

COMPITO DI CONTROLLI AUTOMATICI

18 Dicembre 2003

Esercizio 1. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 4 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (-a^2 + a + 3) \frac{dy(t)}{dt} + 3a(1-a)y(t) = \frac{du(t)}{dt} - u(t), \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove a è un parametro reale.

- i) Si studi la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema, al variare di a in $\mathbb{R}$.

Assumendo nel seguito dell'esercizio $a = 0$

- ii) Si determini l'espressione dell'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$y(0^-) = 0 \quad \frac{dy(0^-)}{dt} = -1 \quad \frac{d^2 y(0^-)}{dt^2} = 0.$$

- iii) Si determini la risposta impulsiva del sistema, $w(t)$.
- iv) Si determini la risposta forzata del sistema al segnale di ingresso

$$u(t) = \delta(t) + e^t \delta_{-1}(t).$$

- v) Si tracci il diagramma di Nyquist della funzione di trasferimento $W(s)$ del sistema.

Esercizio 2. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = 100 \frac{(s-1)(s+1000)}{(s+10)(s^2+50s+10000)}.$$

- i) Si determini il diagramma di Bode (modulo e fase) della risposta in frequenza del sistema.
- ii) Si determini, se esiste, la risposta (forzata) di regime permanente al segnale di ingresso

$$u(t) = \delta_{-1}(t) + \sin t \delta_{-1}(t).$$

Esercizio 3. Si consideri il processo di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1 + 0.1s}{(1+s)^2}.$$

Si progetti un controllore $C(s)$ in modo tale che il risultante sistema retroazionato

- i) sia di tipo 0 con errore di regime permanente all'incirca $e_{rp}^* = 0.092$;
- ii) abbia pulsazione di attraversamento all'incirca $\omega_A^* = 10$ rad/sec;
- iii) abbia margine di fase pari almeno a 45° .

Teoria. Dato un modello ingresso/uscita a tempo discreto

$$\sum_{i=0}^n a_i y(t - n + i) = \sum_{i=0}^n b_i u(t - n + i), \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

con $a_i, b_i \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$ e $(a_0, b_0) \neq (0, 0)$, si determini la risposta impulsiva del sistema e se ne giustifichi l'espressione.