Esercizi di Controlli Automatici - 5
A.A. 2009/2010

Esercizio 1. Tracciare il diagramma di Bode delle seguenti funzioni di trasferimento:

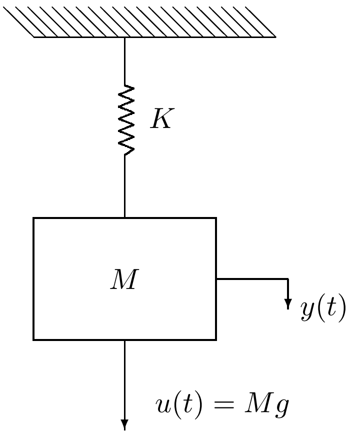
1. $W(s) = \dfrac{s}{s+1}$;
2. $W(s) = \dfrac{s-1}{s+1}$;
3. $W(s) = \dfrac{5}{(s+1)(s+5)}$;
4. $W(s) = \dfrac{s+10}{(s+0.1)(s+1)}$;
5. $W(s) = \dfrac{s-1}{s(s+10)}$;
6. $W(s) = \dfrac{s-1}{s^2}$;
7. $W(s) = 10\dfrac{s+0.1}{(s-1)(s+1)}$;
8. $W(s) = 10^3\dfrac{s(s+10)}{(s+10^2)^2}$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 100\frac{dy(t)}{dt} = \frac{du(t)}{dt} + u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove y è l'uscita e u l'ingresso. Si determini la risposta in frequenza del sistema e se ne tracci il diagramma di Bode.

Esercizio 3. Si consideri il seguente sistema meccanico



dove M rappresenta la massa del corpo sospeso, K la costante elastica della molla e indichiamo con ν il coefficiente di attrito che avversa il moto del corpo.

i) Determinare la risposta in frequenza $W(j\omega)$ del sistema;

ii) supponendo $M = 1Kg$, $K = 0.2N/m$ e $\nu = 0.01N \cdot s/m$, si tracci il diagramma di Bode di $W(j\omega)$.

Esercizio 4. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 11\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 10\frac{dy(t)}{dt} = 100\frac{du(t)}{dt} - u(t), \qquad t \in \mathbb{R}_+.$$

i) Si determini la risposta in frequenza del sistema e

ii) se ne tracci il diagramma di Bode.

Esercizio 5. Tracciare il diagramma di Bode delle seguenti funzioni di trasferimento:

1. $W(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$;

2. $W(s) = \dfrac{s+1}{s^2+2s+2}$;

3. $W(s) = \dfrac{s+10}{(s+0.1)(s^2+1)}$;

4. $W(s) = \dfrac{s-1}{s(s^2+6s+25)}$;

5. $W(s) = \dfrac{s+1}{s^2+2s+9}$;

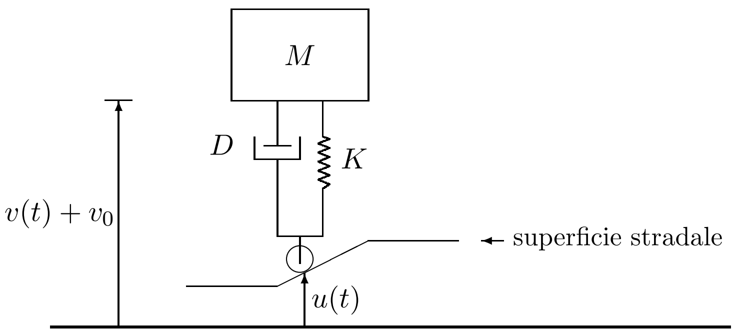
6. $W(s) = 10\dfrac{s+0.1}{(s-1)^2(s^2+1)}$.

7. $W(s) = 20\dfrac{s(s+0.1)}{(s^2+2s+9)^2}$;

8. $W(s) = \dfrac{s+0.1}{s^2(s^2+1)(s-10)}$;

9. $W(s) = 100\dfrac{s+1}{s(s^2+1)(s-10)^2}$.

Esercizio 6. [Sospensioni di un'automobile] Nel Capitolo 1 del libro abbiamo introdotto il sistema massa-molla-smorzatore e abbiamo elencato, tra le sue possibili applicazioni, la descrizione approssimata delle sospensioni di un'automobile. Vogliamo ora prendere in considerazione con maggior dettaglio questo problema. L'obiettivo delle sospensioni di un'automobile è quello di filtrare le brusche variazioni nell'andamento dell'automobile dovute alle irregolarità del terreno. In tal senso il sistema si comporta come un filtro passa-basso.



Nella figura precedente, y_0 rappresenta la distanza tra la massa M (dello chassis) dell'auto e la superficie stradale in condizioni di riposo, $y(t) + y_0$ la posizione dell'auto rispetto al riferimento di quota (indipendentemente dalle irregolarità del fondo stradale), mentre $u(t)$ rappresenta lo scostamento della posizione del fondo stradale rispetto al riferimento di quota. L'equazione descrittiva della dinamica del sistema risulta:

$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2} + D\frac{dy(t)}{dt} + Ky(t) = Ku(t) + D\frac{du(t)}{dt},$$

dove M è la massa dell'auto, K e D sono le costanti di molla e smorzatore.

i) Si studi la stabilità BIBO del sistema.

ii) Si determini la risposta in frequenza del sistema.

iii) Assumendo $D^2 < 4KM$, situazione tipica per i valori delle costanti in gioco in un sistema fisico, si tracci il diagramma di Bode della risposta in frequenza precedentemente determinata.

iv) Si determini la risposta al gradino $u(t) = \delta_{-1}(t)$ del sistema in esame.