COMPITO DI CONTROLLI AUTOMATICI

17 Luglio 2002

Esercizio 1. Consideriamo il sistema lineare e tempo invariante a tempo discreto e causale descritto dalla seguente equazione alle differenze:

$$y(t) - \frac{a}{2}y(t-1) + ay(t-2) = u(t) - u(t-2), \quad t \in \mathbb{Z}_+.$$

- i) Determinare l'espressione dei modi del sistema al variare di a in $\mathbb{R}$;
- ii) studiare la stabilità asintotica del sistema al variare di a in $\mathbb{R}$;
- iii) trovare il valore di a per cui i modi dell'evoluzione libera sono di tipo sinusoidale e, per tale valore di a , determinare l'espressione dell'evoluzione libera a partire da condizioni iniziali $y(-1) = 1/4$ e $y(-2) = -7/8$.

Esercizio 2. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 2\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = \frac{d^3u(t)}{dt^3} - \frac{d^2u(t)}{dt^2}, \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

- i) Si studi la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema.
- ii) Si determini la risposta impulsiva del sistema, $w(t)$.
- iii) Si tracci il diagramma di Nyquist della funzione di trasferimento $W(s)$ del sistema.

Esercizio 3.

- i) Si progetti un controllore $C(s)$ di tipo P, ovvero

$$C(s) = K_p,$$

per la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1-s}{(1+10s)(1+s)}$$

in modo tale che il risultante sistema retroazionato sia BIBO stabile con poli complessi coniugati e fattore di smorzamento $\xi = 0.1$.

- ii) Si progetti un controllore $C(s)$ per la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{(1+s)}{(1+10s)(1+0.1s)}$$

in modo tale che il risultante sistema retroazionato sia di tipo 0, con errore di regime permanente non superiore a $e_{rp}^* = 0.01$, pulsazione di attraversamento all'incirca pari a $\omega_A^* = 10$ rad/sec e margine di fase almeno pari a 45° .

Teoria. Dato un modello ingresso/uscita LTI a tempo continuo causale, descritto da un'equazione differenziale lineare e a coefficienti costanti, definire il concetto di risposta in frequenza del sistema ed esprimerla in termini dei coefficienti coinvolti nell'equazione differenziale descrittiva il sistema. Derivarne, infine, la forma di Bode a partire da una sua rappresentazione fattorizzata che ne evidenzia poli e zeri.