \begin{array}{l} \epsilon(t) \text{ bianco} \\ \text{Var } \epsilon(t) = 1 \end{array}$$

In forma simbolica:

$$A^*(z^{-1}) y(t) = C^*(z^{-1}) \epsilon(t) \quad \begin{array}{l} A^*(z^{-1}) := \sum_{i=0}^m a_i z^{-i} \\ C^*(z^{-1}) := \sum_{i=0}^m c_i z^{-i} \end{array}$$

$$H(z) = \frac{C^*(z^{-1})}{A^*(z^{-1})} = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) z^{-k}$$

$$\Rightarrow h(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) = \frac{c_0}{a_0}$$

OSS:  $H(z)$  CAUSALE e CAUSALMENTE INVERTIBILE:

$$H(z) = \frac{z^{n-m} C(z)}{A(z)} \quad \begin{array}{l} C(z) := z^m C^*(z^{-1}) \\ A(z) := z^n A^*(z^{-1}) \end{array}$$

$p_i \equiv$  ZERI di  $A(z) : |p_i| < 1$

$z_i \equiv$  ZERI di  $C(z) : |z_i| < 1$

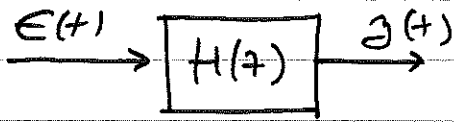
$$\begin{aligned} \Rightarrow \hat{y}(t|t-1) &= [H(z) - H(\infty)] H^{-1}(z) y(t) \\ &= \frac{\bar{C}^*(z^{-1})}{C^*(z^{-1})} y(t) \quad \text{DOVE } \bar{C}^*(z^{-1}) := C^*(z^{-1}) - \frac{c_0}{a_0} A^*(z^{-1}) \end{aligned}$$

OSS:  $\bar{C}^*(\infty) = C^*(\infty) - \frac{c_0}{a_0} A^*(\infty) = c_0 - \frac{c_0}{a_0} \cdot a_0 = 0$

# IL PROCESSO DI INNOVATIONE

(95)

Consideriamo  $\{y(t)\}_{t \in \mathbb{Z}}$  t.c.



$e(t)$  bianco  
 $\text{Var } e(t) = 1$

$\left. \begin{array}{l} h(z) \\ h^{-1}(z) \end{array} \right\}$  BIBO e CAUSALI

Abbiamo visto che il prediction:

$$\hat{y}(t|t-1) = [H(z) - h(0)] H^{-1}(z) y(t)$$

$$= y(t) - h(0) e(t) \quad (*)$$

SIAMO INTERESSATI ALL'ERRORE DI PREDIZIONE

$$\boxed{e(t) := y(t) - \hat{y}(t|t-1)} \equiv \{e(t)\}_{t \in \mathbb{Z}} \text{ È IL} \\ \text{PROCESSO DI} \\ \text{INNOVATIONE}$$

DEFINIZIONE:  $\{e(t)\}_{t \in \mathbb{Z}}$  si chiama

"processo di innovazione"

OSS: DA (\*) è immediato verificare che

$$\boxed{e(t) = h(0) e(t)}$$

PERCHÈ N' CHIARA PROCESSO DI INNOVAZIONE ?

OSS. 1  $e(t) = h(t) e(t) \Rightarrow H_t^-(e) = H_t^-(e)$

OSS. 2  $cov\{e(t), y(s)\} = 0 \quad \forall s < t$



$e(t)$  è scorrelato da tutti gli elementi di  $H_t^-(y) = H_t^-(e)$



$$H_{t+1}^-(y) = H_{t+1}^-(e) = \text{span}\{e(t)\} \oplus H_t^-(e)$$
  
$$= \text{span}\{e(t)\} \oplus H_t^-(y)$$

Somma "ortogonale"

gli elementi di

$\text{span}\{e(t)\}$  e quelli di

$H_t^-(e) = H_t^-(y)$  sono scorrelati.

INTERPRETAZIONE:

$e(t)$  rappresenta "quanto c'è di nuovo" in  $y(t)$  rispetto a  $H_t^-(y)$