

ESERCIZIO: RADDRIZZATORE AD UNA SEMIONDA

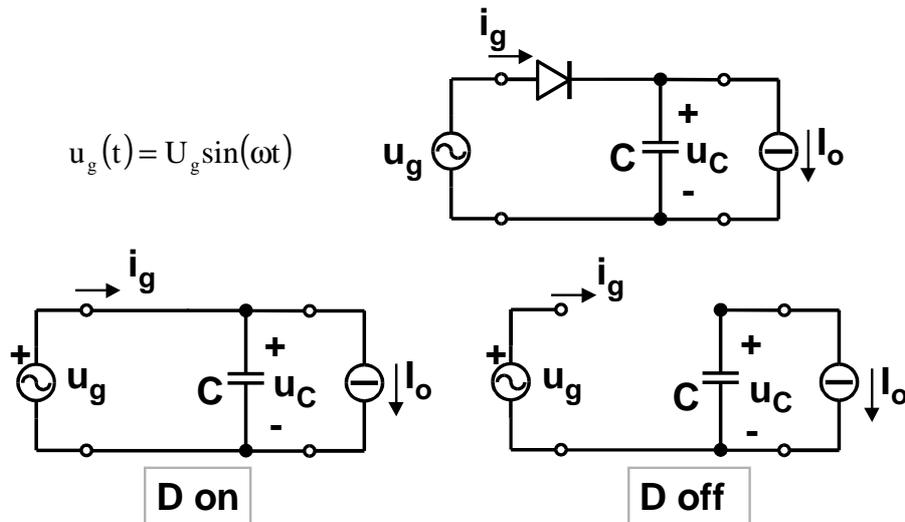


Figura 1

SOLUZIONE

A seconda dello stato del diodo di raddrizzamento due diverse topologie devono essere analizzate come mostrato in figura 1. Dopo una fase iniziale di carica del condensatore, a regime la tensione u_C ai suoi capi sarà composta da un termine continuo con una ondulazione residua sovrapposta.

Durante l'intervallo in cui il diodo è spento ($t > t_2$), il condensatore viene scaricato linearmente dalla corrente di carico I_o (vedi figura 2). L'espressione della tensione di uscita è la seguente:

$$u_C(t) = U_2 - \frac{I_o}{C}(t - t_2) \quad (1)$$

dove U_2 è la tensione su C al termine della precedente fase di carica. Quando, durante la successiva semionda positiva della tensione di ingresso u_g diventa uguale a u_C , il diodo di raddrizzamento viene polarizzato direttamente e inizia a condurre. Tale istante si determina dalla relazione:

$$U_1 = u_C(T + t_1) = u_g(T + t_1) = U_g \sin(\omega t_1) \quad (2)$$

IMPORTANTE: l'entrata in conduzione di un diodo è determinata dalla tensione imposta ai suoi capi dal circuito in cui si trova inserito!

Quando il diodo conduce, la tensione di uscita è chiaramente uguale a quella del generatore di ingresso, mentre la corrente nel diodo i_g risulta essere la somma della corrente di uscita e della corrente capacitiva:

$$i_g(t) = C \frac{du_g}{dt} + I_o = \omega C U_g \cos(\omega t) + I_o = I_o (k \cos(\omega t) + 1) \quad (3)$$

dove $k = \frac{\omega C U_g}{I_o}$. Tale corrente ha il suo massimo esattamente nell'istante t_1 d'inizio della conduzione del diodo.

Quando i_g si annulla (istanti $t_2 + nT$), il diodo si spegne iniziando la fase di scarica di C .

$$i_g(t_2) = 0 \Rightarrow \cos(\omega t_2) = -\frac{I_o}{\omega C U_g} = -\frac{1}{k} \quad (4)$$

IMPORTANTE: lo spegnimento di un diodo avviene quando si annulla la corrente che vi sta passando e che è imposta dal circuito in cui si trova inserito!

Osserviamo che se $k \gg 1$, $\theta_2 = \omega t_2$ diventa praticamente uguale a $\pi/2$. In tale istante, la tensione U_2 ai capi del condensatore di filtro vale:

$$U_2 = u_g(t_2) = U_g \sin(\theta_2) = U_g \sqrt{1 - \left(\frac{1}{k}\right)^2} \quad (5)$$

Siamo ora in grado di ricavare tutte le grandezze di interesse relative a questo circuito. L'angolo $\theta_1 = \omega t_1$ di inizio conduzione del diodo si determina sostituendo la (4) e la (5) nella (2) ottenendo la seguente equazione trascendente:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{1}{k}\right)^2} - \frac{1}{k} \left(2\pi + \theta_1 - \cos^{-1} \left(-\frac{1}{k} \right) \right) = \sin(\theta_1) \quad (6)$$

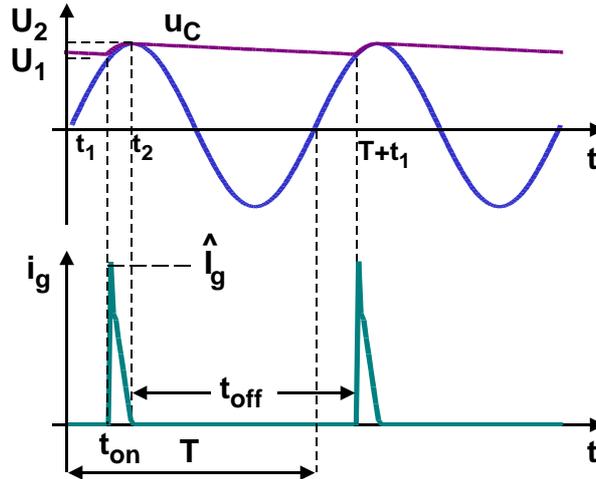


Figura 2

L'andamento dell'angolo θ_1 normalizzato a $\pi/2$ è riportato nella figura 3 al variare del parametro k (curva rossa) assieme ad una espressione approssimata che sarà ricavata in seguito (curva blu). Come si può vedere, all'aumentare di k tale angolo tende anch'esso sempre più a $\pi/2$.

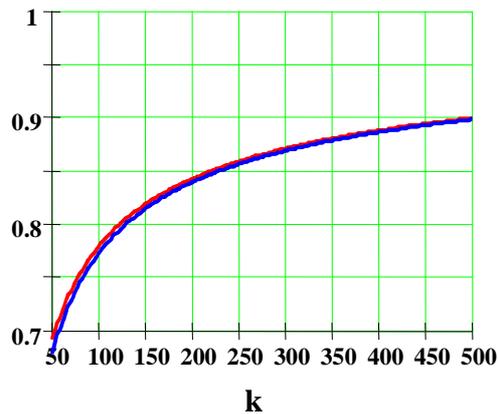


Figura 3

La corrente di picco nel diodo di raddrizzamento si ricava dalla (3) ed il suo valore normalizzato ad I_0 è riportato in figura 4 (curva rossa) assieme ad un valore approssimato (curva blu). Come si può vedere, lo stress di corrente sul diodo risulta tanto più elevato quanto minore è l'ondulazione residua ai capi del condensatore di filtro. In pratica, la corrente di picco del diodo risulta minore di quanto ricavato per via teorica per effetto della inevitabile impedenza di uscita (generalmente induttiva) del generatore di tensione di rete.

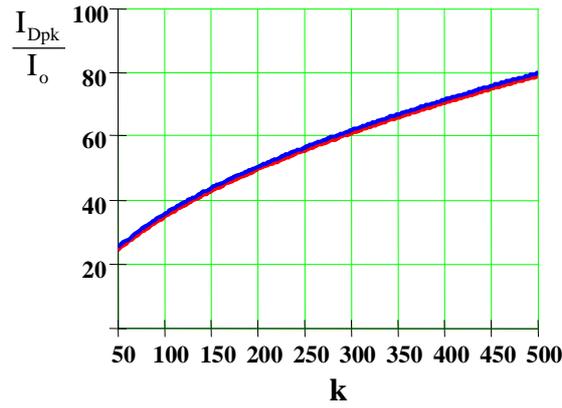


Figura 4

Ricaviamo ora il valore medio della tensione di uscita e la sua ondulazione relativa picco-picco:

$$\Delta U_o = U_g - U_1 = U_g (1 - \sin(\theta_1)) \quad (7)$$

$$U_o = U_g - \frac{\Delta U_o}{2} = U_g \frac{1 + \sin(\theta_1)}{2} \quad (8)$$

$$r_{U_o} = \frac{\Delta U_o}{U_o} = 2 \frac{1 - \sin(\theta_1)}{1 + \sin(\theta_1)} \quad (9)$$

Gli andamenti della tensione media e della sua ondulazione sono riportati in figura 5 (curva rossa) assieme ad una loro espressione approssimata (curva blu):

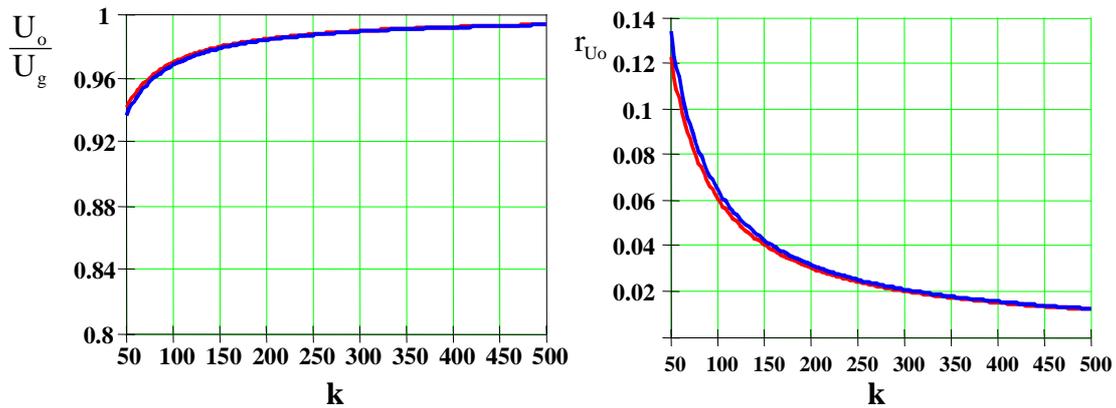


Figura 5

Le espressioni approssimate per le varie grandezze del circuito si ricavano osservando che il periodo di scarica di C è di poco inferiore ad un periodo completo della tensione di rete. Possiamo, quindi, scrivere:

$$\Delta U_{oapp} = \frac{I_o T}{C} = \frac{2\pi}{k} U_g \quad (10)$$

$$U_{oapp} = U_g - \frac{\Delta U_{oapp}}{2} = U_g \left(1 - \frac{\pi}{k}\right) \quad (11)$$

$$r_{U_{oapp}} = \frac{\Delta U_o}{U_o} = \frac{2\pi}{k} \frac{1}{1 - \frac{\pi}{k}} \quad (12)$$

$$U_{1app} = U_g - \Delta U_{oapp} = U_g \sin(\theta_{1app}) \Rightarrow \theta_{1app} = \sin^{-1}\left(1 - \frac{2\pi}{k}\right) \quad (13)$$

$$\frac{I_{Dpkapp}}{I_o} = 1 + 2k \sqrt{\frac{\pi}{k} \left(1 - \frac{\pi}{k}\right)} \approx 1 + 2\sqrt{k\pi} \quad (14)$$

Come si può osservare dalle figure precedentemente riportate l'approssimazione è valida e anzi porta ad una leggera sovrastima delle varie grandezze per cui il progetto fatto in base a tali relazioni approssimate è conservativo.

Dalle specifiche date ricaviamo il valore di k dalla (12):

$$k = \pi \left(1 + \frac{2}{r_{U_o}} \right) = 66$$

da cui si trova $C = 1.35\text{mF}$. Dalla (11) e dalla (14) ricaviamo poi i valori approssimati della tensione media di uscita e dello stress di corrente nel diodo che risultano rispettivamente:

$$U_o = 296\text{V}, I_{Dpk} = 58.2\text{A}$$

(Utilizzando le espressioni esatte si avrebbe $U_o = 297\text{V}, I_{Dpk} = 56.3\text{A}$).

NOTA: in un progetto reale la capacità C deve avere un valore commerciale per cui si sceglierà il valore più prossimo ma superiore a quello calcolato. In questo esempio si poteva scegliere di collegare in parallelo due condensatori da $1000\mu\text{F}$ e $470\mu\text{F}$ rispettivamente. Da notare, inoltre, che tali condensatori devono essere in grado di sopportare una tensione di picco di 314V , si devono perciò utilizzare condensatori da 350V o 400V .