

# COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

## 24 Luglio 2001

**Esercizio 1.** Si consideri il seguente sistema dinamico non lineare a tempo discreto:

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= x_1^2(t) + \frac{1}{2}x_2(t)[x_1(t) - 1] + u(t) \\ x_2(t+1) &= \frac{1}{2}[x_1(t) - x_2(t)] \quad t \geq 0. \end{aligned}$$

- i) Determinare, per  $u = 0$ , i punti di equilibrio del sistema, e
- ii) studiarne la stabilità dell'equilibrio ricorrendo (ove possibile) al metodo di linearizzazione.
- iii) Supponendo, ora,  $u(t) = k_2 x_2(t)$ , si determini (facendo uso del metodo di linearizzazione) per quali valori del parametro  $k_2$  l'origine è punto di equilibrio asintoticamente stabile.

**Esercizio 2.** Si consideri il sistema dinamico lineare a tempo continuo, descritto dalle seguenti equazioni:

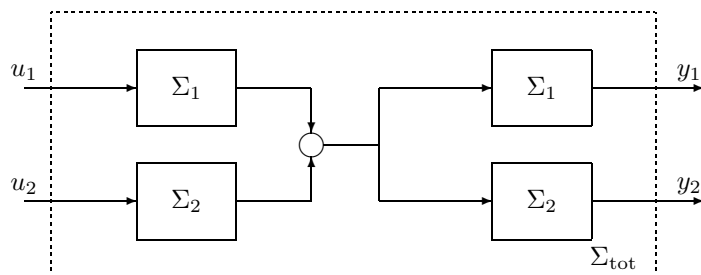
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = F\mathbf{x}(t) + G\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \quad t \geq 0.$$

- i) Determinare, se possibile, un controllore stabilizzante per il sistema in modo tale che gli autovalori della matrice del sistema retroazionato si trovino tutti nel semipiano  $\text{Re}(s) < -2$ ;
- ii) determinare, se possibile, un controllo in retroazione dallo stato in modo tale che il sistema retroazionato abbia traiettorie (di stato) in evoluzione libera che sono tutte contenute in una retta passante per l'origine.

**Esercizio 3.** Siano  $\Sigma_1 = (F_1, g_1, H_1)$  e  $\Sigma_2 = (F_2, g_2, H_2)$  due sistemi a tempo continuo, realizzazioni minime delle due funzioni di trasferimento

$$w_1(s) = \frac{s-1}{s(s-2)} \quad w_2(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s+2)}.$$

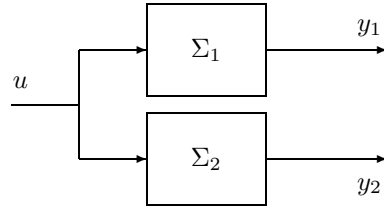
Si discuta raggiungibilità ed osservabilità del sistema interconnesso



**Teoria 1.** Si dimostri il criterio di asintotica stabilità di Lyapunov per sistemi non lineari a tempo continuo (ipotizzando di aver già dimostrato la parte relativa alla stabilità semplice).

**Teoria 2.** Siano  $\Sigma_1 = (F_1, g_1, H_1)$  e  $\Sigma_2 = (F_2, g_2, H_2)$  due sistemi dinamici SISO, osservabili e a tempo discreto, di dimensioni  $n_1$  e  $n_2$ , rispettivamente.

Si dimostri il sistema dinamico ottenuto dalla connessione dei due sistemi come illustrato in figura



ammette stimatore dead-beat e che lo stimatore dead-beat ottimo per tale sistema (ovvero con minimo indice di nilpotenza) porta a zero l'errore di stima sempre in al più  $n$  passi, dove  $n = \max\{n_1, n_2\}$ .