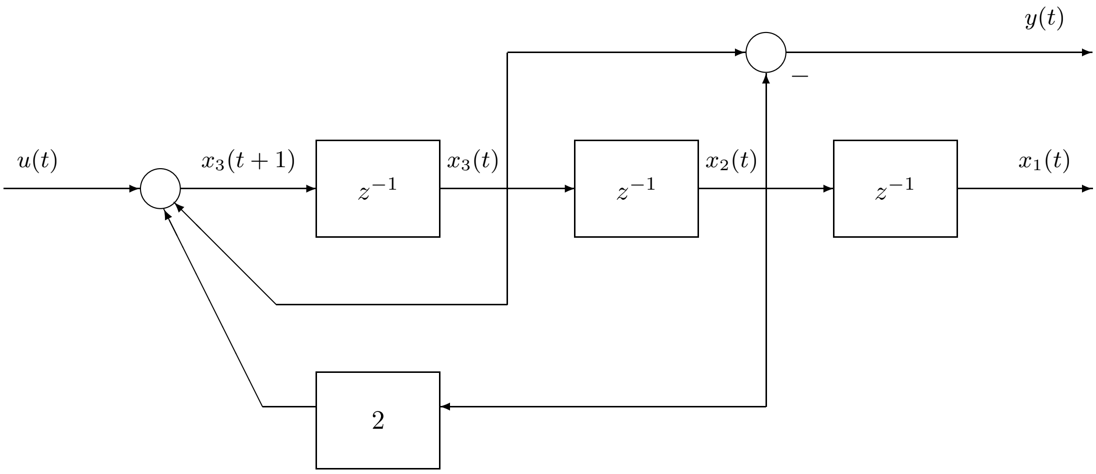
COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI
6 Settembre 1999

Esercizio 1. Si consideri il seguente schema a blocchi:



dove i blocchi z^{-1} rappresentano ritardatori ad un passo.

i) Si scrivano le equazioni del modello di stato a tempo discreto corrispondente a questo schema a blocchi.

ii) Si dimostri che tale modello di stato non é realizzazione minima della sua funzione di trasferimento, ma é sia controllabile a zero che ricostruibile.

iii) Si progettino le matrici K ed L di un regolatore dead-beat per il sistema.

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema dinamico lineare a tempo continuo:

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + gu(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \qquad t \geq 0.$$

i) Si determini, se possibile, un ingresso di controllo che porti lo stato del sistema da $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ al tempo $t = 0$ a $\begin{bmatrix} 2 \\ 2+e^2 \end{bmatrix}$ al tempo $t = 1$.

ii) Si determini, se possibile, un ingresso di controllo che porti lo stato del sistema da $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ al tempo $t = 0$ a $\begin{bmatrix} 2 \\ e^4 \end{bmatrix}$ al tempo $t = 2$.

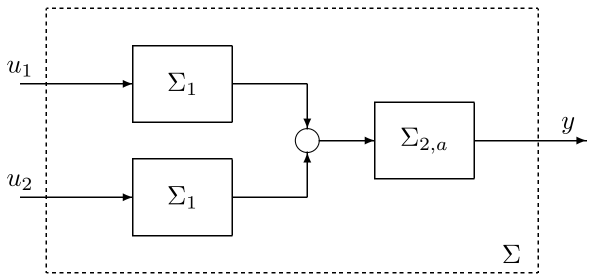
Esercizio 3. Si considerino le due funzioni di trasferimento

$$w_1(z) = \frac{z-1}{z(z-1/2)} \qquad w_2(z) = \frac{z-a}{z(z-2)},$$

dove a é un parametro reale.

i) Si determini due sistemi a tempo discreto Σ_1 e $\Sigma_{2,a}$ che siano realizzazioni minime di $w_1(z)$ e di $w_2(z)$ al variare di a in $\mathbb{R}$.

Si consideri il seguente sistema dinamico Σ, ottenuto dalla connessione di due copie di Σ_1 e una di $\Sigma_{2,a}$, come mostrato in figura.



ii) Si studi, al variare di a, l'osservabilità di Σ.

iii) Si studi, al variare di a, la stabilità BIBO di Σ.

Teoria 1. Si dimostri che se $\Sigma = (F, G, H)$ é una realizzazione minima della sua m.d.t. $W(s)$, allora i poli di $W(s)$ coincidono con gli autovalori di F.

Teoria 2. Si dimostri il criterio di asintotica stabilità di Lyapunov per sistemi non lineari a tempo continuo (ipotizzando di aver già dimostrato la parte relativa alla stabilità semplice).