ESERCIZIO: DOPPIO BIPOLO #1

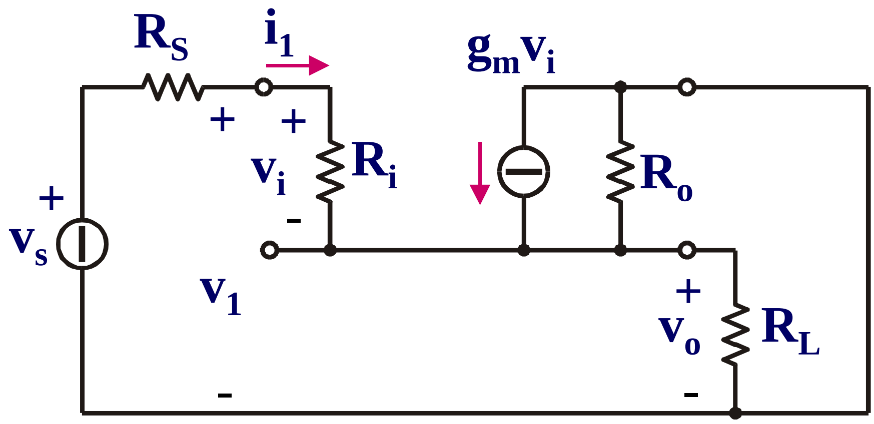

Figura 1

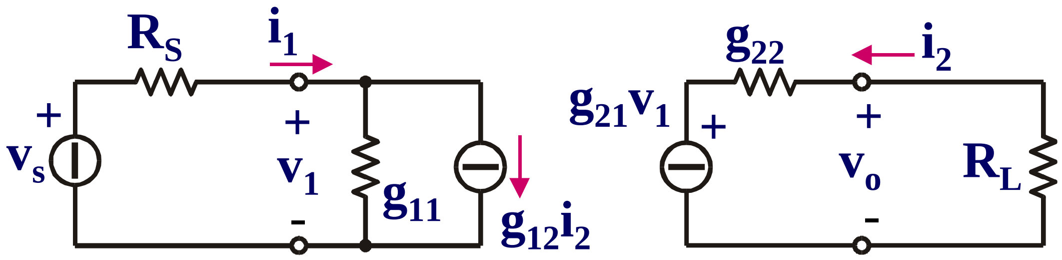

Figura 2

SOLUZIONE

La rappresentazione a parametri [g] di un quadripolo è caratterizzata dalle seguenti equazioni (con riferimento ai simboli della figura 2):

$$\begin{cases} i_1 = g_{11} v_1 + g_{12} i_2 \\ v_o = g_{21} v_1 + g_{22} i_2 \end{cases} \tag{1}$$

da cui si ricavano le seguenti definizioni dei parametri [g]:

$$g_{11} = \frac{i_1}{v_1}\Big|_{i_2=0} \tag{2.a}$$

$$g_{12} = \frac{i_1}{i_2}\Big|_{v_1=0} \tag{2.b}$$

$$g_{21} = \frac{v_o}{v_1}\Big|_{i_2=0} \tag{2.c}$$

$$g_{22} = \frac{v_o}{i_2}\Big|_{v_1=0} \tag{2.d}$$

Ridisegnamo inizialmente il circuito di figura 1 come mostrato in figura 3. Applichiamo ora le definizioni (2).

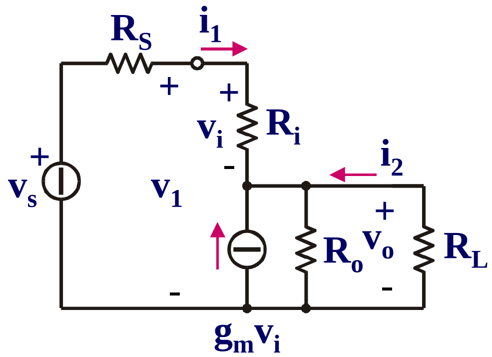

Figura 3

Determinazione di g_{11}:

Il parametro g_{11} rappresenta la conduttanza di ingresso quando viene annullata la corrente di uscita. Il circuito da analizzare è pertanto quello mostrato in figura 4 nel quale si è staccato il carico in modo da porsi nella condizione $i_2 = 0$ e si è applicato un generatore di tensione v_1 in ingresso. Da questo schema si calcola il rapporto i_1/v_1 come segue:

$$v_1 = v_i + R_o(i_1 + g_m v_i) \tag{3}$$

$$v_i = R_i i_1 \tag{4}$$

Sostituendo la seconda equazione nella prima, otteniamo:

$$g_{11} = \frac{1}{R_i + R_o(1 + g_m R_i)} \tag{5}$$

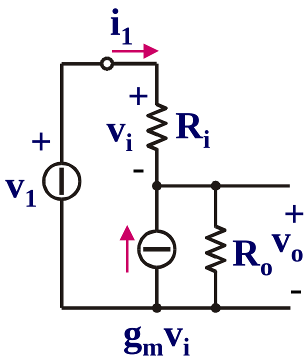

figura 4

Determinazione di g_{12}:

Il parametro g_{12} rappresenta il guadagno di corrente inverso quando viene cortocircuitata la porta di ingresso. Il circuito da analizzare è mostrato in figura 5. Da questo schema otteniamo:

$$v_i = -R_o(i_1 + i_2 + g_m v_i) \tag{6}$$

$$v_i = R_i i_1 \tag{7}$$

Sostituendo la seconda equazione nella prima otteniamo:

$$g_{12} = -\frac{R_o}{R_i + R_o(1 + g_m R_i)} = -R_o g_{11} \qquad (8)$$

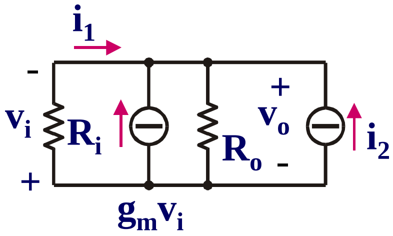

Figura 5

Determinazione di g_{21}:

Il parametro g_{21} rappresenta il guadagno di tensione diretto a vuoto. Il circuito da analizzare rimane quello di figura 4. Da questo schema calcoliamo:

$$v_o = R_o(i_1 + g_m R_i i_1) \qquad (9)$$

ma, essendo l'uscita a vuoto, possiamo scrivere:

$$i_1 = g_{11} v_1 \qquad (10)$$

per cui sostituendo nella (9) otteniamo:

$$g_{21} = \frac{R_o(1 + g_m R_i)}{R_i + R_o(1 + g_m R_i)} \qquad (11)$$

Determinazione di g_{22}:

Il parametro g_{22} rappresenta la resistenza di uscita quando viene cortocircuitata la porta di ingresso. Il circuito da analizzare rimane quello di figura 5.

$$v_o = (R_o // R_i)(i_2 - g_m v_o) \qquad (12)$$

Dopo alcuni passaggi otteniamo:

$$g_{22} = \frac{R_o // R_i}{1 + g_m R_o // R_i} = R_o // R_i // \frac{1}{g_m} \qquad (13)$$

Determinazione dei parametri [g] per $R_o = \infty$

$$\lim_{R_o \to \infty} g_{11} = 0 \qquad (14.a)$$

$$\lim_{R_o \to \infty} g_{12} = -\frac{1}{1 + g_m R_i} \qquad (14.b)$$

$$\lim_{R_o \to \infty} g_{21} = 1 \qquad (14.c)$$

$$\lim_{R_o \to \infty} g_{22} = \frac{R_i}{1 + g_m R_i} \qquad (14.d)$$

Calcoliamo la resistenza di ingresso dallo schema di figura 2 sapendo che $g_{11} = 0$

$$R_{in} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{v_1}{g_{12} i_2} = \frac{v_1}{-g_{12} v_1}\left(g_{22} + R_L\right) = R_i + R_L\left(1 + g_m R_i\right) \tag{15}$$

Calcoliamo il guadagno di tensione dallo schema di figura 2 sapendo che $g_{11} = 0$

$$A_v = \frac{v_o}{v_S} = \frac{R_L}{g_{22} + R_L} g_{21} \frac{R_{in}}{R_S + R_{in}} = \frac{R_L\left(1 + g_m R_i\right)}{R_S + R_i + R_L\left(1 + g_m R_i\right)} \tag{16}$$

E' lasciato allo studente il compito di verificare che le stesse relazioni si possono ricavare direttamente dallo schema di figura 1.