Corso di RICERCA OPERATIVA 1 (Fischetti)
Simulazione scritto del 31 Gennaio 2011 -- Tempo consentito: due ore

Cognome studente: .... **Nome:** .... **Matr.:** ....

Esercizio	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Tot**
MAX	6	8	4	5	8	31
Punteggio						

[1] Un'azienda gestisce due officine, O1 e O2, nelle quali la stessa materia prima viene lavorata per ottenere lo stesso prodotto finito. L'officina O1 deve lavorare ogni giorno 12 lotti di materia prima, l'officina O2 deve lavorare ogni giorno 9 lotti di materia prima. La materia prima viene acquistata da due fornitori, Fa e Fb; Fa vende la materia prima a 1000 Euro/lotto, Fb a 1200 Euro/lotto; Fa riesce a fornire fino a 10 lotti al giorno e Fb fino a 15 lotti al giorno. I costi di trasporto fra fornitori e officine, in Euro/lotto, sono dati dalla tabella seguente:

	O1	O2
Fa	200	300
Fb	150	80

Si vuole determinare il numero intero di lotti di materia prima che ognuna delle officine deve acquistare da ognuno dei fornitori per minimizzare il costo totale della materia prima lavorata da tutta l'azienda.
Si scriva un modello di programmazione lineare intera per il problema appena descritto. Si definiscano le variabili, la funzione obiettivo, i vincoli.

Variabili e loro significato:

Modello:

Cognome studente: .... **Nome:** .... **Matr.:** ....

[2] (**PL**) Si consideri il seguente problema di **Programmazione Lineare**:

$$
\begin{array}{rl}
\min & 3\ x_1 + \ 2\ x_2 \\
\text{soggetto a:} & 2\ x_1 + \ 2\ x_2 \ \geq \ 6 \\
 & 2\ x_1 + \ 1\ x_2 \ \geq 18 \\
 & 3\ x_1 + \ 5\ x_2 \ \geq 14 \\
 & x_1,\ x_2 \ \geq 0
\end{array}
$$

2.1) Si risolva il problema mediante il **metodo del simplesso duale (regola di Bland),** riportando qui sotto l'ultimo tableau ottenuto (si utilizzi il retro del foglio per scrivere tutti i passaggi).

Ultimo Tableau

	x1	x2	x3	x4	x5

Valore ottimo della funzione obiettivo: __________

Valori delle variabili del problema all'ottimo: x1 = ___________ ; x2 = _____________

2.2) Si scriva qui di seguito il **duale** del problema:

Cognome studente: .... **Nome:** .... **Matr.:** ....

[3] (**Tagli di Gomory**) Si consideri il seguente tableau ottimo:

	18	0	0	17/27	2/27	0
I	8/9	0	1	5/27	-1/27	0
II	5/3	1	0	-1/9	2/9	0
III	1/3	0	0	1/9	-2/9	1

Si generino tutti i **tagli di Gomory** ricavabili dalle righe del tableau, in forma frazionaria (solo nella forma >=; <u>non</u> riportare altre forme o passaggi intermedi)

_____ x1 + ______ x2 + _______ x3 + ________ x4 + _____ x5 >= ________

_____ x1 + ______ x2 + _______ x3 + ________ x4 + _____ x5 >= ________

_____ x1 + ______ x2 + _______ x3 + ________ x4 + _____ x5 >= ________

[4] (**CPM**) Siano date le seguenti attività e relazioni di precedenza. Si rappresentino le precedenze mediante un grafo con le <u>**attività associate agli archi**</u>. Si applichi l'algoritmo CPM riportando i valori TMIN e TMAX vicino a ciascun vertice. Si evidenzi un cammino critico e si dica infine qual è la durata minima del progetto:

Attività	durata	predecessore
A	5	-
B	3	-
C	1	A
D	2	B, C
E	4	B, C
F	1	E
G	4	E
H	10	G
I	4	F, G

Grafo CPM con etichette TMIN-TMAX a fianco dei vertici (evidenziare cammino critico)

Durata minima del progetto = ________________________________

Cognome studente: .... **Nome:** .... **Matr.:** .... **9CFU? ____**

[5] (**Teoria**)

5.1) Si enunci e dimostri qui sotto il teorema della dualità debole per la programmazione lineare

5.2) Si scriva qui sotto un modello di PLI del problema dei commesso viaggiatore su grafo orientato G=(V,A) con costi c(i,j) sugli archi

5.3) Si scriva qui sotto un modello di PLI per problema dell'albero di Steiner su di un grafo orientato G=(V,A) con radice r ed insieme target T:

5.4) [solo 9 CFU] Si descriva sul retro un algoritmo di separazione dei vincoli di connessione per i due modelli di cui ai punti 5.2) e 5.3).

<u>Soluzioni 30/6/2010:</u>

[1] Modello PLI

x_1= materia prima lavorata da O_1 acquistata da F_a
x_2= materia prima lavorata da O_1 acquistata da F_b
x_3= materia prima lavorata da O_2 acquistata da F_a
x_4= materia prima lavorata da O_2 acquistata da F_b

$$
\begin{array}{lccccccccl}
\min & 1200x_1 & + & 1350x_2 & + & 1300x_3 & + & 1280x_4 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & & & & & = 12 \\
 & & & & & x_3 & + & x_4 & = 9 \\
 & x_1 & + & & & x_3 & & & \leq 10 \\
 & & & x_2 & + & & & x_4 & \leq 15 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \geq 0
\end{array}
$$

x intero

[2] Simplesso duale:

```
   +-----------------------------------------------------
-z|    0    |  3      2      0      0      0
   +-----------------------------------------------------
x3|   -6    | -2     -2*     1      0      0
x4|  -18    | -2     -1      0      1      0
x5|  -14    | -3     -5      0      0      1
   +-----------------------------------------------------

   +-----------------------------------------------------
-z|   -6    |  1      0      1      0      0
   +-----------------------------------------------------
x2|    3    |  1      1    -1/2     0      0
x4|  -15    | -1*     0    -1/2     1      0
x5|    1    |  2      0    -5/2     0      1
   +-----------------------------------------------------

   +-----------------------------------------------------
-z|  -21    |  0      0     1/2     1      0
   +-----------------------------------------------------
x2|  -12    |  0      1     -1*     1      0
x1|   15    |  1      0     1/2    -1      0
x5|  -29    |  0      0    -7/2     2      1
   +-----------------------------------------------------
```

-z	-27	0	1/2	0	3/2	0
x3	12	0	-1	1	-1	0
x1	9	1	1/2	0	-1/2	0
x5	13	0	-7/2	0	-3/2	1

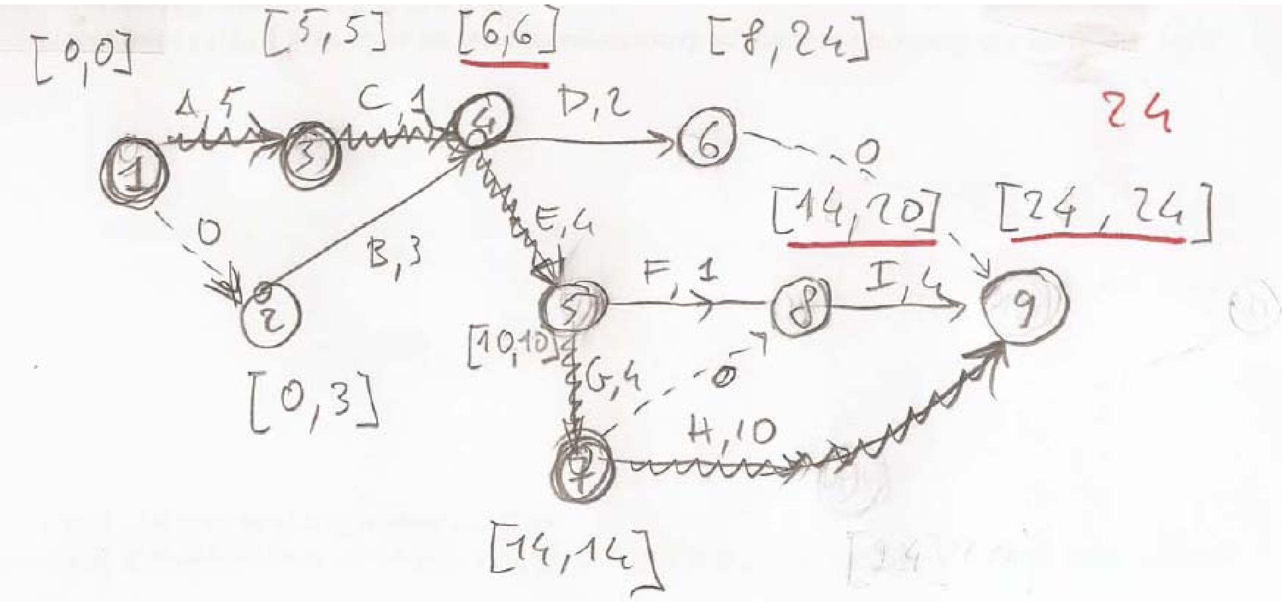
Duale

$$
\begin{array}{lrcrcrl}
\max & 6\,u_1 & + & 18\,u_2 & + & 14\,u_3 & \\
 & 2\,u_1 & + & 2\,u_2 & + & 3\,u_3 & \le 3 \\
 & 2\,u_1 & + & u_2 & + & 5\,u_3 & \le 2 \\
 & u_1, & & u_2, & & u_3 & \ge 0
\end{array}
$$

[3] Gomory:

$$
\begin{array}{llcll}
\text{I)} & 5/27\; x_3 & + & 26/27\; x_4 & \ge 8/9 \\
\text{II)} & 8/9\; x_3 & + & 2/9\; x_4 & \ge 2/3 \\
\text{III)} & 1/9\; x_3 & + & 7/9\; x_4 & \ge 1/3
\end{array}
$$

[4] CPM



Nota: i vertici 2 e 6 potrebbero essere eliminati inglobando le attività fittizie (1,2) e (6,9) nelle attività B e D, rispettivamente.