Esercizi di Controlli Automatici - 4
A.A. 2009/2010

Esercizio 1. Dato un modello ingresso/uscita a tempo continuo avente la seguente funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{K}{s - \lambda},$$

determinare, se esistono, i valori dei parametri reali K e λ in corrispondenza ai quali la risposta di regime permanente all'ingresso $u(t) = \sin t\, \delta_{-1}(t)$ è $y_{rp}(t) = \cos(t + \pi/4)\, \delta_{-1}(t)$.

Esercizio 2. Un filtro di Butterworth passa-alto del secondo ordine è descritto dall'equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 1.41\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{d^2u(t)}{dt}, \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove y è l'uscita e u l'ingresso.

i) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.

ii) Determinare la risposta impulsiva del sistema.

iii) Determinare la risposta di regime permanente al segnale di ingresso $u(t) = (1 + \cos(\pi t))\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 3. Un filtro analogico presenta risposta impulsiva

$$w(t) = Ae^{-\sigma t} \sin(\omega t)\ \delta_{-1}(t),$$

dove A, σ e ω sono numeri reali positivi. Facendo uso delle trasformate di Laplace, determinare

i) la risposta forzata del sistema al gradino unitario, e

ii) la risposta forzata del sistema alla rampa unitaria, i.e. $u(t) = t\delta_{-1}(t)$.

iii) Determinare un modello ingresso/uscita di ordine 3 che giustifichi la risposta impulsiva del filtro.

Esercizio 4. Sia

$$y_\ell(t) = 4e^{-t} \sin\Big(t + \frac{\pi}{6}\Big), \qquad t \geq 0,$$

l'evoluzione libera di un sistema SISO descritto dalla consueta equazione differenziale generica, in corrispondenza ad una determinata scelta delle condizioni iniziali.

i) Si determini un modello alle equazioni differenziali compatibile con la precedente evoluzione libera, e

ii) di tale modello si studi la stabilità asintotica.

iii) Determinare, se possibile, la risposta di regime permanente di tale sistema in corrispondenza al segnale di ingresso $u(t) = (\sin t - \cos t)\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 5. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 1.5\frac{dy(t)}{dt} + 0.5y(t) = 4\frac{du(t)}{dt} + u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+.$$

i) Si studi la stabilità BIBO del sistema.

ii) Si determini la risposta in frequenza del sistema.

iii) Si calcoli l'uscita del sistema in corrispondenza all'ingresso $u(t) = \delta(t) - \frac{1}{4}e^{-t/4}\delta_{-1}(t)$.

iv) Si calcoli l'uscita forzata del sistema in corrispondenza all'ingresso

$$u(t) = \begin{cases} e^{j\frac{\pi}{4}t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0, \end{cases}$$

evidenziandone la componente di regime permanente.

Esercizio 6. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 5\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 18a\,\frac{dy(t)}{dt} + (3a-1)y(t) = \frac{du(t)}{dt} - 2u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove a è un numero reale.

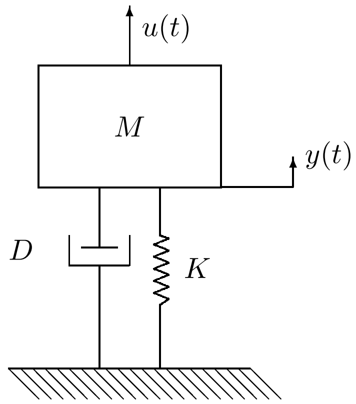
i) Si studi, al variare di a, la stabilità asintotica e la stabilità BIBO del sistema.

ii) Per $a = 1/3$ si determini la risposta di evoluzione libera del sistema in corrispondenza alle condizioni iniziali

$$y(0^-) = 0 \qquad \frac{dy(0^-)}{dt} = 1 \qquad \frac{d^2y(0^-)}{dt^2} = -1.$$

iii) Per $a = -27/39$, si determini la risposta di evoluzione forzata in corrispondenza al segnale di ingresso $u(t) = \delta(t) + e^{2t}\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 7. Si consideri il sistema massa-molla-smorzatore rappresentato in figura, dove M, K e D sono parametri reali positivi.



i) Si determini la risposta in frequenza del sistema.

ii) Per $D^2 = 4KM$, si determini, se possibile, la risposta di regime permanente al segnale di ingresso $u(t) = \cos\left(\frac{Dt}{2M}\right)\delta_{-1}(t)$.

iii) Si determini, se possibile, la famiglia di condizioni a cui deve soddisfare la terna di parametri M, K e D affinchè il sistema risponda al segnale di ingresso $u(t) = \sin t\delta_{-1}(t)$ con una risposta di regime permanente pari a

$$y_{rp}(t) = -0.1 \cos t\delta_{-1}(t).$$

Esercizio 8. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

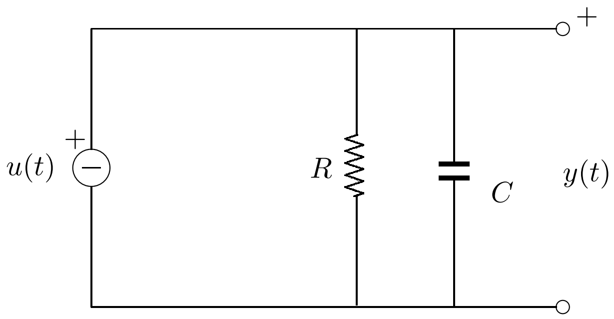
$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+.$$

i) Calcolare la risposta in frequenza del sistema $W(j\omega)$.

ii) Si determini la risposta di regime permanente in corrispondenza al segnale di ingresso $u(t) = 2\cos(t - \pi/4)\delta_{-1}(t)$.

iii) Determinare, se esistono, le condizioni iniziali $y(0^-)$ e $dy(0^-)/dt$ a cui corrisponde, in presenza della sollecitazione in ingresso $u(t) = 2\delta_{-1}(t)$ una risposta d'uscita che coincide con la risposta di regime permanente al medesimo segnale $u(t)$.

Esercizio 9. Si consideri il seguente circuito RC comandato in corrente.



i) Si determini il modello ingresso/uscita del sistema.

ii) Si determini l'evoluzione libera (a partire da condizioni iniziali generiche) e la risposta impulsiva del sistema.

iii) Si descriva la dinamica del sistema in termini di trasformate di Laplace.

iv) Si determini la risposta del sistema in corrispondenza ai seguenti segnali di ingresso

- $u(t) = \sin(2t)\delta_{-1}(t)$;
- $u(t) = (1 + \cos t)\delta_{-1}(t)$;
- $u(t) = e^{-\frac{t}{RC}}\delta_{-1}(t)$.

v) Assumendo $R = 100\Omega$ e $C = 10^{-4}F$, si determini la risposta di regime permanente del sistema in corrispondenza ai seguenti segnali di ingresso

- $u(t) = \sin t\delta_{-1}(t)$;
- $u(t) = (2 - \cos(100t))\delta_{-1}(t)$.