

COMPITO DI CONTROLLI AUTOMATICI

3 Aprile 2007

Esercizio 1.

- i) [5 punti] Dato un modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = 10^3 \frac{(1 + s^2)}{s^2(s^2 + 10s + 100)},$$

si determini il diagramma di Bode (modulo e fase) della risposta in frequenza del sistema $W(j\omega)$, $\omega \in \mathbb{R}_+$.

- ii) [4.5 punti] Dato un modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = 10 \frac{(s - 1)}{s(s^2 + s + 4)},$$

si determini il diagramma di Nyquist di $G(j\omega)$ per $\omega \in \mathbb{R}$, e

- iii) [3 punti] si studi, attraverso il criterio di Nyquist, la stabilità BIBO del sistema ottenuto per retroazione unitaria negativa da $G(s)$ e si determini l'eventuale numero di poli a parte reale positiva di $W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$.

Esercizio 2. [4 punti] Con riferimento al processo di funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 10s + 100},$$

si progettino un controllore di tipo PD, e quindi di funzione di trasferimento

$$C(s) = K_p + K_d s,$$

in modo tale che

- 1) il risultante sistema retroazionato sia di tipo 0 con errore di regime permanente (al gradino) non superiore a $e_{rp}^* = 0.091$;
- 2) la funzione di trasferimento in catena aperta $C(s)G(s)$ abbia pulsazione di attraversamento all'incirca $\omega_A^* = 1000$ rad/sec e
- 3) abbia margine di fase pari almeno a 75° .

Esercizio 3. Si consideri il modello ingresso/uscita a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (a + 1) \frac{dy(t)}{dt} + 2a(1 - a)y(t) = \frac{d^2 u(t)}{dt^2} - \frac{du(t)}{dt}, \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove a è un parametro reale.

- i) [4 punti] Si studi la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema, al variare di a in $\mathbb{R}$.
- ii) [3 punti] Per $a = 1/2$ si determini l'espressione della risposta al gradino del sistema.
- iii) [3 punti] Per $a = 0$ si determini in corrispondenza a quali condizioni iniziali esiste la risposta di regime permanente al segnale di ingresso

$$u(t) = \sin t \cdot \delta_{-1}(t)$$

e si determini esplicitamente l'espressione di tale risposta di regime permanente.

Teoria. [4.5 punti] Dato un modello ingresso/uscita a tempo discreto

$$\sum_{i=0}^n a_i y(t-n+i) = \sum_{i=0}^n b_i u(t-n+i), \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

con $a_i, b_i \in \mathbb{R}$, $a_n \neq 0$ e $(a_0, b_0) \neq (0, 0)$, si determini la risposta impulsiva del sistema e se ne giustifichi l'espressione.