I COMPITINO DI CONTROLLI AUTOMATICI - TEMA D
17 Aprile 2003

Esercizio 1. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + (4+a)\frac{d^2y(t)}{dt^2} + (4+4a)\frac{dy(t)}{dt} + 4ay(t) = \frac{d^2u}{dt^2} + 2\frac{du}{dt}, \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

con a parametro reale.

i) Si studi la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema, al variare di a in $\mathbb{R}$.

Assumendo, nel seguito dell'esercizio, $a = 2$,

ii) si determini il diagramma di Nyquist della risposta in frequenza $W(j\omega)$;

iii) si determini la risposta di regime permanente, se esiste, al segnale di ingresso

$$u(t) = 4 \cdot \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)\delta_{-1}(t).$$

Esercizio 2. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{1}{\pi}\frac{dy(t)}{dt} + \left(1 + \frac{1}{\pi^2}\right)y(t) = \left(1 + \frac{1}{\pi^2}\right)\frac{du(t)}{dt}, \qquad t \in \mathbb{R}_+.$$

i) Si determini l'espressione dell'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$y(0^-) = 1 \qquad \frac{dy(0^-)}{dt} = -1 - \frac{1}{\pi};$$

ii) si determini, operando nel dominio del tempo, la risposta impulsiva del sistema, $w(t)$;

iii) si determini la risposta (forzata) del sistema in corrispondenza alla sollecitazione in ingresso

$$u(t) = \delta_{-1}(t - \pi).$$

iv) Si tracci il diagramma di Bode della risposta in frequenza del sistema $W(j\omega)$.

Teoria. Dato un modello ingresso/uscita a tempo continuo, descritto da un'equazione differenziale del tipo

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{i=0}^{n} b_i \frac{d^i u(t)}{dt^i}, \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

con $a_i, b_i \in \mathbb{R}$ e $a_n \neq 0$, si definisca il concetto di stabilità asintotica e se fornisca una caratterizzazione completa, operando prima nel dominio del tempo e poi nel dominio delle trasformate.