COMPITO DI CONTROLLI AUTOMATICI
11 Settembre 2002

Esercizio 1. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

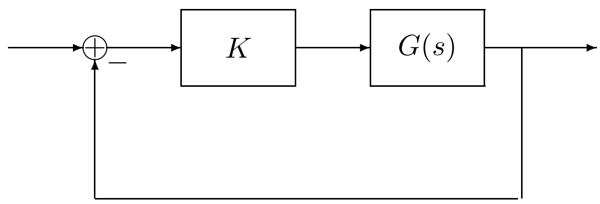
$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 2\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} = \frac{du(t)}{dt} - u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+. \tag{1}$$

i) Si determini l'espressione dell'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$y(0^-) = 0 \qquad \frac{dy(0^-)}{dt} = 1 \qquad \frac{d^2y(0^-)}{dt^2} = -1.$$

ii) Si determini la risposta impulsiva del sistema, $g(t)$.

Detta $G(s)$ la funzione di trasferimento del sistema (1), si supponga di applicare al sistema un controllo in retroazione (unitaria negativa) sulla cui catena di azione diretta agisca un controllore proporzionale K come illustrato in figura:



Si studi al variare di K la stabilità BIBO del sistema retroazionato, evidenziando gli eventuali valori critici del parametro K,

iii) facendo uso della tabella di Routh e

iv) facendo uso della famiglia dei diagrammi di Nyquist di $KG(j\omega)$, $K \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{10(s+10)}{(s+1)(s+100)}.$$

i) Si determini la risposta al gradino, evidenziandone tempo di salita, tempo di assestamento e sovraelongazione (se esistono).

ii) Si tracci il diagramma di Bode della risposta in frequenza, evidenziandone banda passante (a 3 dB), pulsazione di risonanza e picco di risonanza relativo (se esistono).

Esercizio 3. Si consideri il processo di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s+10}{(s+1)^2}.$$

Si progetti un controllore $C(s)$ in modo tale che il risultante sistema retroazionato

i) sia di tipo 0 con errore di regime permanente all'incirca pari a $e^*_{rp} = 0.01$;

ii) abbia pulsazione di attraversamento all'incirca $\omega^*_A = 10^3$ rad/sec;

iii) abbia margine di fase pari almeno a 90^o.

Teoria. Si consideri un modello ingresso/uscita LTI a tempo continuo causale, descritto da un'equazione differenziale lineare e a coefficienti costanti del tipo

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y(t) = b_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} + \ldots + b_0 u(t),$$

$(a_n \neq 0)$ e sollecitato dal segnale di ingresso

$$u(t) = e^{j\omega t} \delta_{-1}(t),$$

con $\omega \in \mathbb{R}$ fissato. Si introduca il concetto di risposta di regime permanente, e si illustri in dettaglio la relazione tra l'evoluzione complessiva (d'uscita) $y(t)$ del sistema in corrispondenza all'ingresso assegnato e l'uscita di regime permanente $y_{rp}(t)$, evidenziando le condizioni sotto cui tale risposta di regime permanente esiste, sia nel caso in cui le condizioni iniziali del sistema siano assegnate e arbitrarie che nel caso in cui le condizioni iniziali siano nulle e il sistema evolva, pertanto, di sola evoluzione forzata.