

Esercizi di Controlli Automatici - 4

Matricole Pari - A.A. 2003/2004

Esercizio 1. Dato un modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{K}{s - \lambda},$$

determinare, se esistono, i valori dei parametri reali K e λ in corrispondenza ai quali la risposta di regime permanente all'ingresso $u(t) = \sin t \delta_{-1}(t)$ è $y_{rp}(t) = \cos(t + \pi/4) \delta_{-1}(t)$.

Esercizio 2. Un filtro di Butterworth passa-alto del secondo ordine è descritto dall'equazione differenziale:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1.41 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{d^2 u(t)}{dt^2}, \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove y è l'uscita e u l'ingresso.

- i) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.
- ii) Determinare la risposta impulsiva del sistema.
- iii) Determinare la risposta di regime permanente al segnale di ingresso $u(t) = (1 + \cos(\pi t))\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 3. Un filtro analogico presenta risposta impulsiva

$$w(t) = Ae^{-\sigma t} \sin(\omega t) \delta_{-1}(t),$$

dove A, σ e ω sono numeri reali positivi. Facendo uso delle trasformate di Laplace, determinare

- i) la risposta forzata del sistema al gradino unitario, e
- ii) la risposta forzata del sistema alla rampa unitaria, i.e. $u(t) = t\delta_{-1}(t)$.
- iii) Determinare un modello ingresso/uscita di ordine 3 che giustifichi la risposta impulsiva del filtro.

Esercizio 4. Sia

$$y_\ell(t) = 4e^{-t} \sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right), \quad t \geq 0,$$

l'evoluzione libera di un sistema SISO descritto dalla consueta equazione differenziale generica, in corrispondenza ad una determinata scelta delle condizioni iniziali.

- i) Si determini un modello alle equazioni differenziali compatibile con la precedente evoluzione libera, e
- ii) di tale modello si studi la stabilità asintotica.

- iii) Determinare, se possibile, la risposta di regime permanente di tale sistema in corrispondenza al segnale di ingresso $u(t) = (\sin t - \cos t)\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 5. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 1.5\frac{dy(t)}{dt} + 0.5y(t) = 4\frac{du(t)}{dt} + u(t), \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

- i) Si studi la stabilità BIBO del sistema.
 ii) Si determini la risposta in frequenza del sistema.
 iii) Si calcoli l'uscita del sistema in corrispondenza all'ingresso $u(t) = \delta(t) - \frac{1}{4}e^{-t/4}\delta_{-1}(t)$.
 iv) Si calcoli l'uscita forzata del sistema in corrispondenza all'ingresso

$$u(t) = \begin{cases} e^{j\frac{\pi}{4}t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0, \end{cases}$$

evidenziandone la componente di regime permanente.

Esercizio 6. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 5\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 18a\frac{dy(t)}{dt} + (3a-1)y(t) = \frac{du(t)}{dt} - 2u(t), \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

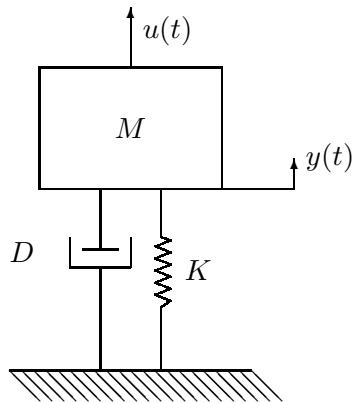
dove a è un numero reale.

- i) Si studi, al variare di a , la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema.
 ii) Per $a = 1/3$ si determini la risposta di evoluzione libera del sistema in corrispondenza alle condizioni iniziali

$$y(0^-) = 0 \quad \frac{dy(0^-)}{dt} = 1 \quad \frac{d^2y(0^-)}{dt^2} = -1.$$

- iii) Per $a = -27/39$, si determini la risposta di evoluzione forzata in corrispondenza al segnale di ingresso $u(t) = \delta(t) + e^{2t}\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 7. Si consideri il sistema massa-molla-smorzatore rappresentato in figura, dove M , K e D sono parametri reali positivi.



- i) Si determini la risposta in frequenza del sistema.
- ii) Per $D^2 = 4KM$, si determini, se possibile, la risposta di regime permanente al segnale di ingresso $u(t) = \cos\left(\frac{Dt}{2M}\right)\delta_{-1}(t)$.
- iii) Si determini, se possibile, la famiglia di condizioni a cui deve soddisfare la terna di parametri M, K e D affinché il sistema risponda al segnale di ingresso $u(t) = \sin t\delta_{-1}(t)$ con una risposta di regime permanente pari a

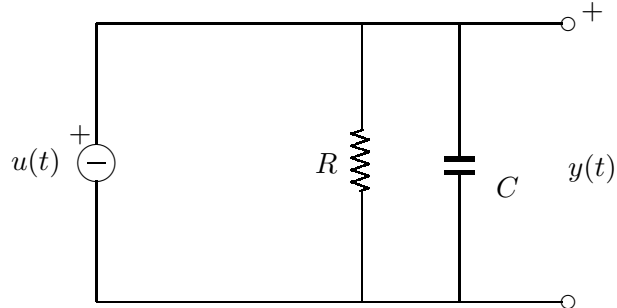
$$y_{rp}(t) = -0.1 \cos t\delta_{-1}(t).$$

Esercizio 8. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = u(t), \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

- i) Calcolare la risposta in frequenza del sistema $W(j\omega)$ e tracciare i diagrammi delle funzioni $|W(j\omega)|$ e $\arg(W(j\omega))$ in funzione di ω .
- ii) Si determini la risposta di regime permanente in corrispondenza al segnale di ingresso $u(t) = 2\cos(t - \pi/4)\delta_{-1}(t)$.
- iii) Determinare, se esistono, le condizioni iniziali $y(0^-)$ e $dy(0^-)/dt$ a cui corrisponde, in presenza della sollecitazione in ingresso $u(t) = 2\delta_{-1}(t)$ una risposta d'uscita che coincide con la risposta di regime permanente al medesimo segnale $u(t)$.

Esercizio 9. Si consideri il seguente circuito RC comandato in corrente.



- i) Si determini il modello ingresso/uscita del sistema.
- ii) Si determini l'evoluzione libera (a partire da condizioni iniziali generiche) e la risposta impulsiva del sistema.
- iii) Si descriva la dinamica del sistema in termini di trasformate di Laplace.
- iv) Si determini la risposta del sistema in corrispondenza ai seguenti segnali di ingresso
 - $u(t) = \sin(2t)\delta_{-1}(t)$;
 - $u(t) = (1 + \cos t)\delta_{-1}(t)$;
 - $u(t) = e^{-\frac{t}{RC}}\delta_{-1}(t)$.
- v) Assumendo $R = 100\Omega$ e $C = 10^{-4}F$, si determini la risposta di regime permanente del sistema in corrispondenza ai seguenti segnali di ingresso
 - $u(t) = \sin t\delta_{-1}(t)$;
 - $u(t) = (2 - \cos(100t))\delta_{-1}(t)$.