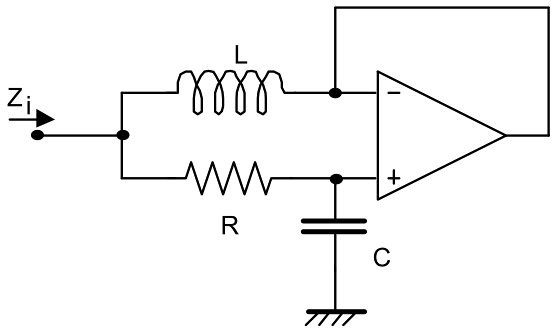
ESERCIZIO 1

Dato il circuito di figura composto da un amplificatore operazionale ideale:

1) Determinare l'impedenza di ingresso Z_i
2) Tracciare i diagrammi del modulo e della fase dell'impedenza così trovata, intesa come funzione di trasferimento fra corrente e tensione (diagrammi di Bode)



SOLUZIONE

1) Impedenza di ingresso

Il valore dell'impedenza Z_i si calcola dal rapporto V_i / I_i con V_i tensione applicata in ingresso e I_i corrente assorbita dal circuito.

La corrente I_i può essere pensata come somma delle correnti dei due rami connessi al nodo di ingresso:

$$I_i = I_i' + I_i''$$

$$I_i' = \frac{V_i}{R + \frac{1}{sC}} = V_i \frac{sC}{1+sRC}$$

$$I_i'' = \frac{V_L}{sL} = \frac{V_R}{sL} = V_i \frac{sC}{1+sRC} R \frac{1}{sL}$$

$$I_i = V_i \frac{sC}{1+sRC} + V_i \frac{sC}{1+sRC} \frac{R}{sL}$$

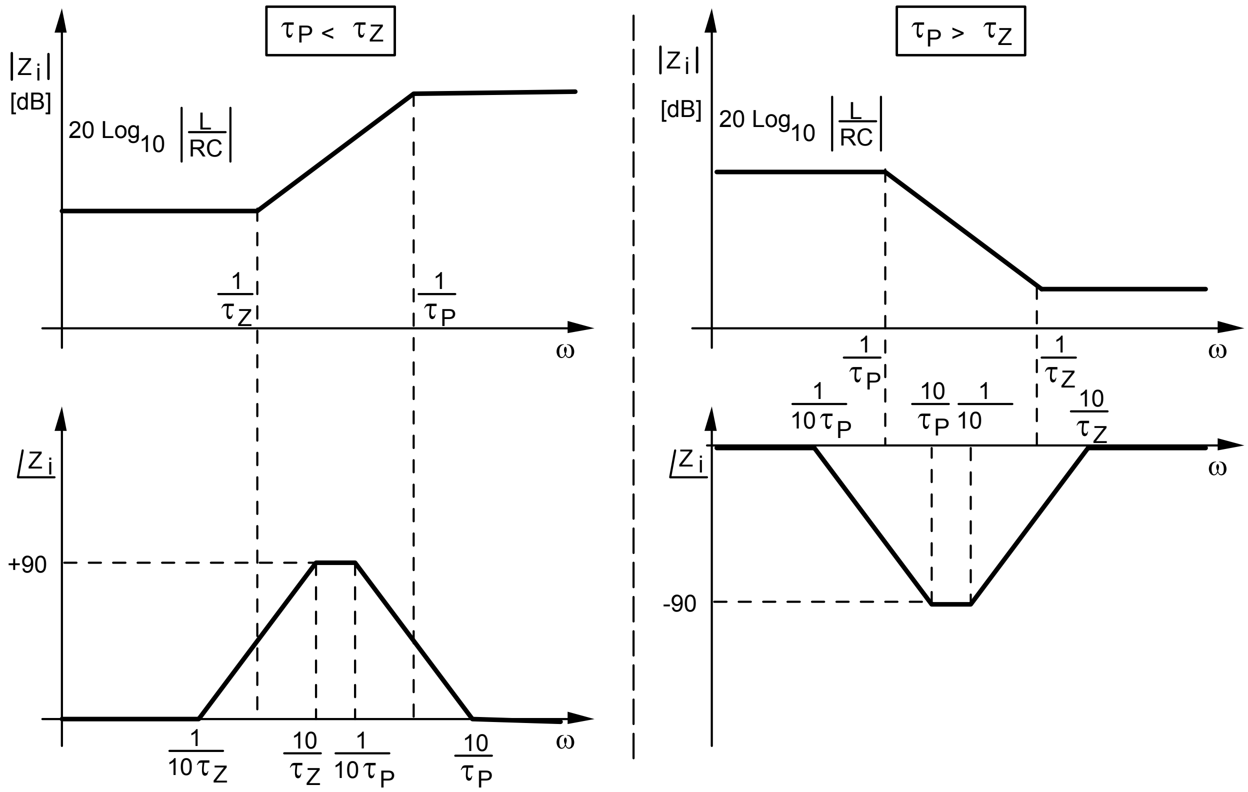
$$\frac{I_i}{V_i} = \frac{sC}{1+sRC}\left(1+\frac{R}{sL}\right) = \frac{sC}{1+sRC}\left(\frac{R+sL}{sL}\right)$$

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = \frac{sL}{sC} \cdot \frac{1+sRC}{R(1+sL/R)} = \frac{L}{RC}\left(\frac{1+s\tau_Z}{1+s\tau_P}\right)$$

con $\tau_Z = RC, \tau_P = L/R$

2) Diagrammi di Bode

A seconda che $\tau_Z < \tau_P$ o $\tau_Z > \tau_P$ si ottiene uno dei seguenti diagrammi di Bode:



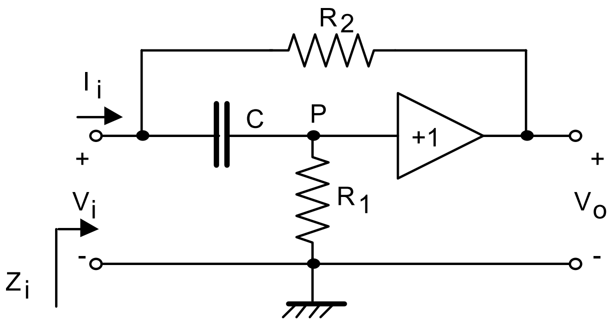
Nota: i grafici non sono rigorosamente in scala, ma dipendono dai valori di R, L e C.

ESERCIZIO 2

Sia dato il circuito di figura nel quale l'amplificatore a guadagno unitario è ideale (resistenza di ingresso infinita e resistenza di uscita nulla)

Dati: R_1 = 4.7 kΩ; R_2 = 1 kΩ; C = 27 nF.

1) Calcolare l'impedenza di ingresso Z_i
2) Tracciare il diagramma di Bode asintotico del modulo e della fase di Z_i (intesa come funzione di trasferimento fra corrente e tensione) specificando le frequenze di spezzamento e i valori del modulo (in dB) in bassa e alta frequenza.
3) Calcolare i valori numerici del modulo e della fase Z_i alla frequenza f = 3 kHz.



SOLUZIONE

1) Calcolo di Z_i

$$V_o = V_P$$

$$I_i = \frac{V_i - V_o}{\frac{1}{sC}} + \frac{V_i - V_o}{R_2} = \left(\frac{1}{R_2} + sC\right)V_i - \left(\frac{1}{R_2} + sC\right)V_P = \left(\frac{1}{R_2} + sC\right)\left(V_i - V_P\right)$$

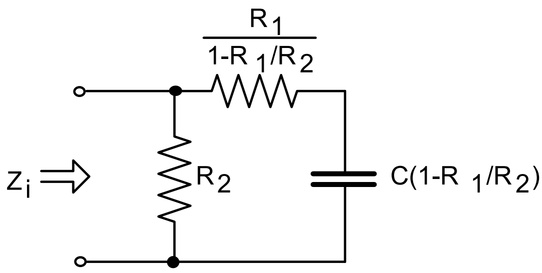
$$V_P = V_i \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC}} = V_i \frac{sC\,R_1}{1 + sC\,R_1}$$

$$I_i = \left(\frac{1}{R_2} + sC\right)V_i\left(1 - \frac{sCR_1}{1 + sCR_1}\right) = \frac{V_i}{R_2}\frac{1 + sCR_2}{1 + sCR_1}$$

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = R_2\frac{1 + sCR_1}{1 + sCR_2} = \frac{1}{\frac{1 + sCR_2 + sCR_1 - sCR_1}{R_2\left(1 + sCR_1\right)}} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)\frac{sC}{1 + sCR_1}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)\frac{1}{\frac{1}{sC} + R_1}}$$

L'impedenza così ottenuta coincide con quella del circuito di figura che ne rappresenta un modello equivalente.



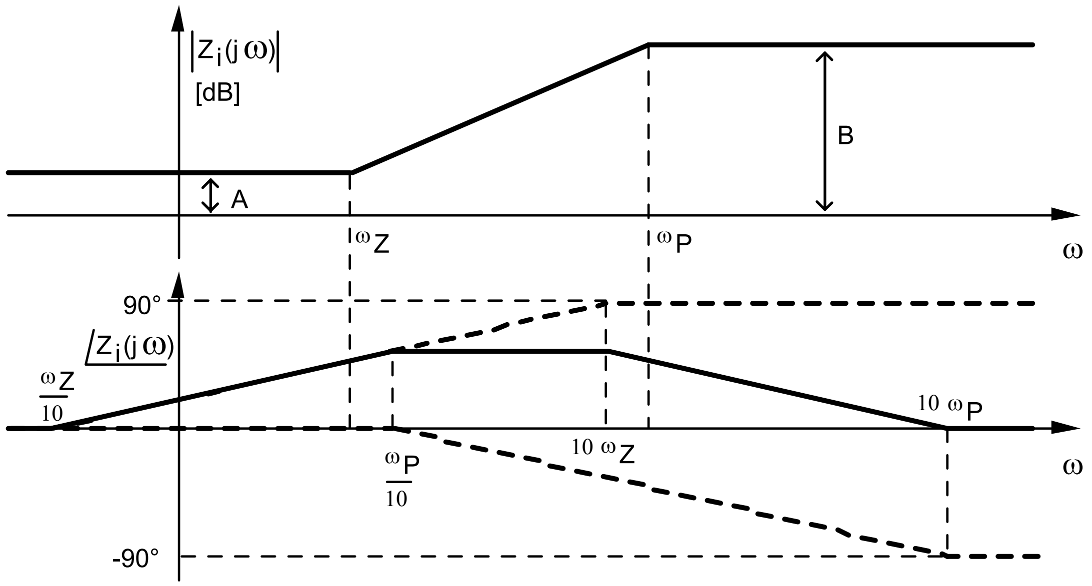
2) Diagramma di Bode

L'espressione del modulo e della fase di Z_i sono:

$$|Z_i(j\omega)| = R_2 \frac{\sqrt{1+(\omega R_1 C)^2}}{\sqrt{1+(\omega R_2 C)^2}}$$

$$\underline{/Z_i(j\omega)} = \underline{/1+j\omega R_1 C} - \underline{/1+j\omega R_2 C} = \text{arctg}(\omega R_1 C) - \text{arctg}(\omega R_2 C)$$

e i diagrammi di Bode risultano:



dove sono stati definiti:

$\omega_Z = \frac{1}{R_1 C}$; $A = 20\log_{10} R_2$; $\omega_P = \frac{1}{R_2 C}$; $B = 20\log_{10} R_1$.

3) Calcolo di modulo e fase a 3 kHz

Il valore del modulo e della fase di Z_i alla frequenza di 3kHz si ottiene sostituendo tale valore nelle espressioni relative calcolate al punto precedente.

Risulta:

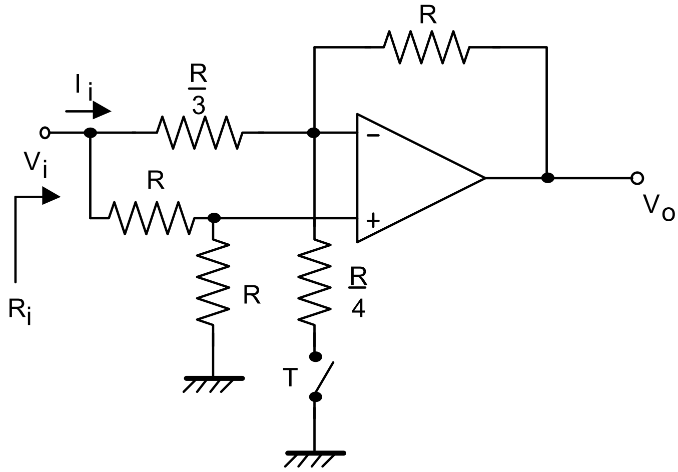
$|Z_i(j\omega)| = 2311\Omega$ $\underline{/Z_i(j\omega)} = 40.3°$

ESERCIZIO 3

Dato il circuito di figura costituito da un amplificatore operazionale ideale, trovare:

1) $A_V=V_o/V_i$ e R_i con T aperto

2) $A_V=V_o/V_i$ e R_i con T chiuso



SOLUZIONE

1)

$$V_+ = \frac{V_i}{2}; \quad V_o = -R\left(V_i - \frac{V_i}{2}\right)\frac{1}{R/3} + \frac{V_i}{2} = -3\frac{V_i}{2} + \frac{V_i}{2} = -V_i$$

$$I_i = \frac{V_i}{2R} + \left(V_i - \frac{V_i}{2}\right)\frac{3}{R} = \left(\frac{1}{2R} + \frac{3}{2R}\right)V_i = \frac{2}{R}V_i; \quad R_i = \frac{R}{2}$$

2)

$$V_+ = \frac{V_i}{2}; \quad V_o = -R\left[\left(V_i - \frac{V_i}{2}\right)\frac{1}{R/3} - \frac{V_i}{2}\frac{4}{R}\right] + \frac{V_i}{2} = -V_i + 2V_i = V_i$$

I_i non è cambiata chiudendo T: $R_i = \dfrac{R}{2}$.