

INDICE

1. INTRODUZIONE	1
1.1 La costruzione di modelli matematici	1
1.2 Classificazione dei modelli	7
1.3 Rappresentazioni esterne ed interne	15
1.4 Modelli di stato	18
1.5 Modelli di stato lineari e invarianti	23
1.6 Linearizzazione	28
1.7 Sistemi lineari algebricamente equivalenti	35
1.8 Problemi di analisi e di sintesi	37
2. DINAMICA DEI SISTEMI LINEARI E SUE RAPPRESENTAZIONI	41
2.1 Evoluzione nel dominio del tempo dei sistemi discreti	41
2.2 Segnali e operazioni sui segnali a tempo discreto	44
2.2.1 Serie formali di potenze	44
2.2.2 Operazioni lineari sui segnali discreti: modelli MA, AR, ARMA	50
2.3 Rappresentazione in z di evoluzione libera e forzata	56
2.3.1 Matrice di trasferimento	56
2.3.2 Ricorrenza e movimento libero	58
2.3.3 Struttura ricorsiva del movimento forzato	60
2.4 Analisi modale dei sistemi lineari discreti	61
2.4.1 Potenze della matrice F	61
2.4.2 I modi e la loro struttura	63
2.4.3 Eccitazione dei modi	69
2.5 Sistemi continui	71
2.5.1 Evoluzione libera	71
2.5.2 Proprietà delle matrici esponenziali	75
2.5.3 Evoluzione forzata e movimento in condizioni generiche	80
2.6 Rappresentazione in s di evoluzione libera e forzata	83
2.6.1 Matrice di trasferimento	83
2.6.2 Relazioni di ricorrenza	84
2.7 Analisi modale dei sistemi lineari continui	86
2.8 Carattere di convergenza dei modi	92
2.9 Geometria delle traiettorie in evoluzione libera	95
2.10 Modi dominanti	99
2.11 Sensibilità degli autovalori alle perturbazioni	103
3. ANALISI DELLA STABILITÀ	109
3.1 Equilibrio e stabilità dell'equilibrio nei sistemi autonomi	110
3.2 Stabilità dei sistemi lineari	115
3.3 Stabilità dei sistemi continui: il metodo diretto di Lyapunov	117
3.3.1 Funzioni definite positive	118
3.3.2 Criterio di stabilità	120

3.3.3	Stabilità “in grande”	125
3.3.4	Criteri di instabilità	126
3.4	Stabilità dei sistemi discreti: il metodo diretto di Lyapunov	129
3.4.1	Criterio di stabilità	129
3.4.2	Criterio di instabilità	131
3.5	Equazioni di Lyapunov	132
3.5.1	Equazione per i sistemi lineari continui	133
3.5.2	Equazione per i sistemi lineari discreti	135
3.5.3	Considerazioni conclusive	139
3.6	Analisi della stabilità con il metodo di linearizzazione	141
3.7	Sistemi unidimensionali: casi critici per la linearizzazione	151
4.	ANALISI DELLA STABILITÀ: ALCUNI APPROFONDIMENTI	155
4.1	Insiemi invarianti e insiemi limite	155
4.2	Principio di invarianza di LaSalle e criterio di Krasowskii	161
4.3	Traiettorie periodiche di un sistema autonomo continuo	166
4.3.1	Insiemi limite di traiettorie piane	166
4.3.2	Indice di una curva chiusa piana e applicazioni	168
4.3.3	Stabilità delle traiettorie chiuse	171
4.4	Traiettorie periodiche di un sistema autonomo discreto	173
4.4.1	Stati periodici	173
4.4.2	Traiettorie periodiche in sistemi unidimensionali	175
4.5	Proprietà dell’equilibrio nei sistemi unidimensionali	183
4.6	Mappe di Lyapunov e di Sylvester	188
5.	RAGGIUNGIBILITÀ E CONTROLLABILITÀ	197
5.1	Raggiungibilità dei sistemi lineari discreti	197
5.2	Controllabilità dei sistemi lineari discreti	203
5.3	Raggiungibilità e controllabilità dei sistemi lineari e continui	208
5.4	Ingressi di controllo e matrici gramiane	212
5.5	Controllo e matrici gramiane su orizzonte infinito	218
5.6	Controllo del movimento su un sottospazio	221
5.7	Rappresentazione dei sistemi non raggiungibili	223
5.7	Ulteriori criteri di raggiungibilità	227
6.	RETROAZIONE DALLO STATO	233
6.1	Equazioni di stato dei sistemi retroazionati	233
6.2	Invarianti e forme canoniche	237
6.3	Forma canonica di controllo	240
6.4	Allocazione degli autovalori: caso $m = 1$	243
6.5	Allocazione degli autovalori: caso $m > 1$	249
6.6	Invarianti di controllo e teorema di Rosenbrock	254
6.7	Forme canoniche e allocazione degli autovalori: caso $m > 1$	259
6.8	Stabilizzazione mediante reazione dallo stato	264

7. OSSERVABILITÀ E STIMA DELLO STATO	267
7.1 Osservabilità dei sistemi lineari e discreti	267
7.2 Ricostruibilità dei sistemi lineari discreti	275
7.3 Osservabilità e ricostruibilità dei sistemi lineari e continui	277
7.4 Dualità	281
7.5 Decomposizione canonica	285
7.6 Stimatori asintotici dello stato	287
7.6.1 <i>Stimatori di ordine intero</i>	287
7.6.2 <i>Stimatori di ordine ridotto</i>	290
7.7 Sintesi del regolatore	294
8. ELEMENTI DI TEORIA DELLA REALIZZAZIONE	301
8.1 Realizzazione di mappe lineari ingresso-uscita	301
8.2 Realizzazioni minime	306
8.3 Relazioni fra stabilità interna e stabilità esterna	310
8.4 Risposta impulsiva, stabilità BIBO ed energia dei segnali	317
8.4.1 <i>Mappe lineari ingresso-uscita e stabilità BIBO</i>	317
8.4.2 <i>Energia dei segnali e norma delle matrici di trasferimento</i>	321
8.5 Risposta impulsiva: realizzazione con l'algoritmo di Ho	326
8.5.1 <i>Ricorrenza</i>	326
8.5.2 <i>Matrici di Hankel</i>	328
8.5.3 <i>Algoritmo di Ho</i>	335
8.6 Realizzazioni parziali	337
8.7 Realizzazioni bilanciate	349
8.8 Riduzione del modello	353
8.8.1 <i>troncamento bilanciato: proprietà strutturali</i>	353
8.8.2 <i>Errore nei modelli di ordine ridotto</i>	355
8.8.3 <i>Norma di Hankel (cenni)</i>	361
9. CONNESSIONE DI SISTEMI	367
9.1 Connessioni elementari di sistemi strettamente propri	367
9.1.1 <i>Collegamento in parallelo</i>	367
9.1.2 <i>Collegamento in serie</i>	369
9.1.3 <i>Collegamento in retroazione</i>	372
9.2 Connessione di sistemi non strettamente propri	375
9.3 Connessione fra sistemi discreti e sistemi continui	378
10. ELEMENTI DI TEORIA DEL CONTROLLO OTTIMO	385
10.1 Introduzione	385
10.2 Controllo ottimo su intervallo finito dei sistemi lineari discreti	391
10.2.1 <i>Impostazione del problema</i>	391
10.2.2 <i>Minimizzazione dell'indice</i>	393
10.2.3 <i>Complementi</i>	397

10.3	Controllo ottimo su intervallo infinito dei sistemi lineari discreti	401
10.3.1	<i>Considerazioni preliminari</i>	401
10.3.2	<i>Soluzione del problema ed equazione algebrica di Riccati</i>	403
10.3.3	<i>Matrice M_∞ definita positiva e osservabilità</i>	410
10.3.4	<i>Alcuni esempi e nuove questioni</i>	411
10.5	Controllo ottimo e stabilizzazione dei sistemi lineari discreti	414
10.6	Controllo ottimo su intervallo finito dei sistemi lineari continui	423
10.6.1	<i>Minimizzazione dell'indice</i>	424
10.6.2	<i>L'equazione differenziale di Riccati</i>	426
10.7	Controllo ottimo su intervallo infinito dei sistemi lineari continui	430
10.8	Cenni sul principio del massimo	434
10.8.1	<i>Impostazione variazionale</i>	435
10.8.2	<i>Principio del massimo</i>	439
11.	RAPPRESENTAZIONE DEI SISTEMI DISCRETI POSITIVI	443
11.1	Rappresentazione dei sistemi lineari discreti positivi	443
11.1.1	<i>Definizioni e notazioni per le matrici non negative</i>	444
11.1.2	<i>Rappresentazioni booleane e grafi di influenza</i>	444
11.2	Matrici non negative: proprietà combinatorie	449
11.2.1	<i>Matrici di permutazione e matrici monomie</i>	449
11.2.2	<i>Classificazione delle matrici non negative</i>	451
11.3	Catene cicliche	458
11.4	Proprietà spettrali : teorema di Perron	463
11.4.1	<i>Spettro delle matrici strettamente positive</i>	463
11.4.2	<i>Spettro delle matrici primitive</i>	468
11.5	Proprietà spettrali: la teoria di Frobenius	470
11.5.1	<i>Spettro delle matrici irriducibili</i>	470
11.5.2	<i>Forma ciclica di Frobenius</i>	476
11.5.3	<i>Ulteriori proprietà dell'autovalore massimale</i>	479
11.6	Proprietà spettrali di matrici non negative generiche	484
11.7	M-matrici	490
12.	STRUTTURA DEI SISTEMI DISCRETI POSITIVI	499
12.1	Stabilità asintotica dei sistemi discreti positivi	499
12.2	Statica comparativa	502
12.3	Sistemi compartimentali	506
12.4	Raggiungibilità	512
12.4.1	<i>Coni di raggiungibilità in k passi</i>	513
12.4.2	<i>Solidità e stazionarietà dei coni di raggiungibilità in k passi</i>	518
12.4.3	<i>Il cono di raggiungibilità C^R</i>	520
12.5	Raggiungibilità completa e controllabilità	523
12.5.1	<i>Raggiungibilità completa positiva</i>	523
12.5.2	<i>Controllabilità</i>	524
12.6	Osservabilità dei sistemi discreti positivi	526

12.7	Realizzazione dei sistemi discreti positivi	531
13.	CATENE DI MARKOV	541
13.1	Definizioni e concetti introduttivi	541
13.2	Catene di Markov regolari	545
13.3	Catene di Markov irriducibili	549
13.4	Eventi e variabili casuali in una catena irriducibile	553
	13.4.1 <i>Traiettorie</i>	553
	13.4.2 <i>Reversibilità</i>	556
	13.4.3 <i>Tempi di attesa</i>	559
13.5	Classificazione degli stati e classi di comunicazione	563
	13.5.1 <i>Accessibilità e comunicazione</i>	563
	13.5.2 <i>Classi di comunicazione ergodiche</i>	564
13.6	Catene con classi transitorie	568
13.7	Cenno ai modelli genetici	574
A.	RICHIAMI E COMPLEMENTI DI ALGEBRA LINEARE	581
A.1	Generalità sugli spazi vettoriali	581
A.2	Trasformazioni lineari e rappresentazioni matriciali	587
	A.2.1 <i>Rappresentazione mediante matrici</i>	588
	A.2.2 <i>Sottospazi invarianti per una trasformazione</i>	590
	A.2.3 <i>Proprietà del nucleo e dell'immagine di una trasformazione</i>	592
	A.2.4 <i>Complemento di Schur e inversione di una matrice</i>	594
A.3	Spazi quoziente	595
A.4	Autovalori e autovettori	599
A.5	Polinomi associati ad una trasformazione lineare	601
A.6	Polinomi associati ad un vettore	607
A.7	Autospazi generalizzati e catene di Jordan	609
A.8	Base e forma canonica di Jordan	613
A.9	Forma reale di Jordan	617
A.10	Forma canonica razionale	621
A.11	Norme di vettori, di matrici e di operatori	625
A.12	Spazi a prodotto interno	630
A.13	Trasformazione aggiunta	639
A.14	Matrici speciali	644
	A.14.1 <i>Matrici di permutazione</i>	644
	A.14.2 <i>Matrice di Marc Kac</i>	646
	A.14.3 <i>Matrici circolanti e matrice di Fourier</i>	647
A.15	Riferimenti bibliografici	650
B.	CONI IN \mathbb{R}^n	651
B.1	Proprietà generali	651
B.2	Punti interni di un cono	654
B.3	Teorema di separazione e coni duali	658

B.4 Coni poliedrici e coni finitamente generati	663
B.5 Disequazioni lineari ed alternative	667