COMPITO DI CONTROLLI AUTOMATICI
20 Ottobre 2005

Esercizio 1. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$a\frac{d^3y(t)}{dt^3} + (2a-1)\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2(a-1)\frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = 2a\frac{du(t)}{dt} - 2u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+, \quad (1)$$

con a parametro reale.

i) [4 punti] Si studino, al variare di a in $\mathbb{R}$, la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema.

ii) [3 punti] Per $a = 0$ si determini l'evoluzione libera del sistema in corrispondenza alle condizioni iniziali $y(0^-) = 1$, $\frac{dy(0^-)}{dt} = 2$.

ii) [4 punti] Per $a = 1$ si determini la risposta al gradino del sistema e se ne valuti, se esiste, la sovraelongazione. Inoltre si fornisca una stima (anche molto) approssimativa del tempo di salita.

Esercizio 2. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2(10-s)^2}.$$

i) [4 punti] Si tracci il diagramma di Nyquist della risposta in frequenza $G(j\omega)$ per $\omega \in \mathbb{R}$.

ii) [3 punti] Supponendo di applicare al sistema una retroazione (unitaria negativa), si studi attraverso il criterio di Nyquist la stabilità BIBO del risultante sistema retroazionato.

Esercizio 3. Si consideri il processo di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10(s+1)^2}{(1+0.1s)^2(1+0.01s)}.$$

i) [2 punti] Si determini il tipo del sistema di funzione di trasferimento $G(s)$ e il relativo errore di regime permanente.

ii) [5 punti] Si progetti un controllore $C(s)$ in modo tale che

a) il risultante sistema retroazionato sia di tipo 1 con errore di regime permanente non superiore a $e^*_{rp} = 0.01$;

b) la funzione di trasferimento in catena aperta abbia pulsazione di attraversamento all'incirca $\omega^*_A = 10^{7/2}$ rad/sec e

c) margine di fase pari almeno a 60^o.

Teoria. [5 punti] Dato un modello ingresso/uscita LTI a tempo continuo causale, descritto da un'equazione differenziale lineare e a coefficienti costanti, si definiscano i concetti di stabilità asintotica e di stabilità BIBO e si dimostri, operando sia nel dominio del tempo che nel dominio delle trasformate di Laplace, che la stabilità asintotica implica la stabilità BIBO.