COMPITO DI CONTROLLI AUTOMATICI
20 Giugno 2002

Esercizio 1. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 4\frac{d^2y(t)}{dt^2} + (-a^2 + a + 3)\frac{dy(t)}{dt} + 3a(1-a)y(t) = \frac{du(t)}{dt} - u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove a è un parametro reale.

i) Si studi la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema, al variare di a in $\mathbb{R}$.

Assumendo nel seguito dell'esercizio $a = 0$

ii) Si determini l'espressione dell'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$y(0^-) = 0 \qquad \frac{dy(0^-)}{dt} = -1 \qquad \frac{d^2y(0^-)}{dt^2} = 0.$$

iii) Si determini la risposta impulsiva del sistema, $w(t)$.

iv) Si determini la risposta forzata del sistema al segnale di ingresso

$$u(t) = \delta(t) + e^t\delta_{-1}(t).$$

v) Si tracci il diagramma di Nyquist della funzione di trasferimento $W(s)$ del sistema.

Esercizio 2. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = 100\ \frac{(s-1)(s+1000)}{(s+10)\,(s^2+50s+10000)}.$$

i) Si determini il diagramma di Bode (modulo e fase) della risposta in frequenza del sistema.

ii) Si determini, se esiste, la risposta (forzata) di regime permanente al segnale di ingresso

$$u(t) = \delta_{-1}(t) + \sin t\ \delta_{-1}(t) = \begin{cases} 1 + \sin t & \text{per } t \geq 0; \\ 0 & \text{per } t < 0. \end{cases}$$

[Suggerimento: far uso delle informazioni (seppur approssimate) fornite dal diagramma di Bode].

Esercizio 3. Si consideri il processo di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1 + 0.1s}{(1+s)^2}.$$

Si progetti un controllore $C(s)$ in modo tale che il risultante sistema retroazionato

i) sia di tipo 0 con errore di regime permanente all'incirca $e_{rp}^* = 0.092$;

ii) abbia pulsazione di attraversamento all'incirca $\omega_A^* = 10$ rad/sec;

iii) abbia margine di fase pari almeno a 45^o.

Teoria. Dato un modello ingresso/uscita a tempo discreto

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y(t-n+i) = \sum_{i=0}^{n} b_i u(t-n+i), \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

con $a_i, b_i \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$ e $(a_0, b_0) \neq (0,0)$, si determini la risposta impulsiva del sistema e se ne giustifichi l'espressione.