Esercizi di Controlli Automatici - 3
A.A. 2009/2010

Esercizio 1. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + a(a-1)\frac{dy(t)}{dt} - ay(t) = a\frac{du(t)}{dt} - u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove a è un numero reale.

i) Si studi, al variare di a, la stabilità asintotica.

ii) Si studi, al variare di a, la stabilità BIBO del sistema.

iii) Per i valori di a per cui il sistema è BIBO stabile, si determini la risposta (forzata) di regime permanente al segnale $u(t) = \sin(at)\ \delta_{-1}(t)$.

iv) Per $a = 1$, si determini, se possibile la risposta di regime permanente e la risposta transitoria in corrispondenza al segnale $u(t) = (1 + \cos t)\ \delta_{-1}(t)$ e alle condizioni iniziali $y(0^-) = 1$ e $\frac{dy(0^-)}{dt} = -1$.

Esercizio 2. Si consideri un modello ingresso/uscita a tempo continuo, descritto da un'equazione differenziale del solito tipo, e avente funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{s}{s^2 + 5s + 4}.$$

i) Si discuta (se possibile) la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema.

iii) Il sistema dato può ammettere tra le sue evoluzioni libere in uscita una funzione del seguente tipo:

$$y_\ell(t) = e^{2t}\delta_{-1}(t)?$$

In caso negativo si giustifichi la risposta, in caso affermativo si determini una possibile equazione differenziale descrittiva del modello.

Esercizio 3. Dato un modello ingresso/uscita a tempo continuo, la cui risposta impulsiva è

$$w(t) = (ae^{at} - e^{-4t})\ \delta_{-1}(t),$$

con a parametro reale,

i) si studi la stabilità BIBO del sistema;

ii) per i valori di a per cui il sistema non è BIBO stabile, si determini un ingresso limitato a cui corrisponde un'uscita illimitata e (se possibile) un ingresso limitato a cui corrisponde un'uscita limitata;

iii) si determini per quali valori di a la funzione di trasferimento del sistema è priva di zeri.

Esercizio 4. Si determini, attraverso il criterio di Routh, quali di questi polinomi è di Hurwitz e, per quelli che non sono di Hurwitz si valuti, se possibile, il numero delle radici a parte reale positiva.

i) $p(s) = s^3 + 6s^2 + 11s + 6$;

ii) $p(s) = s^3 + 4s^2 - 5s + 2$;

iii) $p(s) = s^3 + 2s^2 + s + 2$;

iv) $p(s) = s^4 + 5s^3 + 2s^2 - s - 1$;

v) $p(s) = s^4 + 3s^3 + s^2 + 2s$;

vi) $p(s) = s^4 + s^3 + 2s + 1$.

Esercizio 5. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + (2-a)\frac{d^2y(t)}{dt^2} + (3-2a)\frac{dy(t)}{dt} - 3ay(t) = 2\frac{du(t)}{dt} - 2u(t), \qquad t \in [0, +\infty),$$

dove a è un numero reale.

i) Si determini la funzione di trasferimento del sistema.

ii) Si studi, al variare di a, la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema.

iii) Per $a = 1$ si determini, se possibile, la risposta (forzata) di regime permanente al segnale di ingresso

$$u(t) = \sin t \cos t \; \delta_{-1}(t).$$

Esercizio 6. Sia

$$y_\ell(t) = 4e^{-t}\sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right), \qquad t \geq 0,$$

l'evoluzione libera di un sistema SISO descritto dalla consueta equazione differenziale generica, in corrispondenza ad una determinata scelta delle condizioni iniziali.

i) Si determini un modello alle equazioni differenziali compatibile con la precedente evoluzione libera, e

ii) di tale modello si studi la stabilità asintotica e la stabilità BIBO.

Esercizio 7. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 2\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} - 5y(t) = \frac{du(t)}{dt} - u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+.$$

i) Si studi la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema.

ii) Si determini la risposta in frequenza del sistema.

iii) Si calcoli l'uscita forzata del sistema in corrispondenza all'ingresso $u(t) = \sin(t)\delta_{-1}(t) + \delta_{-1}(t-1)$, evidenziandone la componente di regime permanente.