L'Amplificatore Operazionale

Sommario

L'amplificatore Operazionale:

- **Introduzione agli A.O.**
- **Caratteristiche degli A.O. ideali**
- **Amplificatore Invertente e NON Invertente**
- **Inseguitore**
- **Differenziale (Ampl. da strumentazione)**
- **Circuiti elementari a risposta dipendente dalla frequenza**
- **NON Idealità: qualche esempio**
- **Comparatori**

Argomenti della lezione:

T02: Introduzione agli amplificatori operazionali. Caratteristiche degli amplificatori operazionali ideali. Amplificatore invertente, non invertente. Effetto del guadagno finito sulla configurazione non invertente

Introduzione

Gli A.O. rappresentano uno dei componenti più importanti nel mondo dell’elettronica (dal 1960 circa)

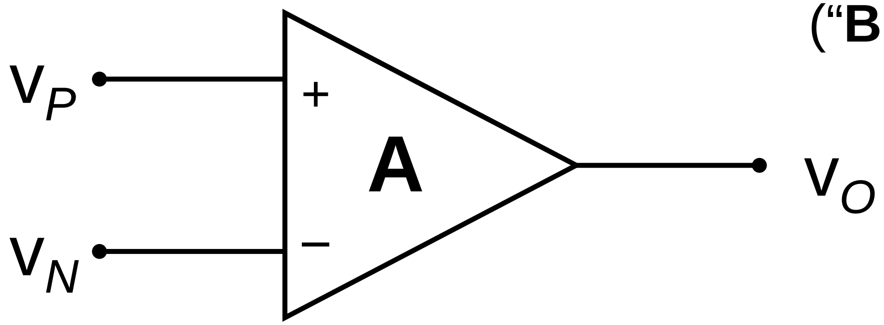
VERSATILITA’!

Sono particolarmente adatti a svolgere funzioni matematiche (moltiplicazioni, addizioni, sottrazioni, integrazioni, derivazioni ….) da cui il loro nome “Operazionali”

Ma possono fare molte altre funzioni (filtri, generatori, comparatori …)

Introduzione

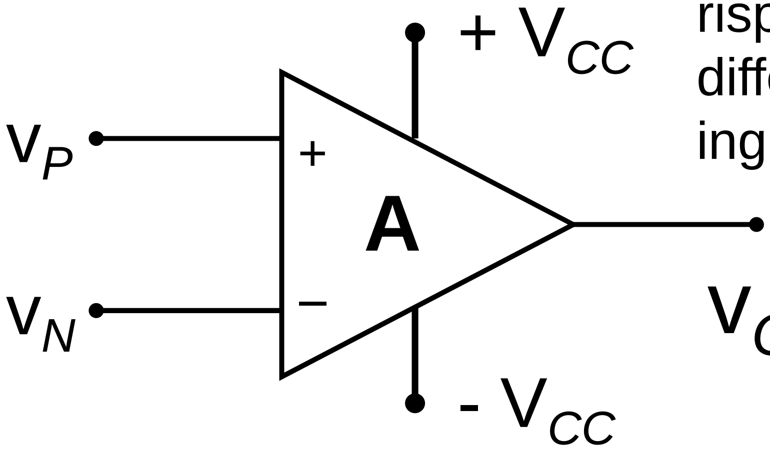
Approccio a
"scatola chiusa"
("**Black Box**")



$$v_O=A(v_P-v_N)$$

$\mathbf{v_P}$ = tensione al morsetto **non invertente**
$\mathbf{v_N}$ = tensione al morsetto **invertente**
A = guadagno di tensione a circuito aperto
$\mathbf{v_O}$ = tensione di uscita

Introduzione



Tutte le tensioni sono misurate rispetto a massa, ma solo la differenza delle tensioni in ingresso determina l’uscita.

$$v_O = A(v_P - v_N) = Av_{id}$$

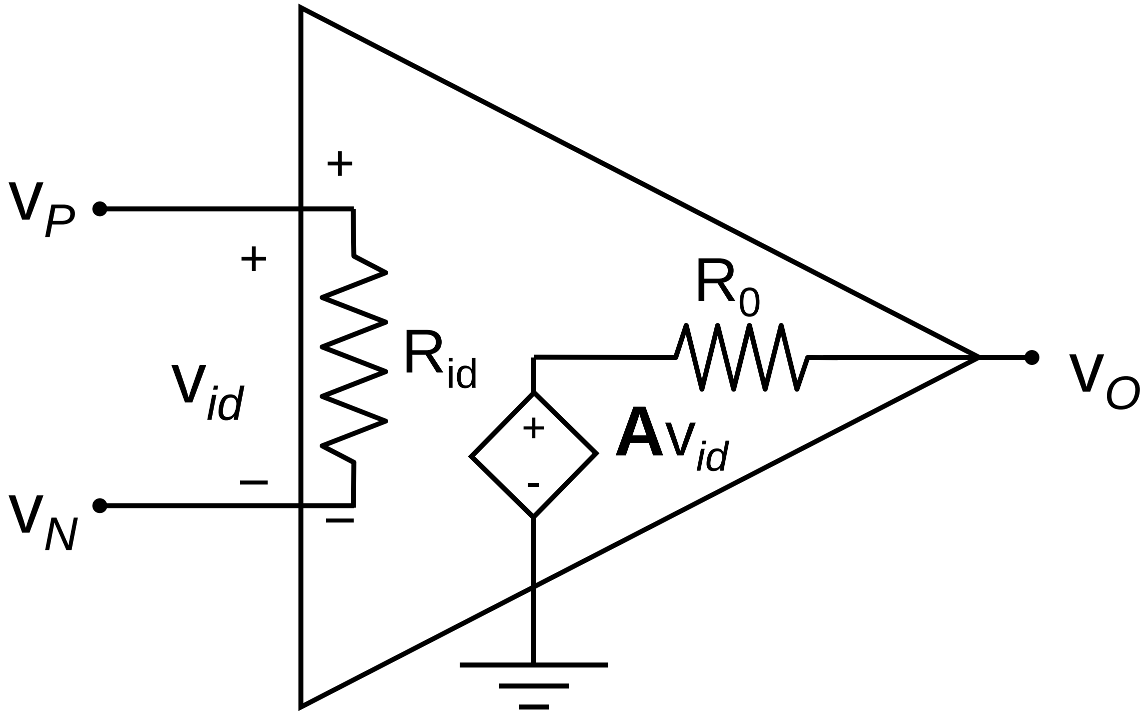
Amplificatore differenziale

$\mathbf{v}_{id} = \mathbf{v}_P - \mathbf{v}_N$ = segnale differenziale di ingresso

Anche l’uscita è data rispetto a massa (“***SINGLE ENDED”***)

Normalmente le tensioni di alimentazione non vengono indicate …. ma ci sono e **$- V_{CC} < v_O < +V_{CC}$**

In generale: ……

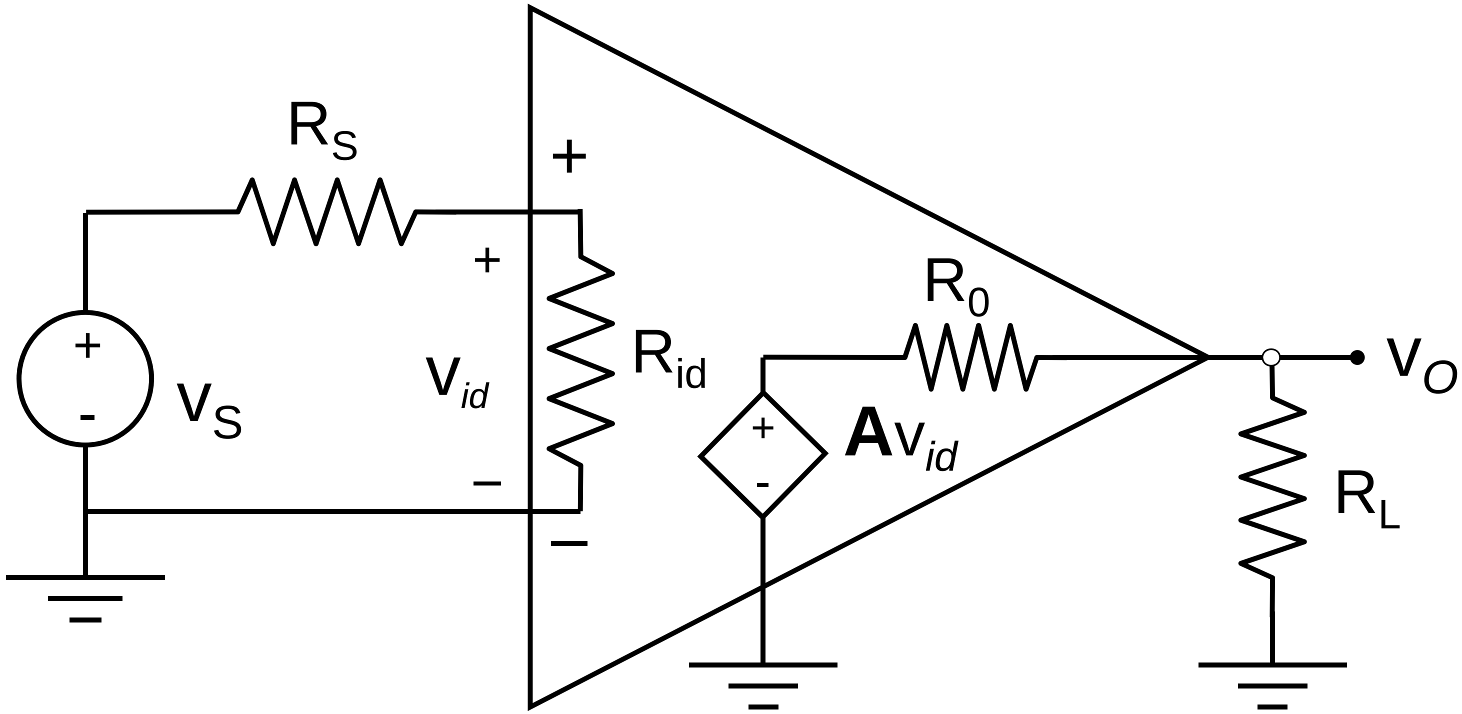


$\mathbf{R_{id}}$ = Resistenza differenziale di ingresso

$\mathbf{R_0}$ = Resistenza di uscita

$\boldsymbol{v_{id}} = \mathbf{v_P} - \mathbf{v_N}$ = segnale differenziale di ingresso

Tipica applicazione



$$\mathrm{A_v} = \frac{v_o}{v_s} = A \cdot \frac{R_{id}}{R_{id} + R_S} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_0} < A$$

Differential Amplifier Model: With Source and Load (Example)

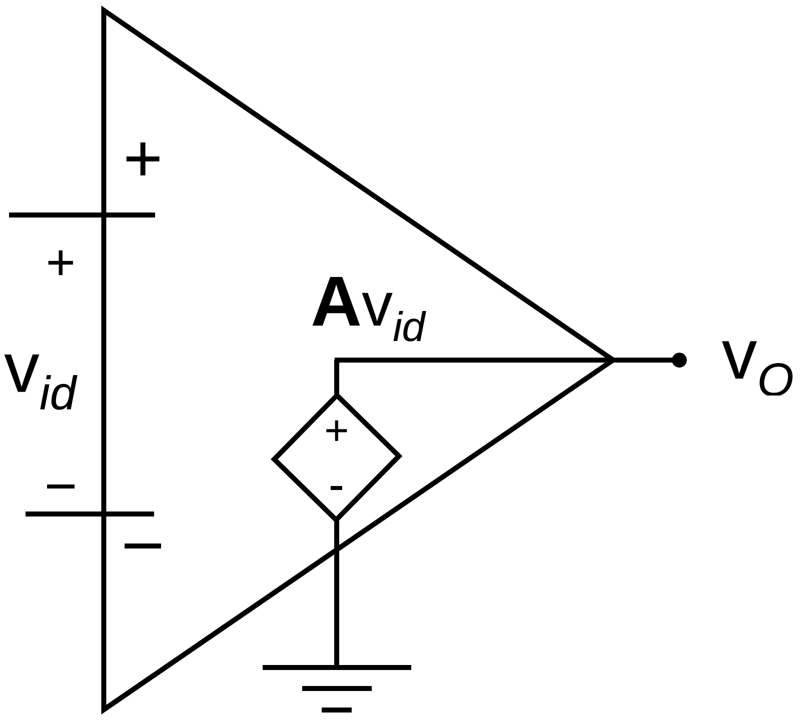
- **Problema**: Calcolare il guadagno in tensione:
- **Dati**: A=100, R_{id} =100kΩ, R_o = 100Ω, R_S =10kΩ, R_L =1000Ω
- **Analisi**:

$$A_v = \frac{\mathrm{v_o}}{\mathrm{v_s}} = \frac{R_{id}}{R_{id} + R_S} \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

$$= 100\left(\frac{100\mathrm{k}\Omega}{10\mathrm{k}\Omega + 100\mathrm{k}\Omega}\right)\left(\frac{1000\Omega}{100\Omega + 1000\Omega}\right) = 82.6 = 38.3\mathrm{dB}$$

A = **open-loop gain** (massimo guadagno in tensione disponibile)

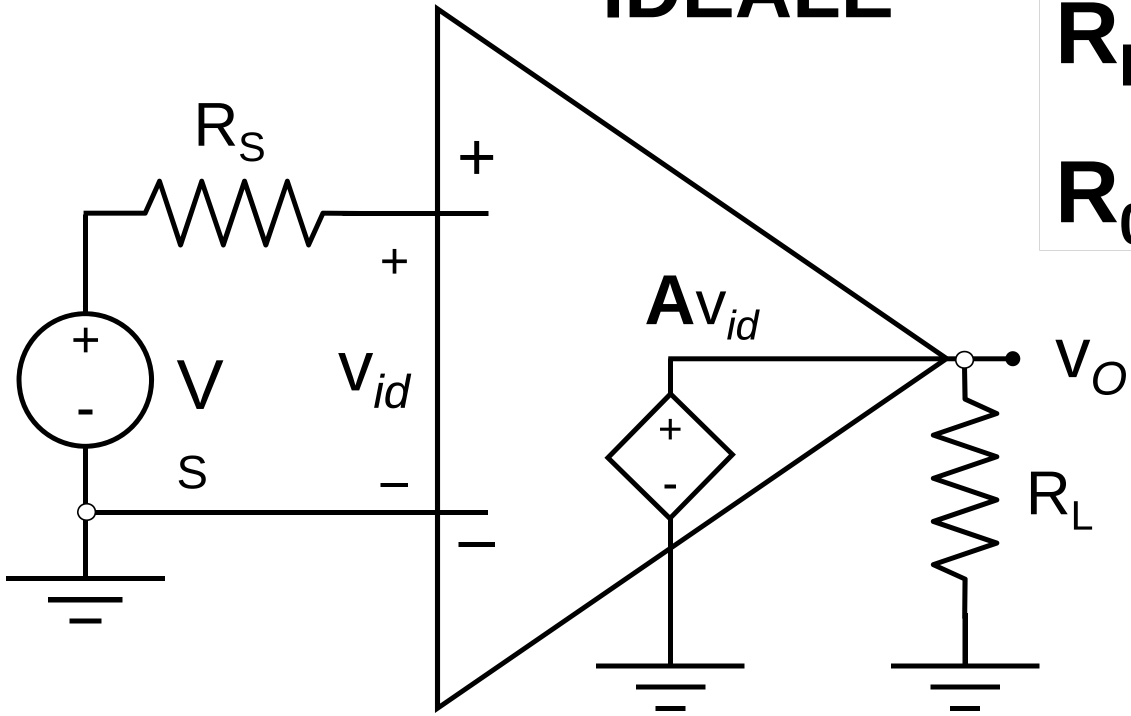
AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE IDEALE



$R_{ID} = \infty$

$R_0 = 0\ \Omega$

AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE IDEALE

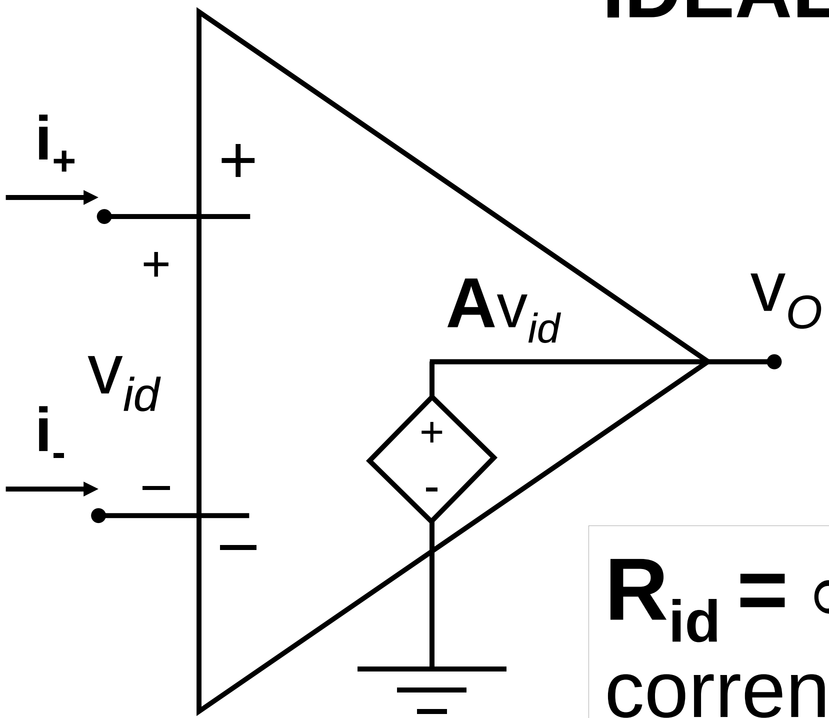


$R_{ID} = \infty$

$R_0 = 0\ \Omega$

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = A \cdot \frac{R_{id}}{R_{id} + R_S} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_0} = A$$

AMPLIFICATORE OPERAZIONALE IDEALE



$R_{id} = \infty$

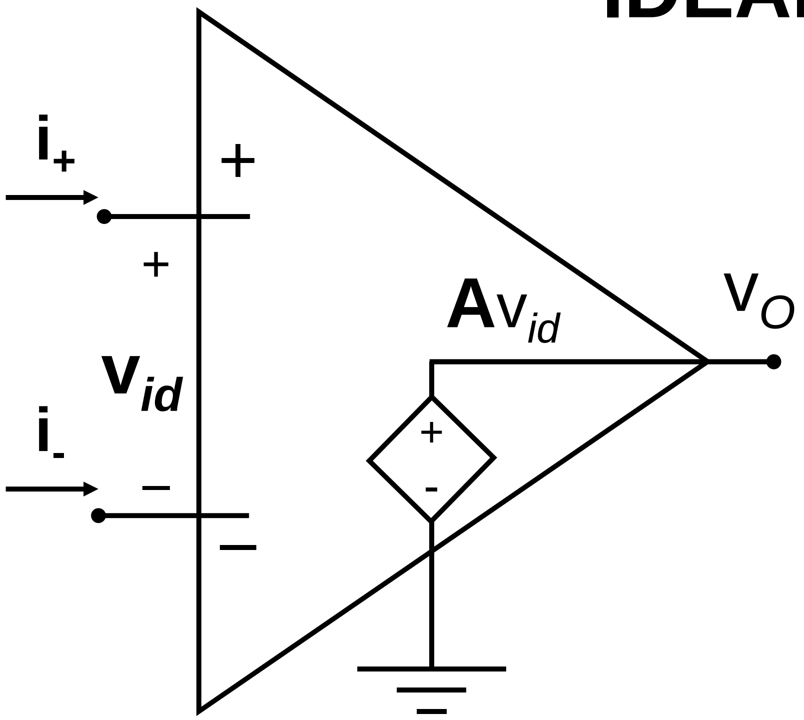
$R_0 = 0\ \Omega$

$A = \infty$

$R_{id} = \infty$ implica che le correnti di ingresso $\mathbf{i_+}$ e $\mathbf{i_-}$ sono nulle!

Ci sono altre proprietà (vedi lista a pagina 313)

AMPLIFICATORE OPERAZIONALE IDEALE



Posto che:

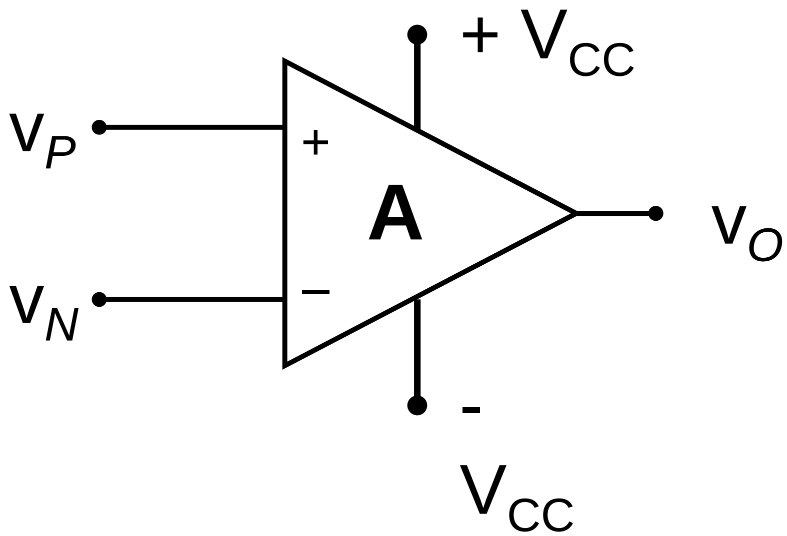
$$v_{id} = \frac{v_o}{A}$$

Si osserva che:

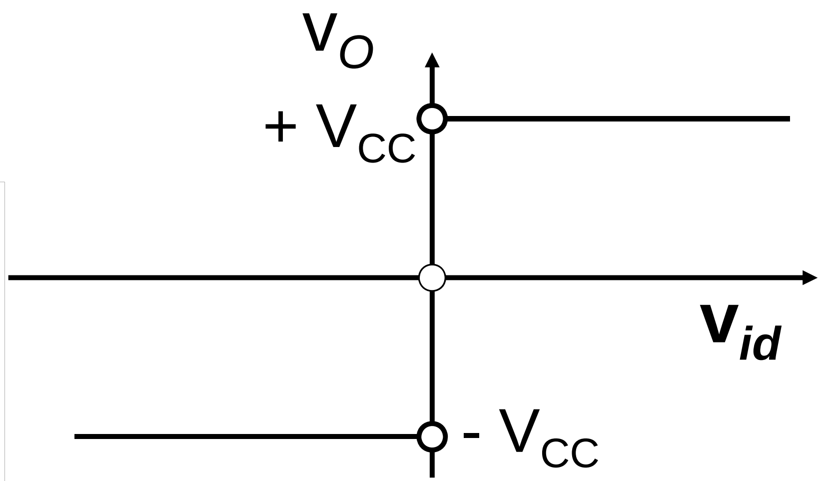
$$\lim_{A\to\infty} v_{id} = 0$$

Se **A = ∞ ,** allora $\mathbf{v_{id} = 0}$
per ogni valore finito di v_o

CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE IDEALE

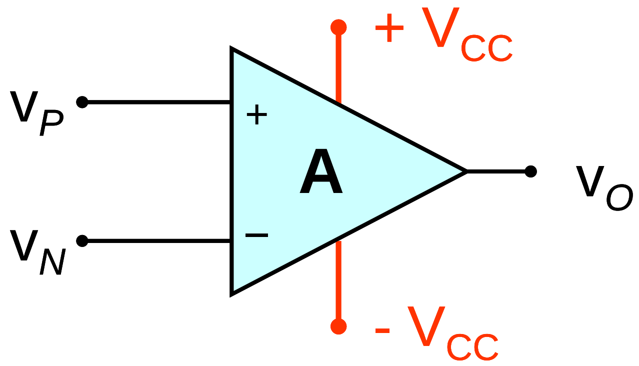


L'OpAmp deve essere alimentato e la tensione d'uscita è delimitata dalle tensioni di alimentazione.

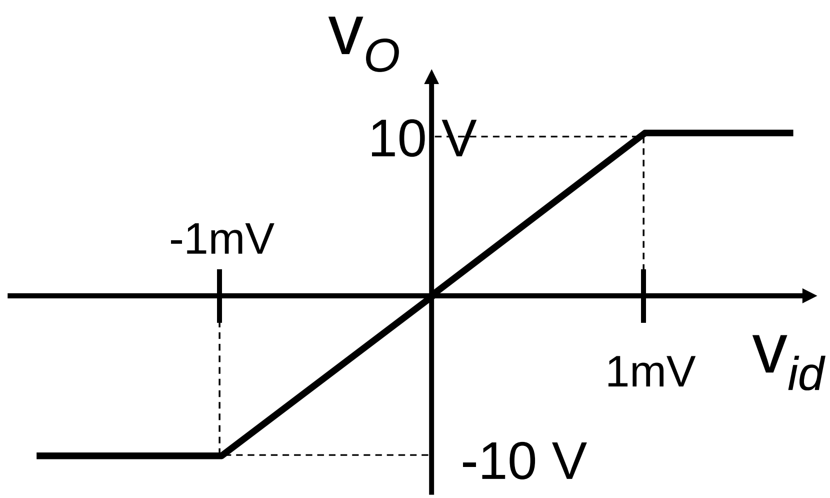


Quindi il valore di $\mathbf{v_O}$ e' finito.
Ma non è proprio vero che $\mathbf{v_{id} = 0}$ **!**

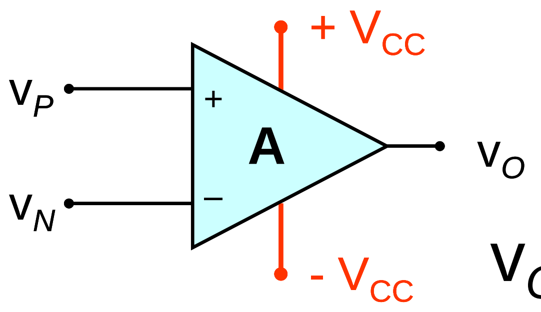
CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE "quasi" IDEALE



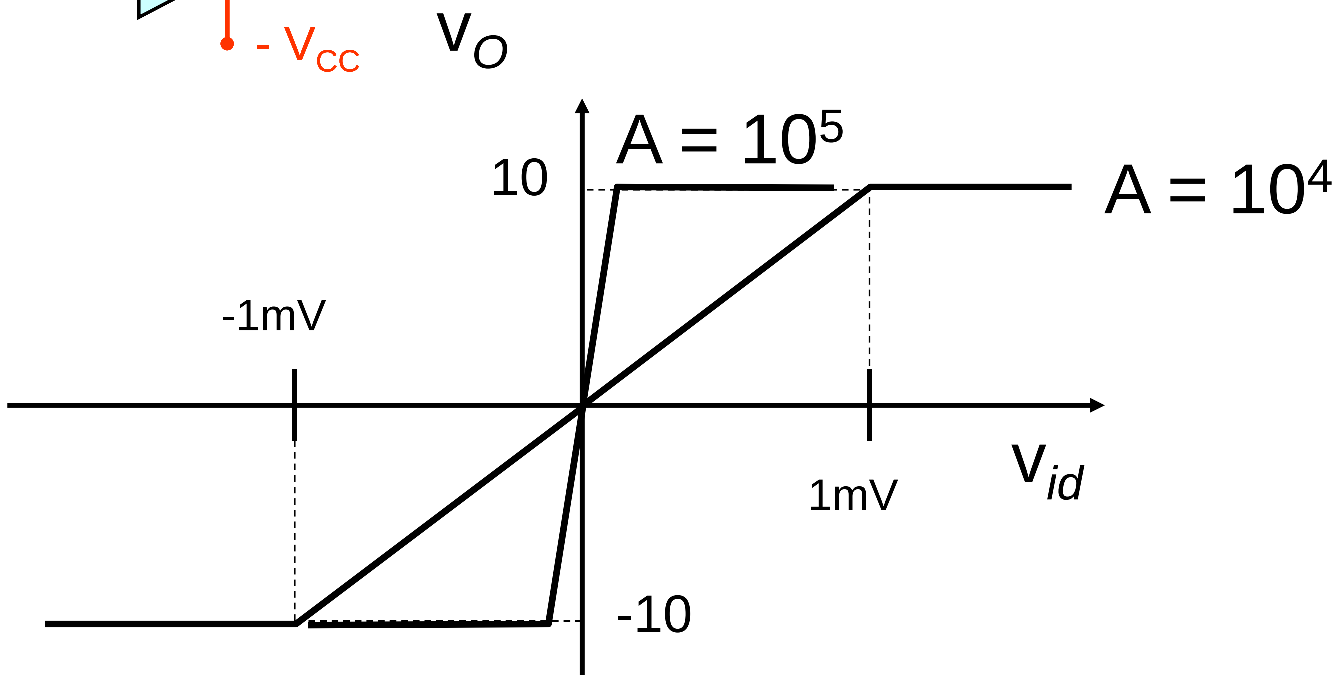
Consideriamo ora una A»1 (esempio $A = 10^4$) e sia $V_{CC} = 10$ V



CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE “quasi” IDEALE

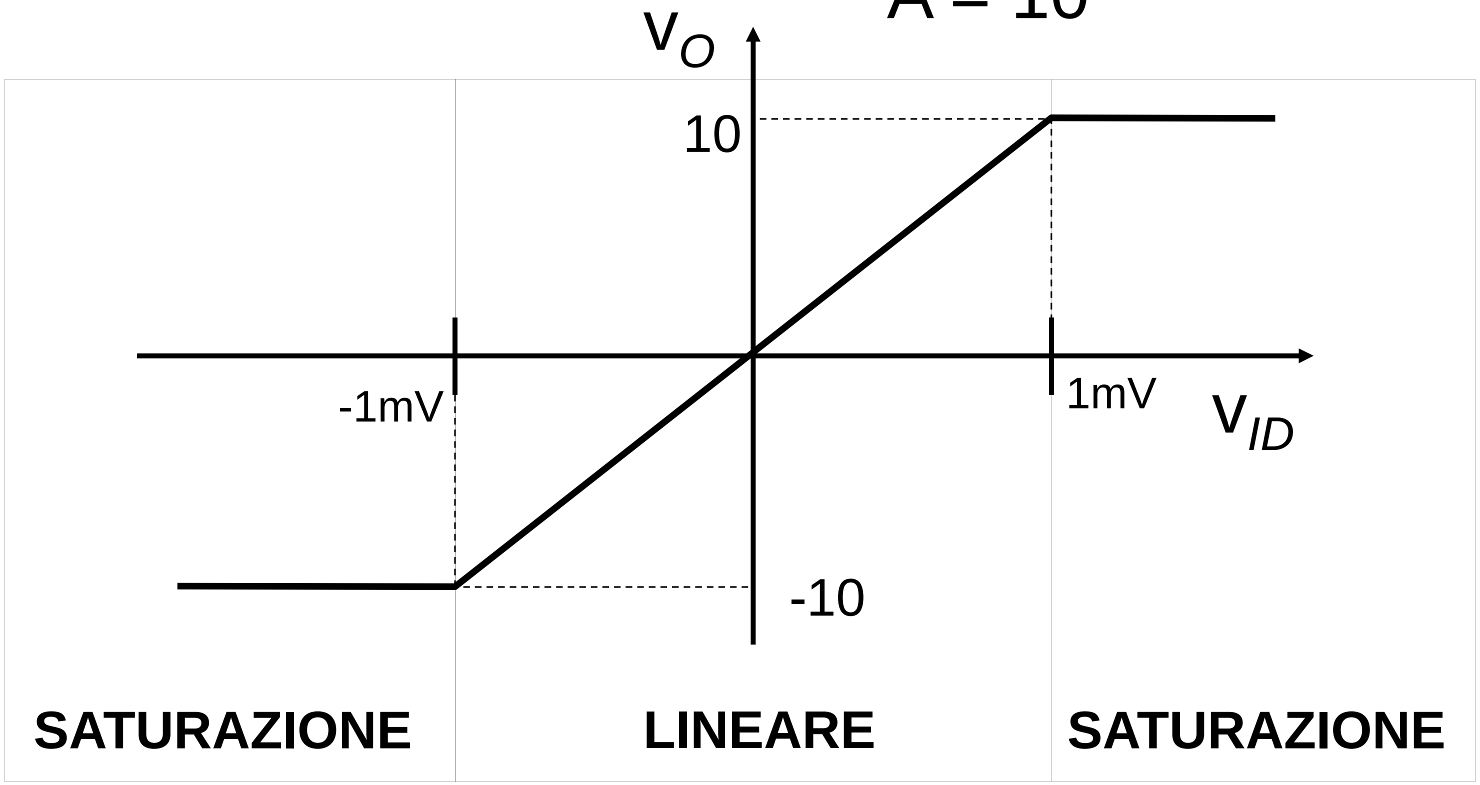


V_{CC} = 10 V

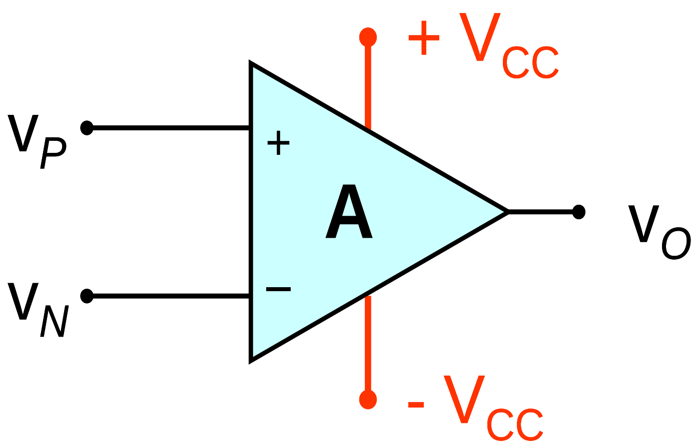


CARATTERISTICA DI UN AMP. OPERAZIONALE "quasi" IDEALE

$A = 10^4$



Concetto di “corto circuito virtuale” ($v_{id} = 0$)



Si può riformulare il concetto nel seguente modo:
Se A » 1 e se l’A.O. <u>opera in zona lineare</u> allora $v_{id} \cong 0$

<u>**NOTA:**</u> e’ <u>**corto circuito virtuale**</u> perche’ $v_P \cong v_N$ ma non c’e’ nessun collegamento tra i due terminali (non c’e’ passaggio di corrente).

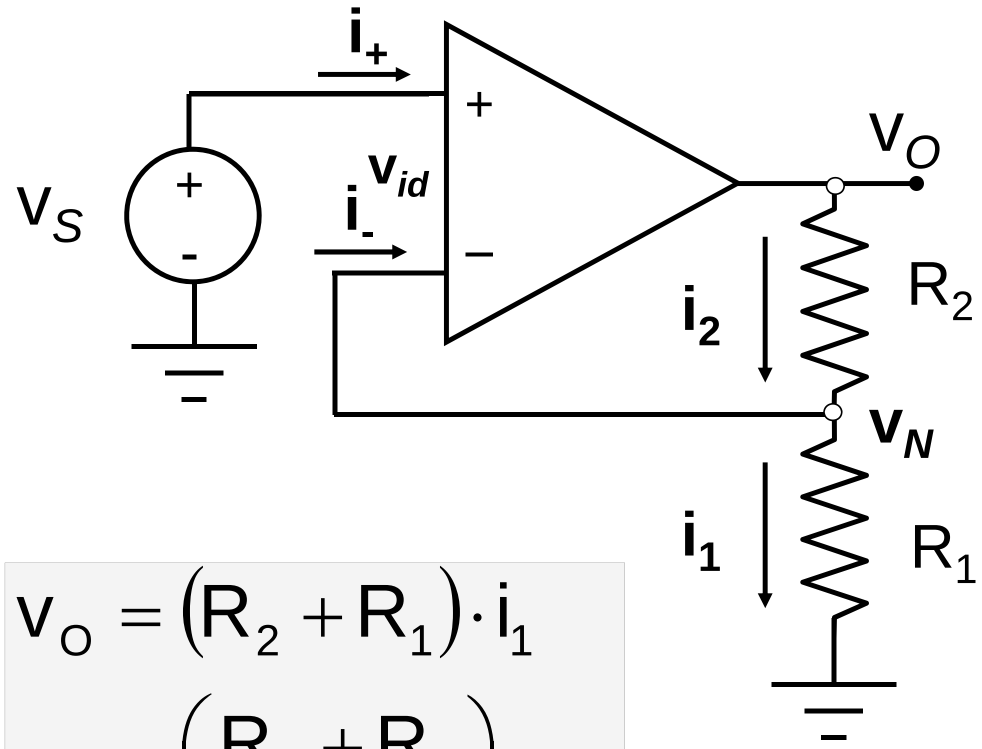
L’Amplificatore Operazionale

ANALISI AMPLIFICATORI OPERAZIONALI CON RETROAZIONE NEGATIVA

L'Amplificatore Operazionale

Configurazione NON INVERTENTE

Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



$$v_{id} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$v_N = v_S$$

$$i_+ = i_- = 0\ \text{A}$$

$$\Downarrow$$

$$i_2 = i_1$$

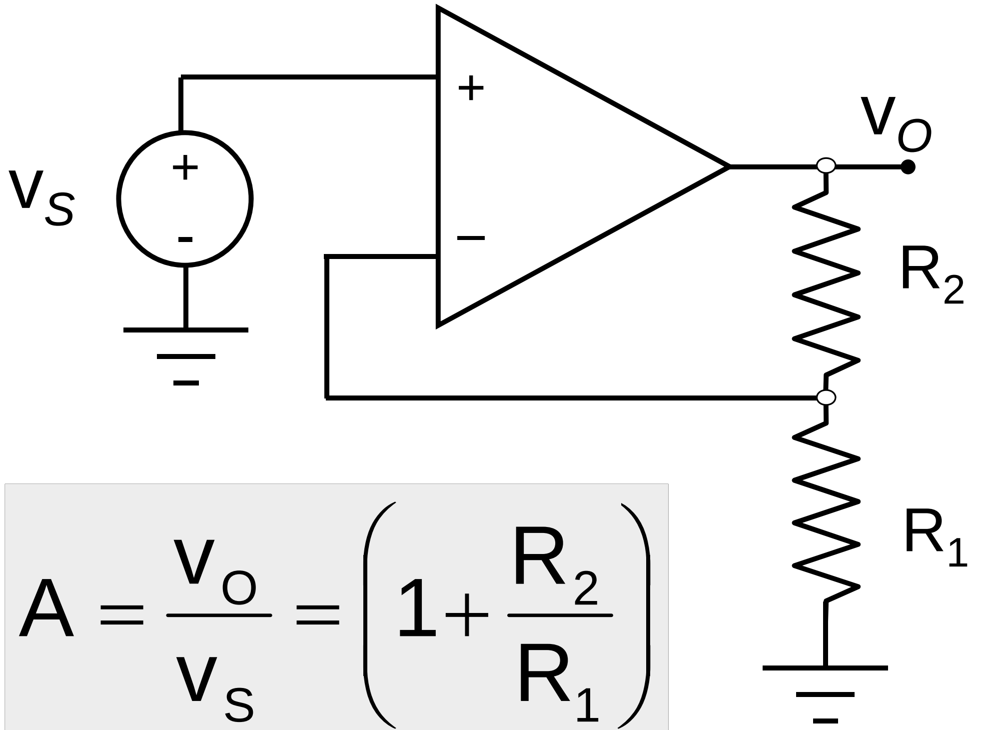
$$i_1 = \frac{v_N}{R_1} = \frac{v_S}{R_1}$$

$$\Leftarrow$$

$$v_O = (R_2 + R_1) \cdot i_1$$

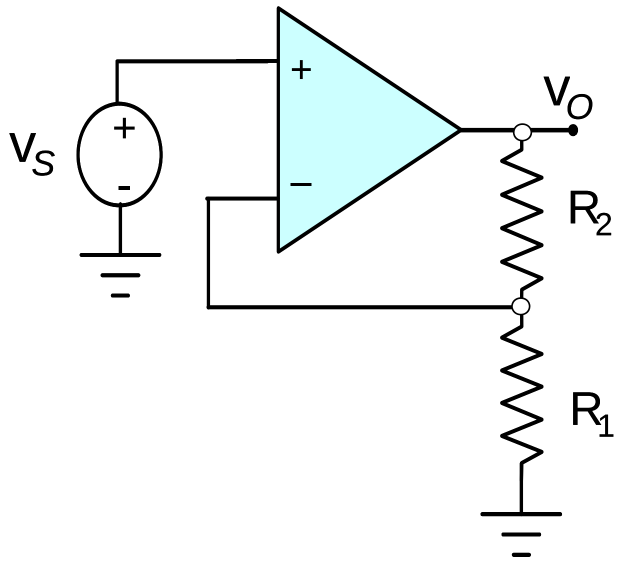
$$v_O = \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1} \right) \cdot v_S$$

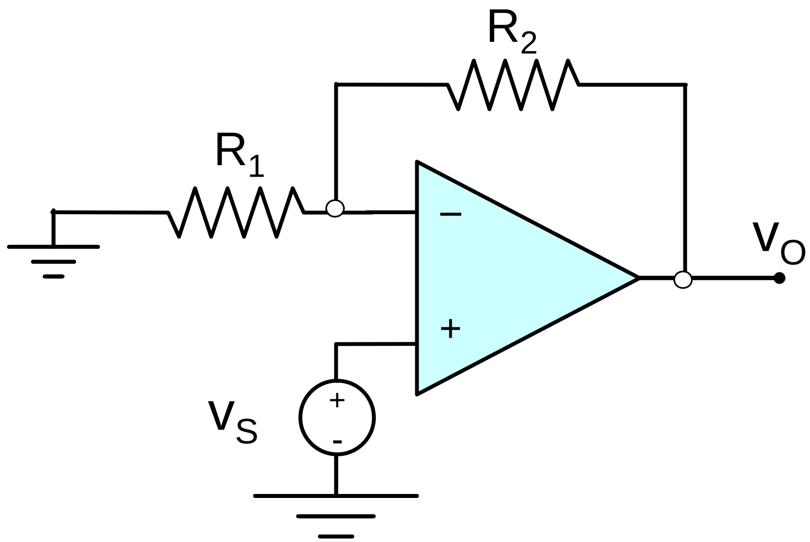
Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



$$A = \frac{v_O}{v_S} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

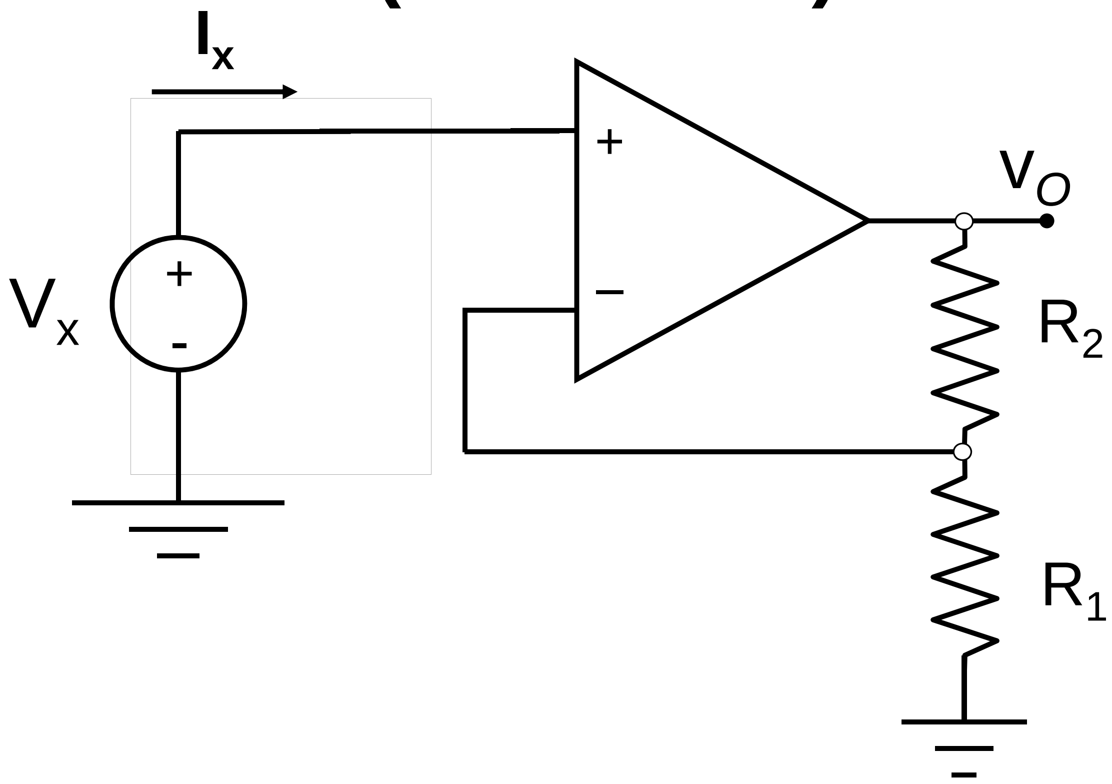
Configurazione NON INVERTENTE





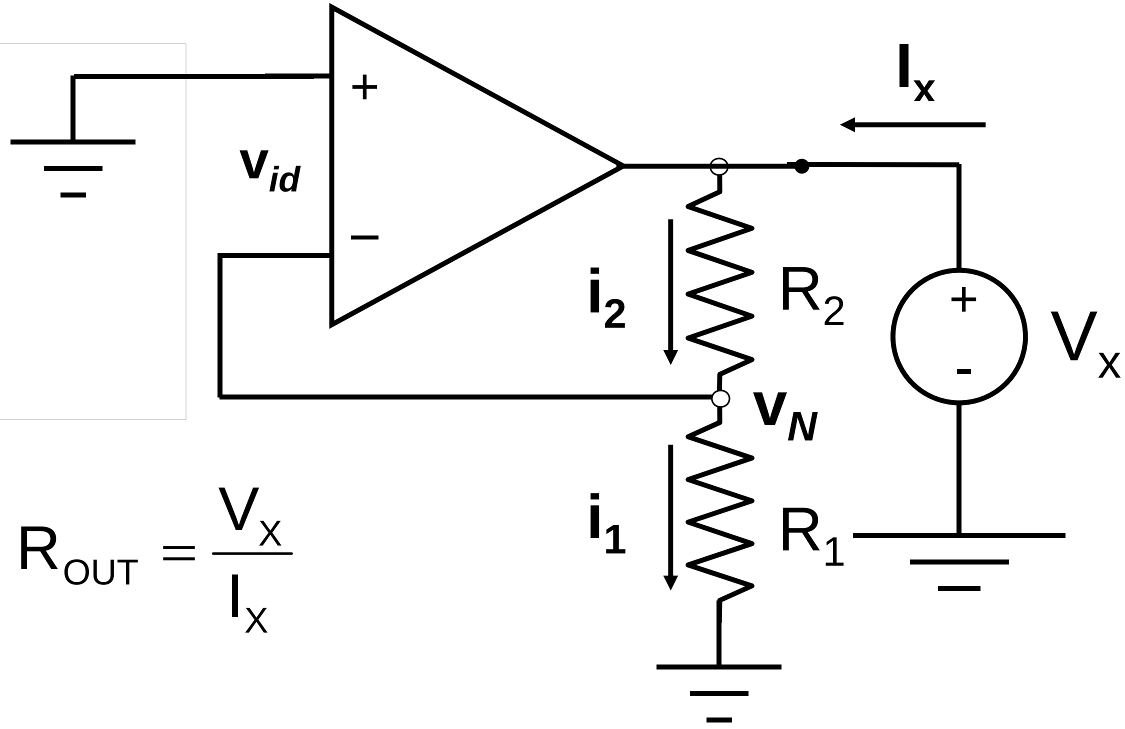
$$A = \frac{v_O}{v_S} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

R_{IN} Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



$$R_{IN} = \frac{V_X}{I_X} \qquad \text{ma } I_X = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{IN} = \infty}$$

R_{OUT} Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)



$$R_{OUT} = \frac{V_X}{I_X}$$

$v_{id} = 0$

⇓

$v_N = 0$

⇓

$i_1 = 0 = i_2$

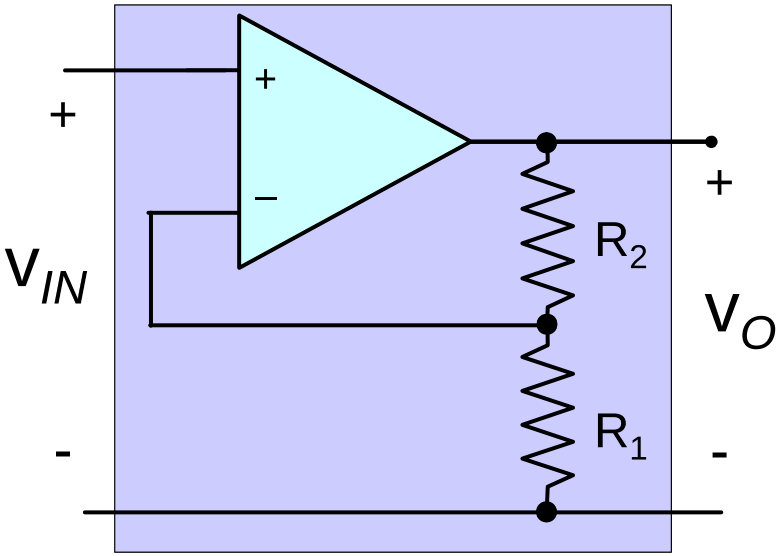
⇓

$V_X = 0 \ \forall \ I_X$

⇐

$$\boxed{R_{OUT} = 0\,\Omega}$$

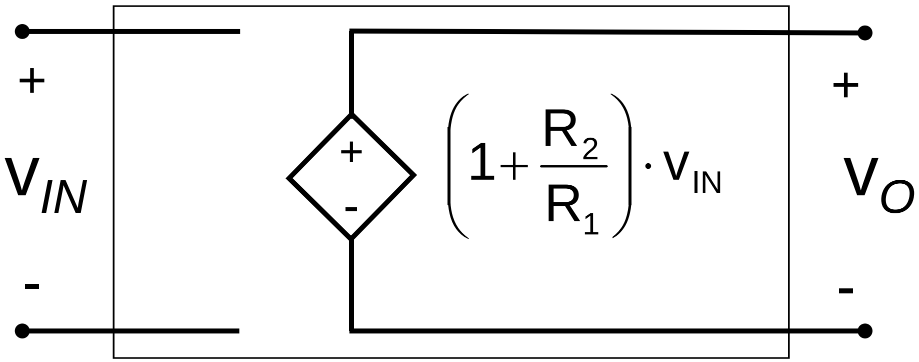
Configurazione NON INVERTENTE circuito equivalente (A.O. ideale)



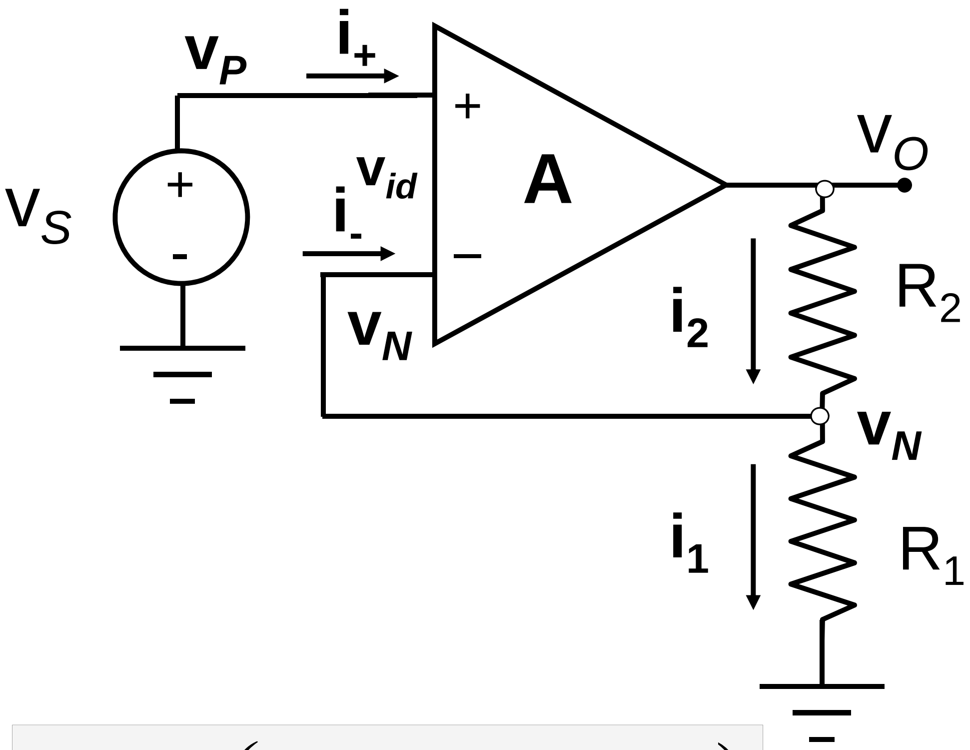
$$A_v = \frac{v_O}{v_{IN}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$R_{IN} = \infty$$

$$R_{OUT} = 0\,\Omega$$



Configurazione NON INVERTENTE (guadagno d'anello finito A < ∞)



$i_+ = i_- = 0\ \text{A}$

⇩

$i_2 = i_1$

⇩

$$v_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_O$$

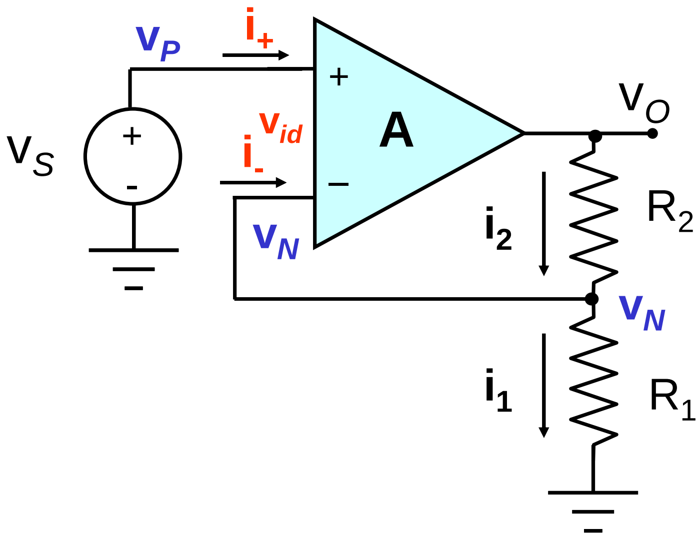
inoltre

$$v_O = A \cdot (v_P - v_N)$$

⇦

$$v_O = A\left(v_S - \frac{R_1}{R_2 + R_1} v_O\right)$$

Configurazione NON INVERTENTE (guadagno d'anello finito A < ∞)



$$v_O = A\left(v_S - \frac{R_1}{R_2 + R_1} v_O\right)$$

$$v_O = Av_S - \frac{R_1}{R_2 + R_1} Av_O$$

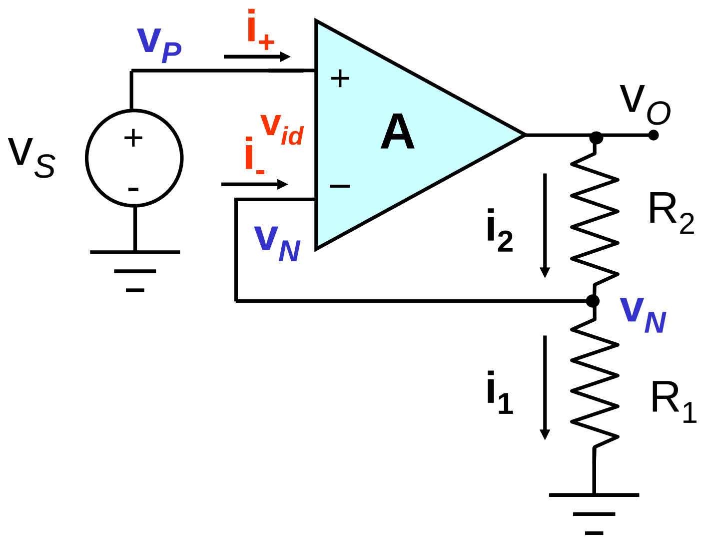
$$v_O = \frac{Av_S}{1 + \dfrac{AR_1}{R_2 + R_1}}$$

$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A}{1 + \dfrac{AR_1}{R_2 + R_1}} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Fattore di retroazione

Configurazione NON INVERTENTE (guadagno d'anello finito A < ∞)



$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

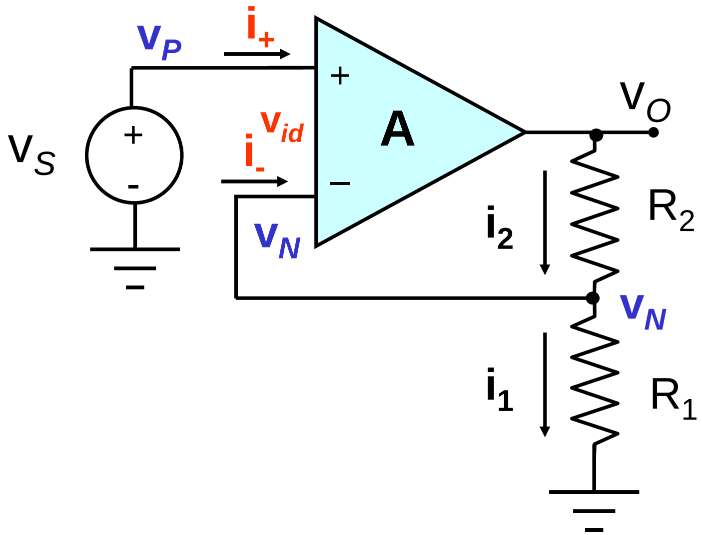
$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

$$v_{id} = v_P - v_N$$

$$v_{id} = v_S - \beta A v_{id}$$

$$v_{id} = \frac{v_S}{1 + A\beta}$$

Configurazione NON INVERTENTE
(A.O. Ideale)



$$\lim_{a\to\infty} v_{id} = \lim_{a\to\infty} \frac{v_S}{1+\dfrac{AR_1}{R_2+R_1}} = 0$$

$$\lim_{a\to\infty} \frac{v_O}{v_S} = \lim_{a\to\infty} \frac{A}{1+\dfrac{AR_1}{R_2+R_1}} = 1+\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{\beta}$$

Configurazione NON INVERTENTE (A.O. ideale)

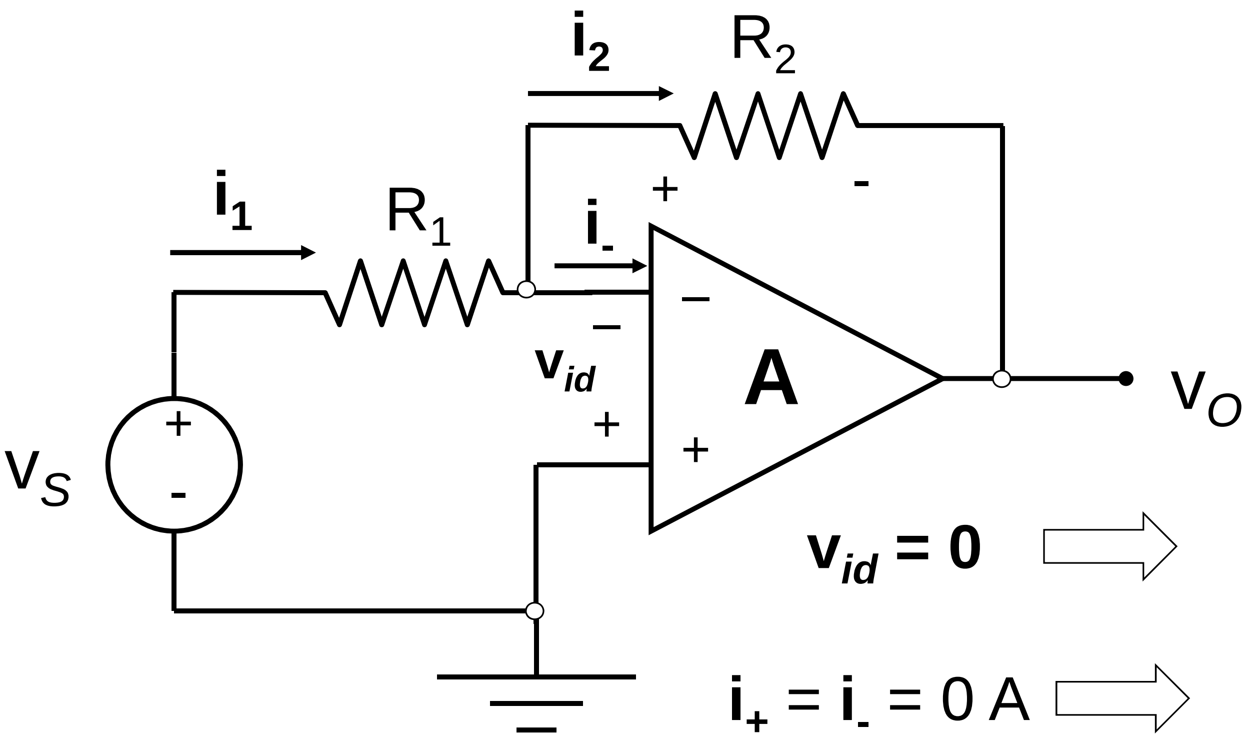
$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \qquad R_{IN} = \infty \qquad R_{OUT} = 0\,\Omega$$

- Amplificatore di tensione ideale con guadagno “molto ripetibile”;
- La retroazione riduce il guadagno ma fa guadagnare in “ripetibilità”;
- Se **A** >> 1, il guadagno A_v di anello chiuso non dipende più da **A**.

L’Amplificatore Operazionale

Configurazione INVERTENTE

Configurazione invertente (A.O. ideale)



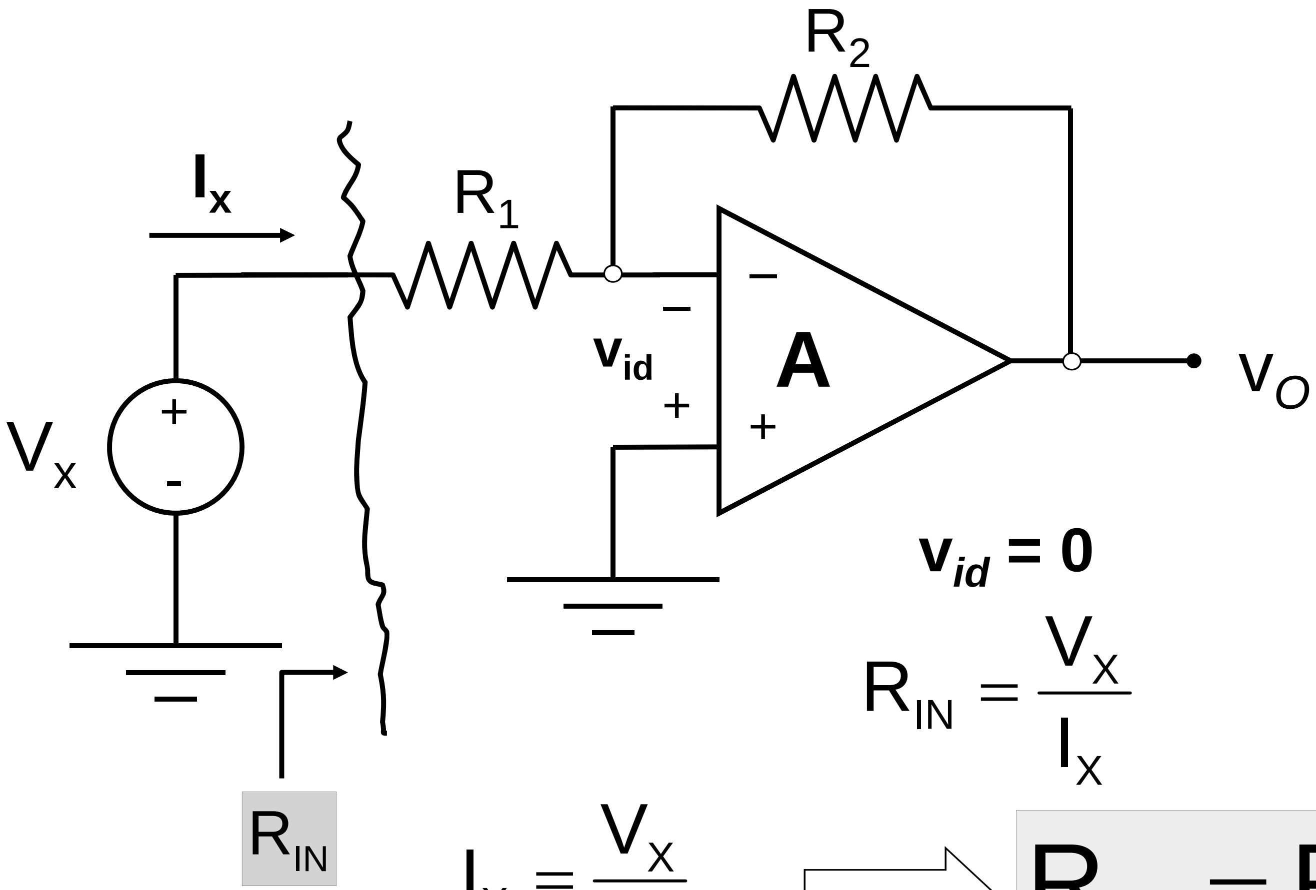
$\mathbf{v_{id} = 0} \Rightarrow i_1 = \dfrac{v_S}{R_1}$

$\mathbf{i_+} = \mathbf{i_-} = 0 \text{ A} \Rightarrow i_2 = i_1$

$$v_O = -R_2 I_2 = -\frac{R_2}{R_1} v_S$$

$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Resistenza di ingresso conf. invertente

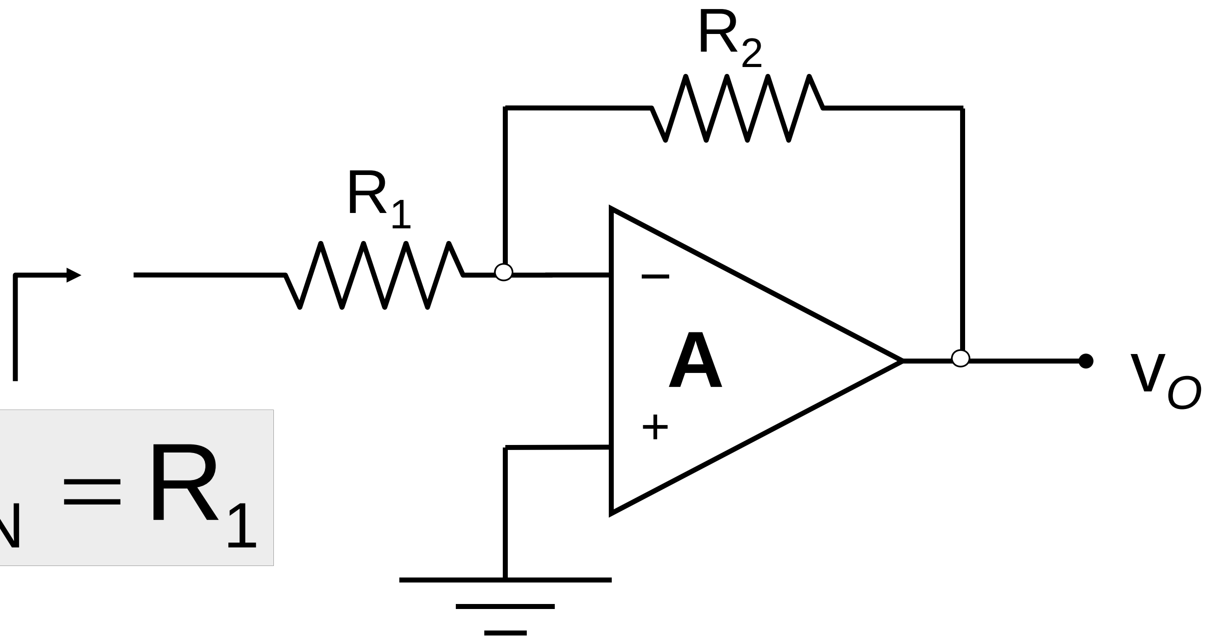


$v_{id} = 0$

$$R_{IN} = \frac{V_X}{I_X}$$

$$I_X = \frac{V_X}{R_1} \Longrightarrow R_{IN} = R_1$$

Resistenza di ingresso conf. invertente



$$R_{IN} = R_1$$

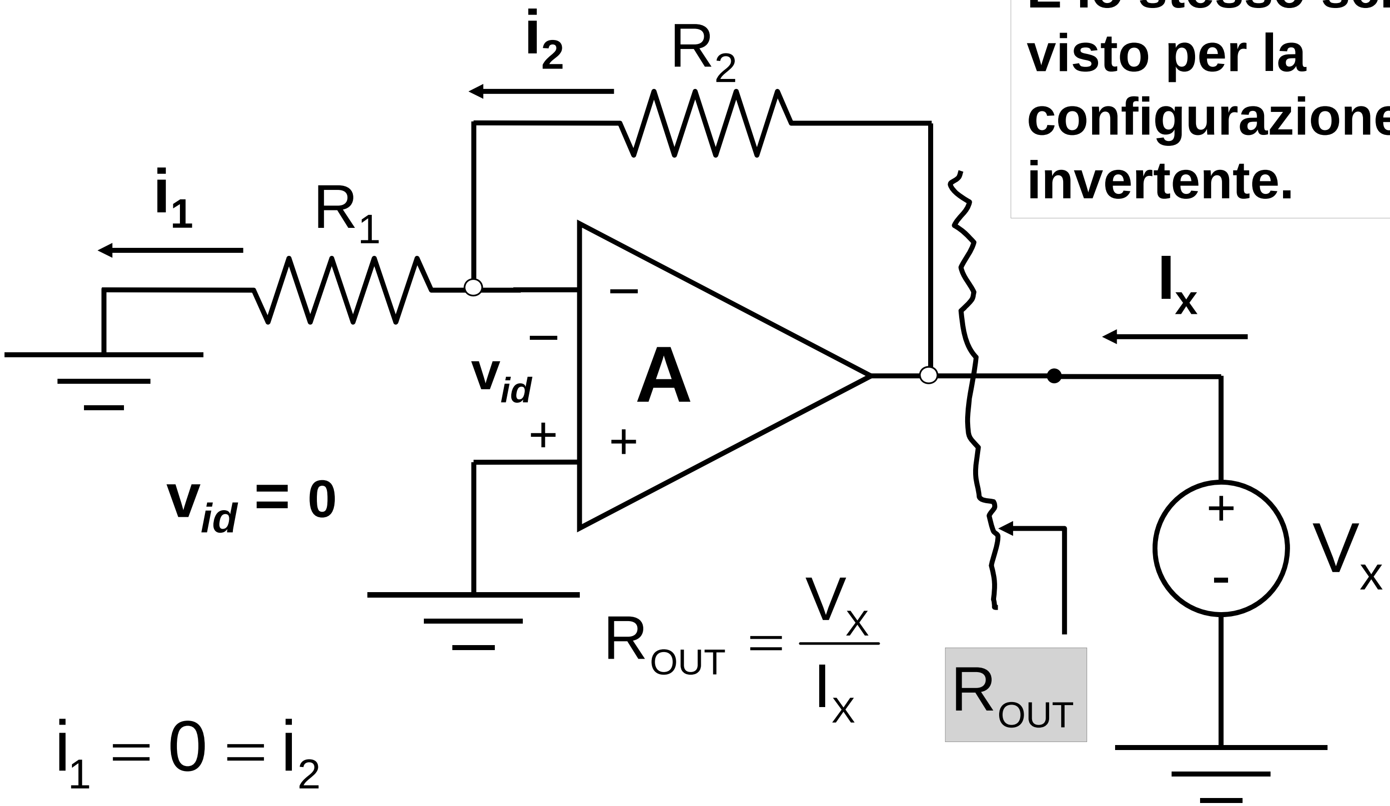
Per avere R_{IN} elevata $\Rightarrow$ R_1 elevata

Per avere A elevato $\Rightarrow$ $R_2 >> R_1$

Configurazione Invertente Soffre di una bassa R_{IN}

Resistenza di uscita conf. invertente

È lo stesso schema visto per la configurazione non invertente.



v_{id} = 0

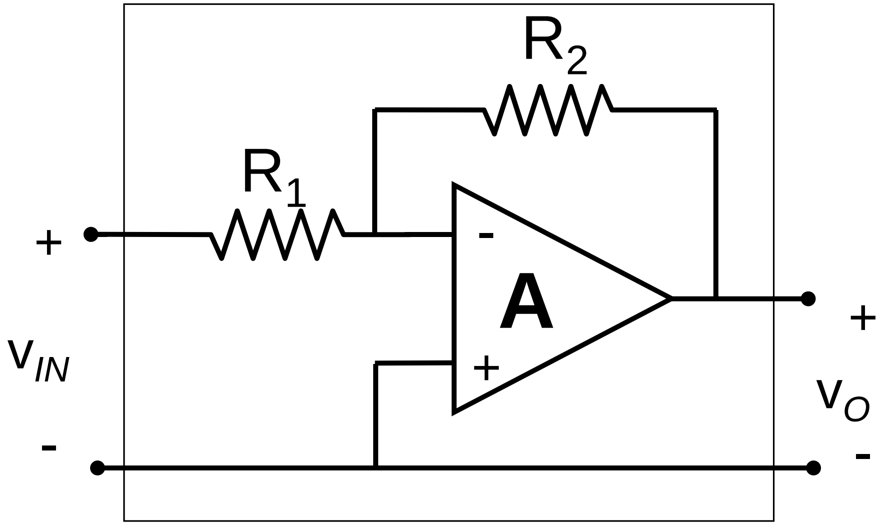
$$R_{OUT} = \frac{V_X}{I_X}$$

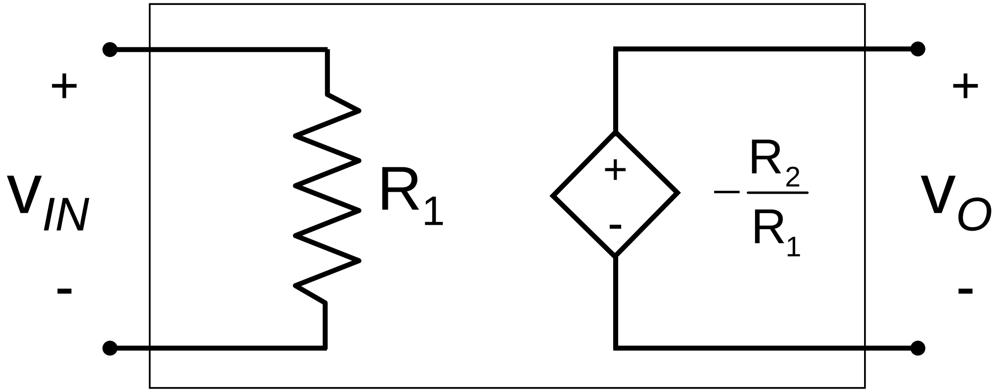
$$i_1 = 0 = i_2$$

$$V_X = 0 \; \forall \; I_X$$

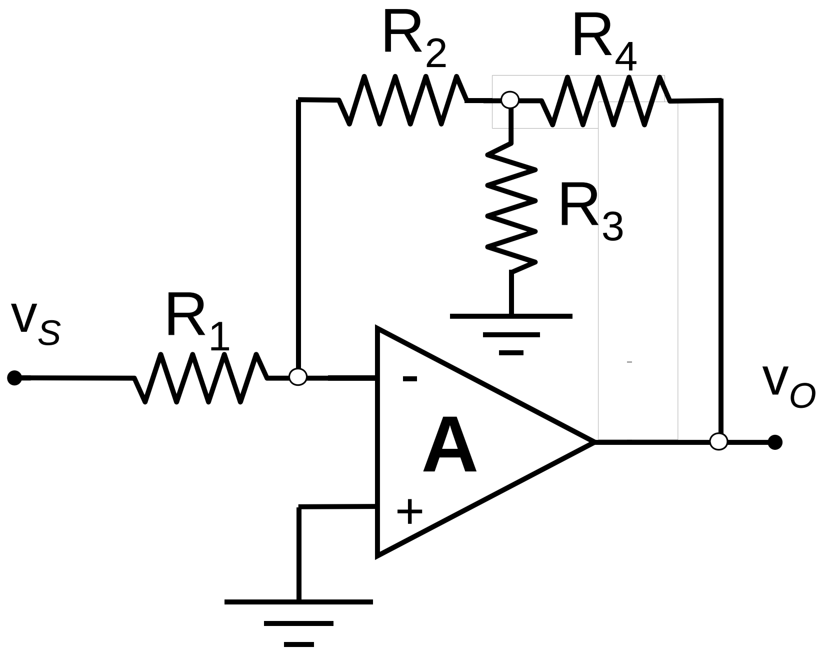
$$\boxed{R_{OUT} = 0\,\Omega}$$

Schema equivalente





Risolviamo il problema della bassa R_{IN}



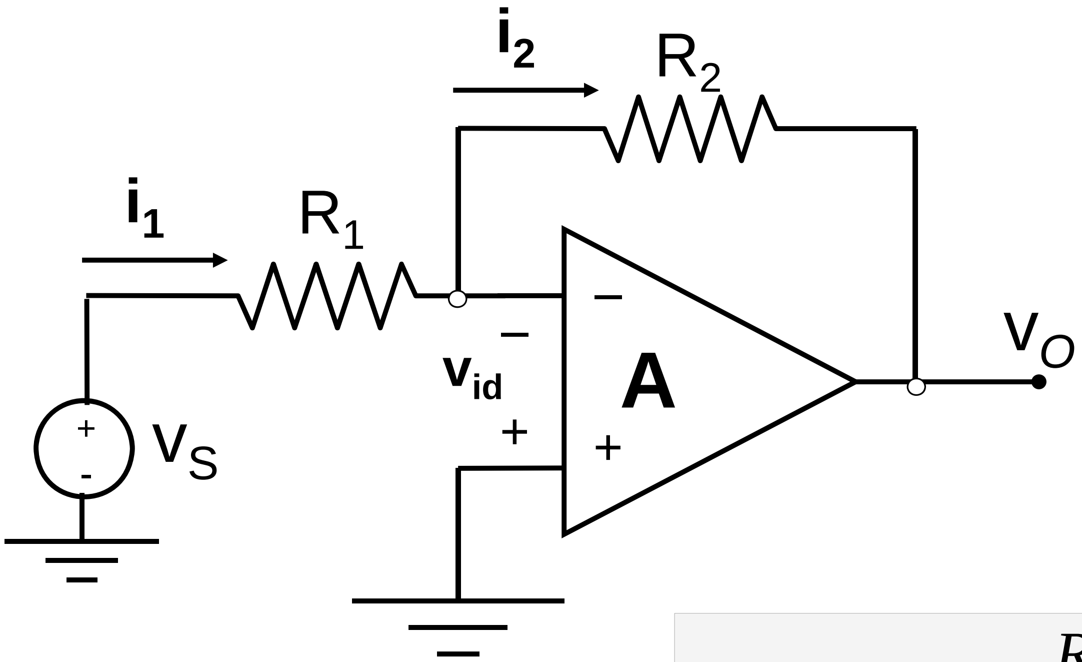
$$A = \frac{v_O}{v_S} = -\frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

$$R_{IN} = R_1$$

$$R_{OUT} = 0\,\Omega$$

Per avere R_{IN} elevata metto R_1 elevata. Con una opportuna scelta di R_2, R_3 e R_4 si ottiene un guadagno |A| molto elevato.

Guadagno ad Anello aperto finito



$$v_{id} = \frac{v_O}{A}$$

$$i_1 = \frac{v_S - \left(-\frac{v_O}{A}\right)}{R_1};$$

$$v_O = -\frac{v_O}{A} - i_1 R_2$$

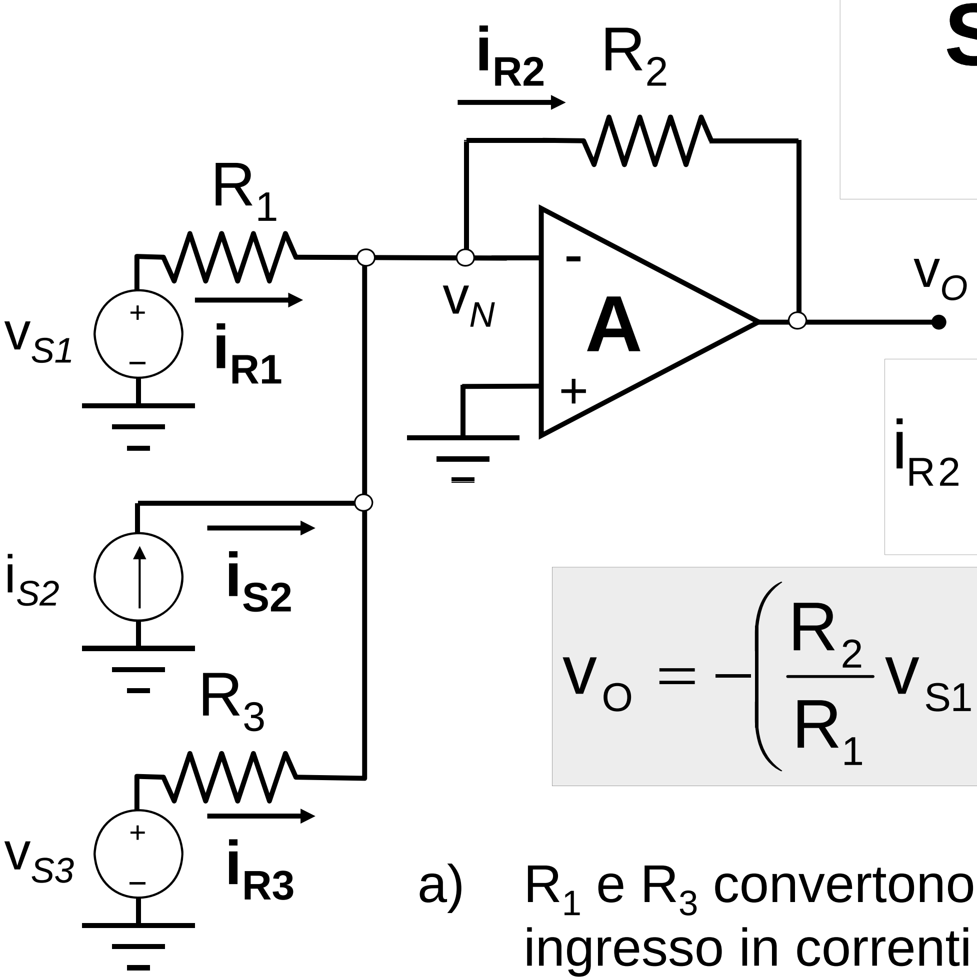
$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{A}}$$

Argomenti della lezione:

T03:
Sommatore, inseguitore, differenziale.
Amplificatore da strumentazione. **(5.1.3-5).**

Circuiti elementari a risposta dipendente dalla frequenza: passa-basso, passa-alto, derivatore, integratore. **(5.2.1-3).**

Sommatore Invertente



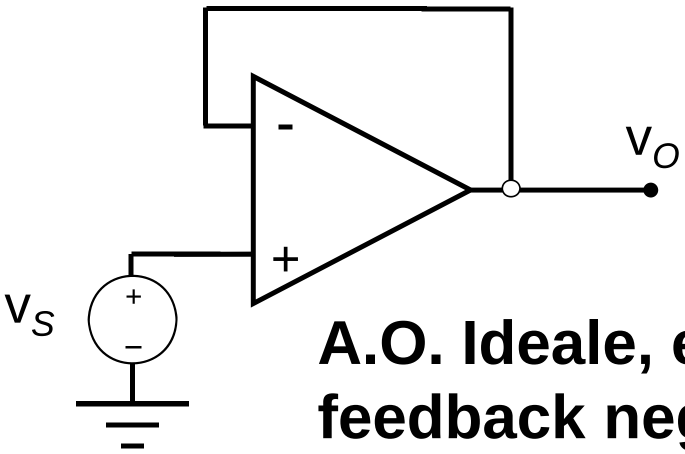
$$i_{R2} = \frac{v_{S1}}{R_1} + i_{S2} + \frac{v_{S3}}{R_3}$$

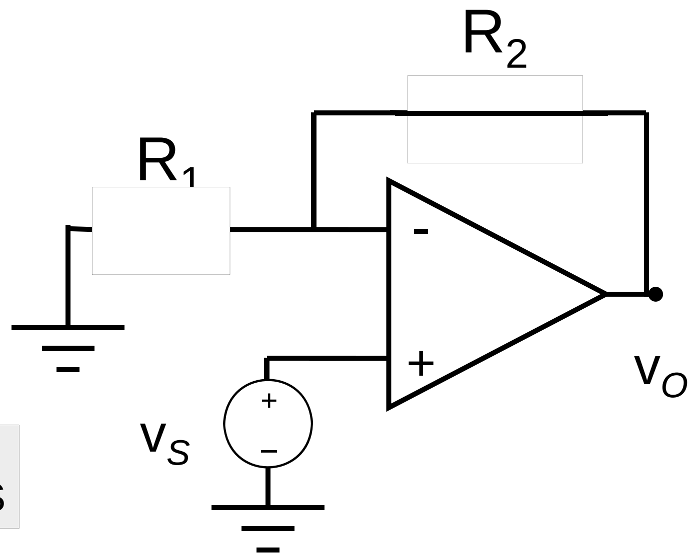
$$v_O = -\left(\frac{R_2}{R_1} v_{S1} + R_2 i_{S2} + \frac{R_2}{R_3} v_{S3}\right)$$

a) R_1 e R_3 convertono le tensioni di ingresso in correnti (i_{R1}, i_{R3})

b) Le correnti entrano in un amplificatore di transresistenza (**$v_O = -i_{R2}R_2$**)

Inseguitore di tensione
(Buffer a guadagno unitario)



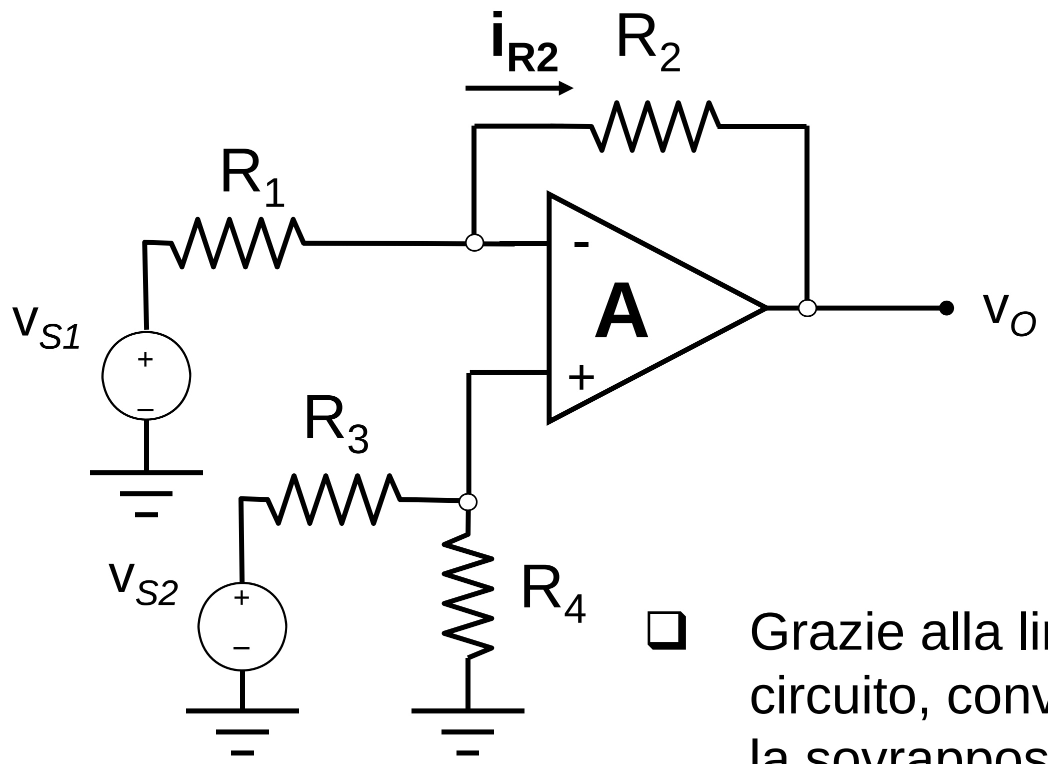


A.O. Ideale, e feedback neg.

$\Rightarrow$ $\boldsymbol{v_{id} = 0}$ $\quad$ $\boxed{v_O = v_S}$

$$A_v = \frac{v_O}{v_{IN}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow \begin{matrix} R_1 \to \infty \\ R_2 = 0 \end{matrix} \Rightarrow \boxed{A_v = 1}$$

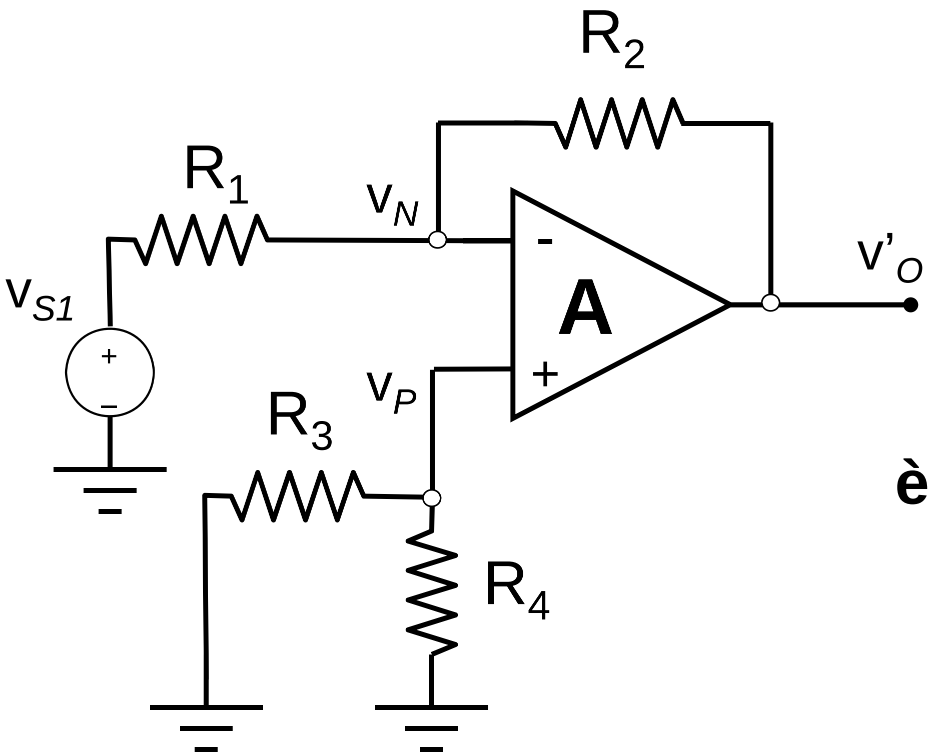
Amplificatore Differenziale



- Grazie alla linearità del circuito, conviene applicare la sovrapposizione degli effetti:

Amplificatore Differenziale

a) Applico v_{S1} e annullo v_{S2}; si ottiene:



$i_{R3}=i_{R4}=0$

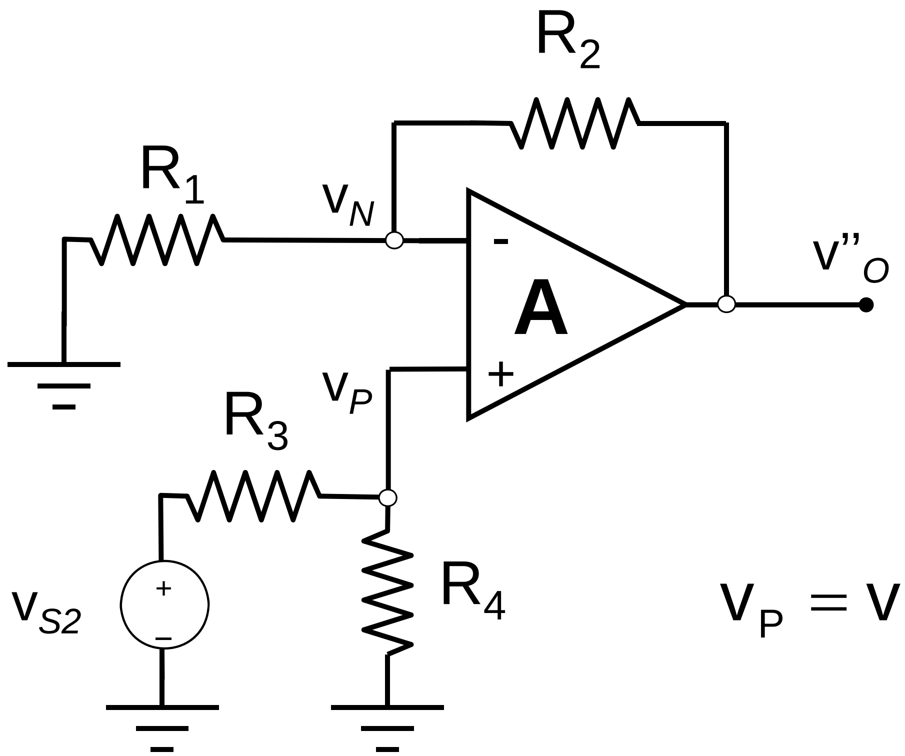
$v_P=0$

è la configurazione invertente!!

$$v_O^{'} = -\frac{R_2}{R_1} v_{S1}$$

Amplificatore Differenziale

b) Applico v_{S2} e annullo v_{S1}; si ottiene:

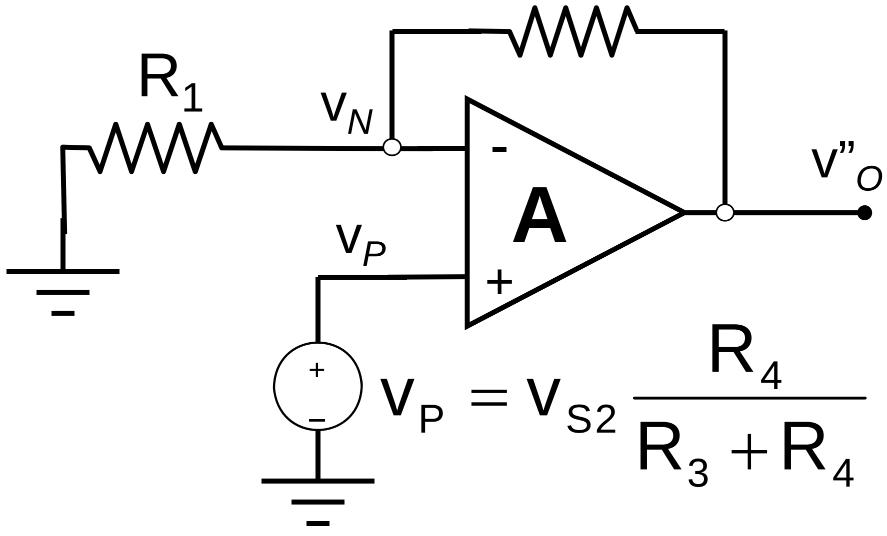


$$v_P = v_{S2} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Amplificatore Differenziale

b) Applico v_{S2} e annullo v_{S1}; si ottiene:

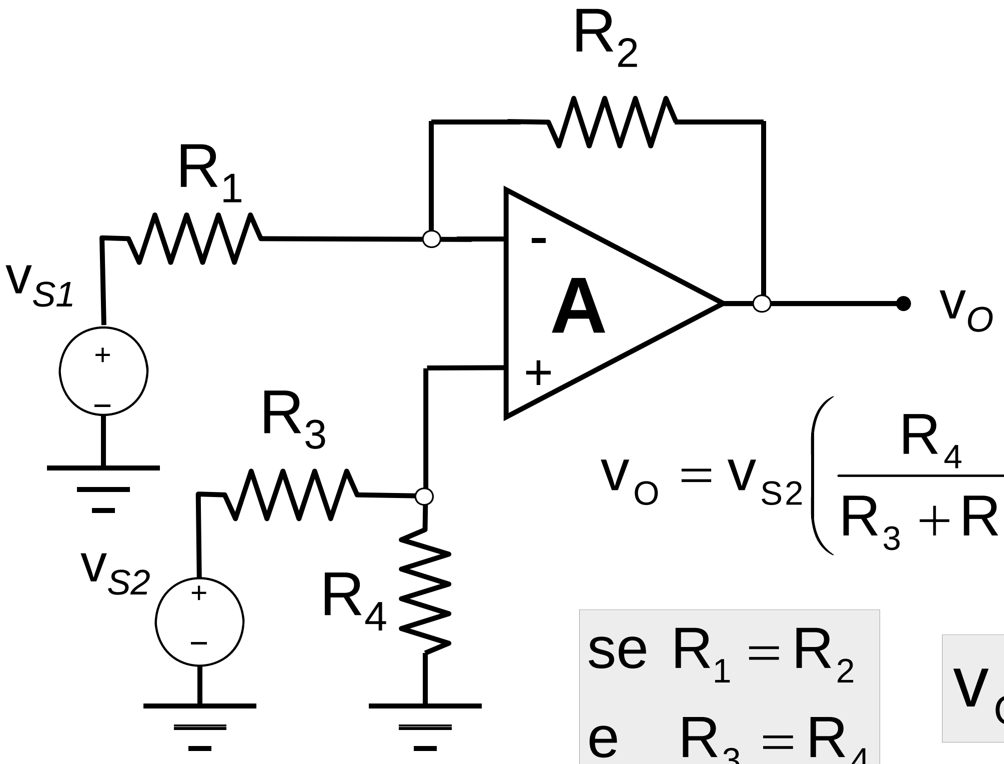
$$v''_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_P$$



$$v_P = v_{S2} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$v''_O = v_{S2}\left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Amplificatore Differenziale



$$v_O = v_O' + v_O''$$

$$v_O = v_{S2}\left(\frac{R_4}{R_3+R_4}\right)\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) - v_{S1}\frac{R_2}{R_1}$$

se $R_1 = R_2$

e $R_3 = R_4$

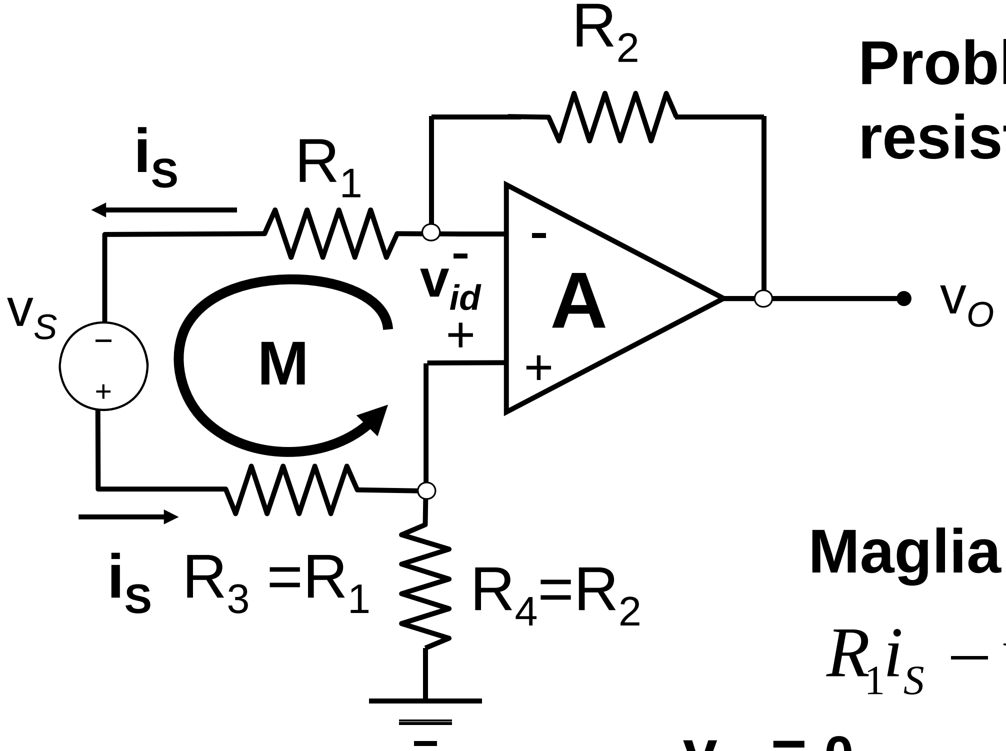
$$v_O = v_{S2} - v_{S1}$$

se $R_3 = R_1$

e $R_4 = R_2$

$$v_O = \frac{R_2}{R_1}\left(v_{S2} - v_{S1}\right)$$

Amplificatore Differenziale



Problema della resistenza di ingresso

$$v_O = \frac{R_2}{R_1} v_S$$

Maglia M:

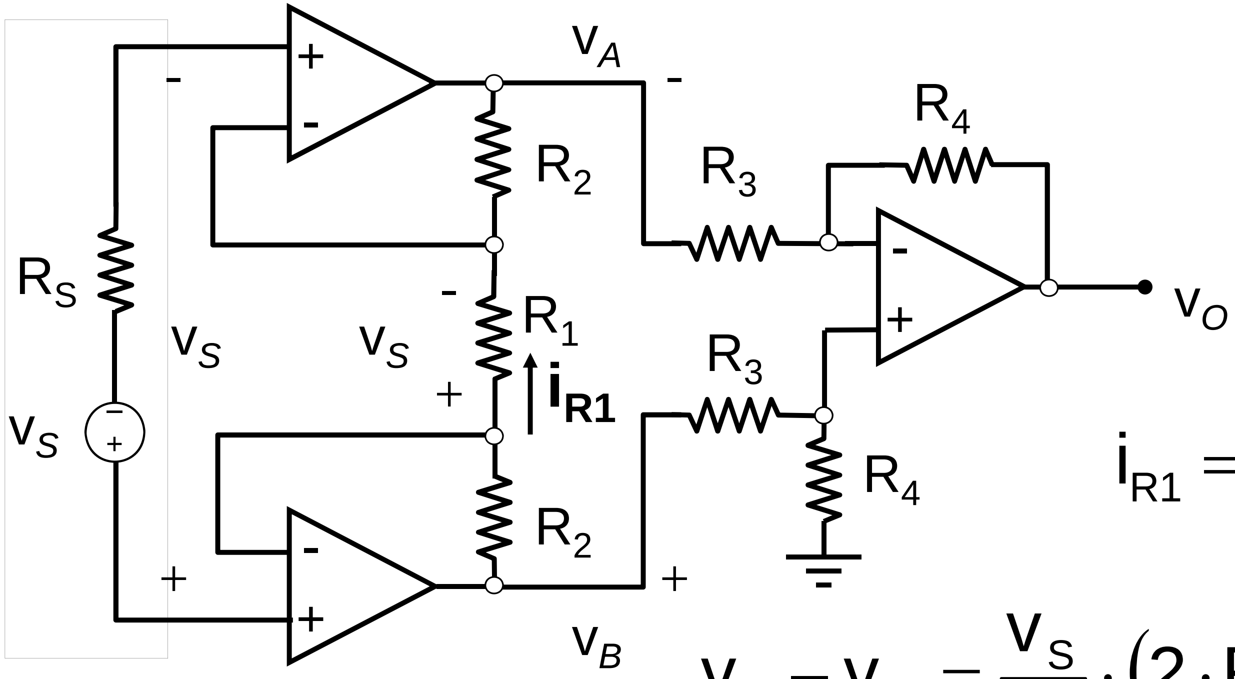
$$R_1 i_S - v_S + R_3 i_S + v_{id} = 0$$

$\mathbf{v_{id} = 0}$

$$R_{id} = \frac{v_S}{i_S} = R_1 + R_3 = 2R_1$$

R_1 non può essere molto grande in quanto il guadagno ne verrebbe troppo penalizzato.

Amplificatore da strumentazione



$$i_{R1} = \frac{v_S}{R_1}$$

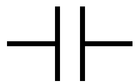
$$v_B - v_A = \frac{v_S}{R_1} \cdot (2 \cdot R_2 + R_1)$$

$$v_O = v_S \left(1 + \frac{2 \cdot R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3}$$

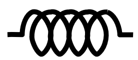
$$R_{id} = \frac{v_S}{i_S} = \infty$$

Funzioni di trasferimento

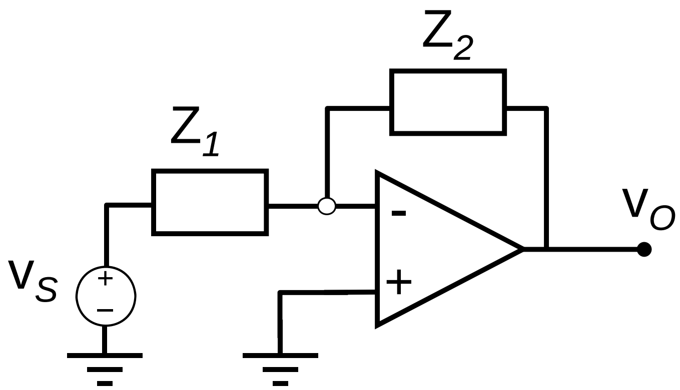
$$Z_R = R$$

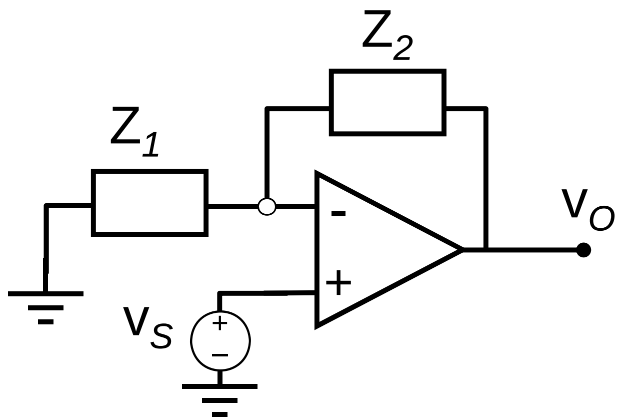


$$Z_C = \frac{1}{sC} = \frac{1}{j\omega C}$$



$$Z_L = sL = j\omega L$$

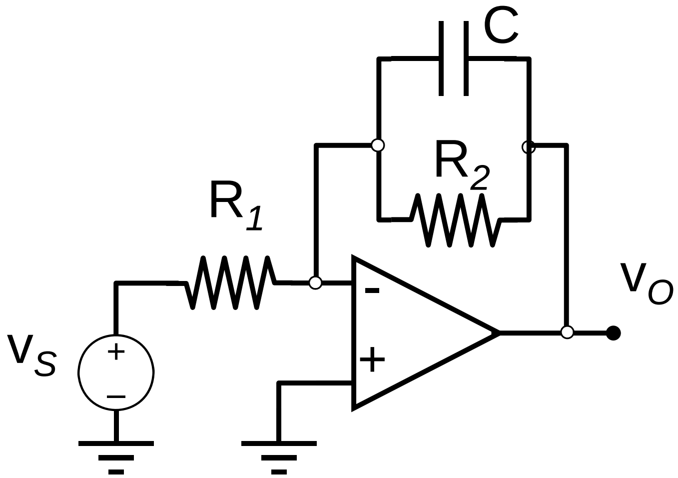




$$W(s) = \frac{v_O}{v_S} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$W(s) = \frac{v_O}{v_S} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

Filtro Passa Basso



$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{1 + sCR_2}$$

$$W(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sCR_2}$$

$$W_{PB}(s) = \frac{A_0 \omega_H}{s + \omega_H} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_H}}$$

Funzione di trasferimento generica di un filtro passa basso.

A_0=Guadagno a bassa frequenza;
ω_H=Frequenza di taglio

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_H = \frac{1}{R_2 C}$$

Filtro Passa Basso

$$W_{PB}(s) = \frac{A_0 \omega_H}{s + \omega_H} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_H}}$$

Diagramma di Bode del Modulo

Sostituiamo s con jω e calcoliamo il modulo:

$$\left| W_{PB}(j\omega) \right| = \left| \frac{A_0 \omega_H}{j\omega + \omega_H} \right| = \frac{\left| A_0 \omega_H \right|}{\sqrt{\omega^2 + \omega_H^2}}$$

Il diagramma di Bode è generalmente espresso in dB:

$$\left| W_{PB}(j\omega) \right|_{dB} = 20 \log \left| A_0 \omega_H \right| - 20 \log \sqrt{\omega^2 + \omega_H^2}$$

Filtro Passa Basso

Usando un qualsiasi foglio elettronico o foglio matematico è possibile graficare le funzioni appena ottenute.

E' comunque molto utile (e immediato) disegnare il diagramma asintotico alle basse e alte frequenze):

$\omega << \omega_H$

$$\left.\frac{A_0\omega_H}{\sqrt{\omega^2+\omega_H^2}}\right|_{\omega<<\omega_H} \cong \frac{A_0\omega_H}{\sqrt{\omega_H^2}} = A_0$$

$$(20\log A_0)\mathrm{dB}$$

$\omega >> \omega_H$

$$\left.\frac{A_0\omega_H}{\sqrt{\omega^2+\omega_H^2}}\right|_{\omega>>\omega_H} \cong \frac{A_0\omega_H}{\sqrt{\omega^2}} = \frac{A_0\omega_H}{\omega}$$

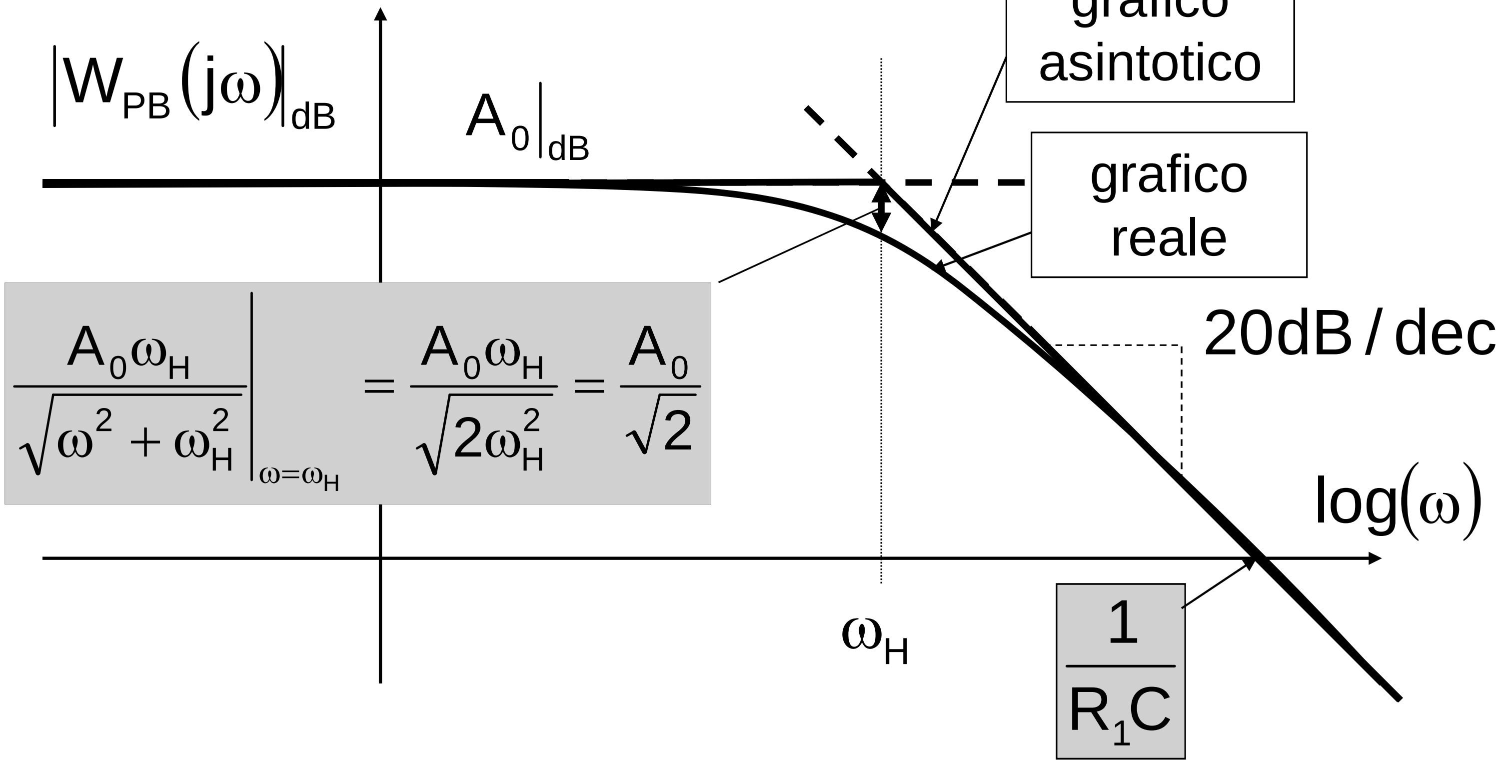
$$(20\log A_0 + 20\log\omega_H - 20\log\omega)\mathrm{dB}$$

$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}, \omega_H = \frac{1}{R_2 C} \Rightarrow A_0\omega_H = -\frac{1}{R_1 C}$ **quindi** quando $\omega = A_0\omega_H = \frac{1}{R_1 C} \Rightarrow |W(j\omega)| = 1$

Filtro Passa Basso

$\omega << \omega_H$ $\quad \left(20\log A_0\right)dB = A_0\big|_{dB}$

$\omega >> \omega_H$ $\quad \left(20\log A_0 + 20\log\omega_H - 20\log\omega\right)dB$



Filtro Passa Basso

$$W_{PB}(s) = \frac{A_0 \omega_H}{s + \omega_H} = \frac{A_0}{1 + \dfrac{s}{\omega_H}}$$

Diagramma di Bode della fase

Sostituiamo s con jω

$$\angle W_{PB}(j\omega) = \angle \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_H}} = \angle A_0 - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_H}\right)$$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_H = \frac{1}{R_2 C}$$

$\omega << \omega_H$ $\quad \angle W_{PB}(j\omega) = \angle A_0$

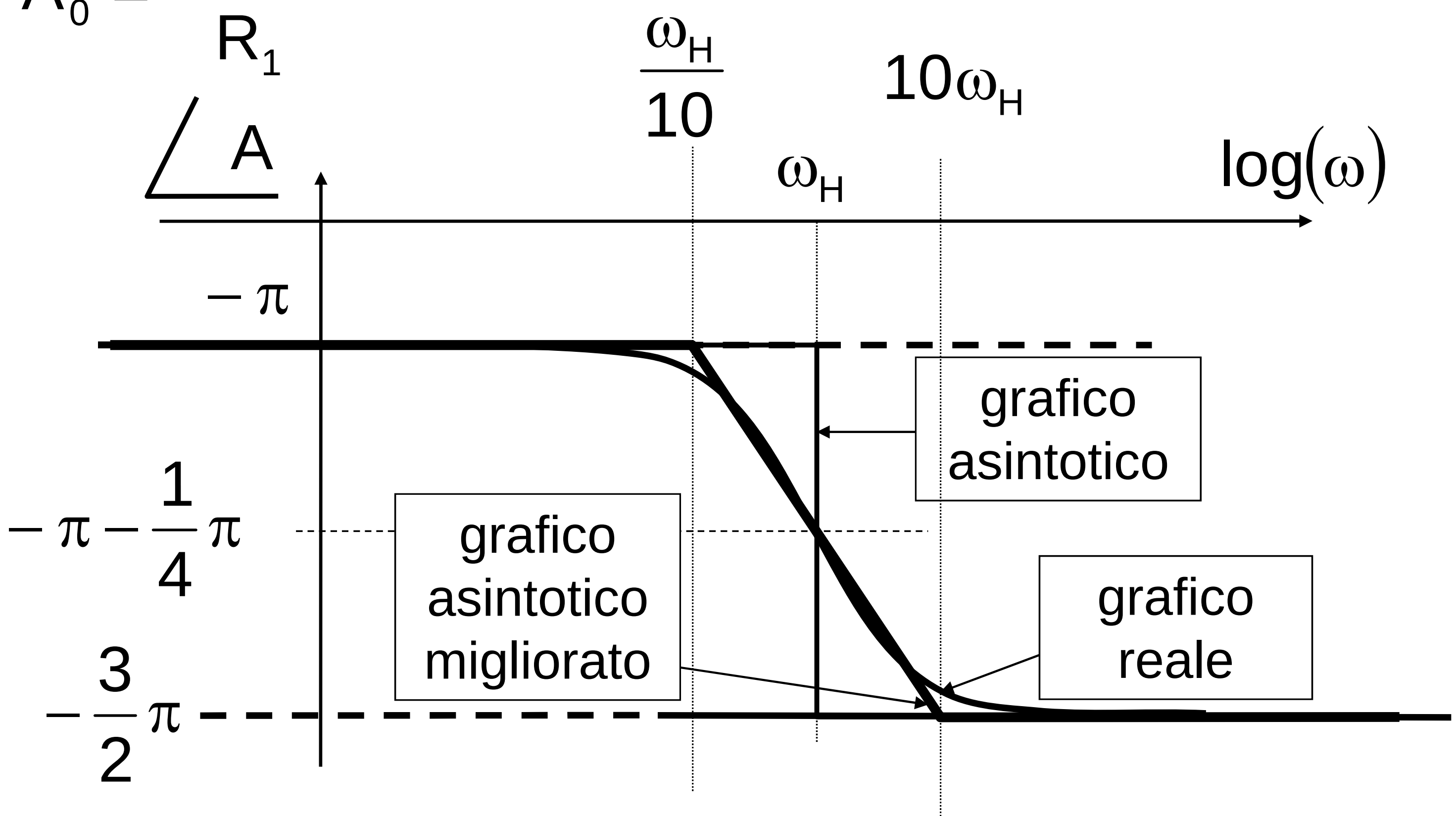
$\omega >> \omega_H$ $\quad \angle W_{PB}(j\omega) = \angle A_0 - \dfrac{\pi}{2}$

Filtro Passa Basso

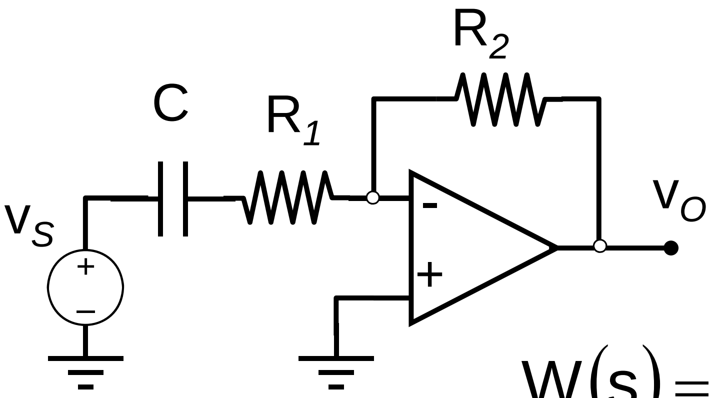
$\omega \ll \omega_H$ $\quad \angle A_0$

$\omega \gg \omega_H$ $\quad \angle A_0 - \frac{\pi}{2}$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$



Filtro Passa ALTO



$$Z_1 = \frac{1}{sC} + R_1 = \frac{1 + sCR_1}{sC}$$

$$W(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{sR_2C}{1 + sR_1C} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}s}{s + \frac{1}{R_1C}}$$

$$W_{PA}(s) = \frac{A_\infty s}{s + \omega_L}$$

Funzione di trasferimento generica di un filtro passa alto.

$$A_\infty = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_L = \frac{1}{R_1C}$$

A_∞=Guadagno ad alta frequenza;
ω_L=Frequenza di taglio

Filtro Passa ALTO

$$W_{PA}(s) = \frac{A_\infty s}{s + \omega_L}$$

Diagramma di Bode del Modulo

$$\left|W_{PA}(j\omega)\right| = \left|\frac{A_\infty j\omega}{j\omega + \omega_L}\right| = \frac{A_\infty \omega}{\sqrt{\omega^2 + \omega_L^2}}$$

$\omega << \omega_L$

$$\left.\frac{A_\infty \omega}{\sqrt{\omega^2 + \omega_L^2}}\right|_{\omega << \omega_L} \cong \frac{A_\infty \omega}{\omega_L}$$

$$20 \log A_\infty - 20 \log \omega_L + 20 \log \omega$$

$\omega >> \omega_L$

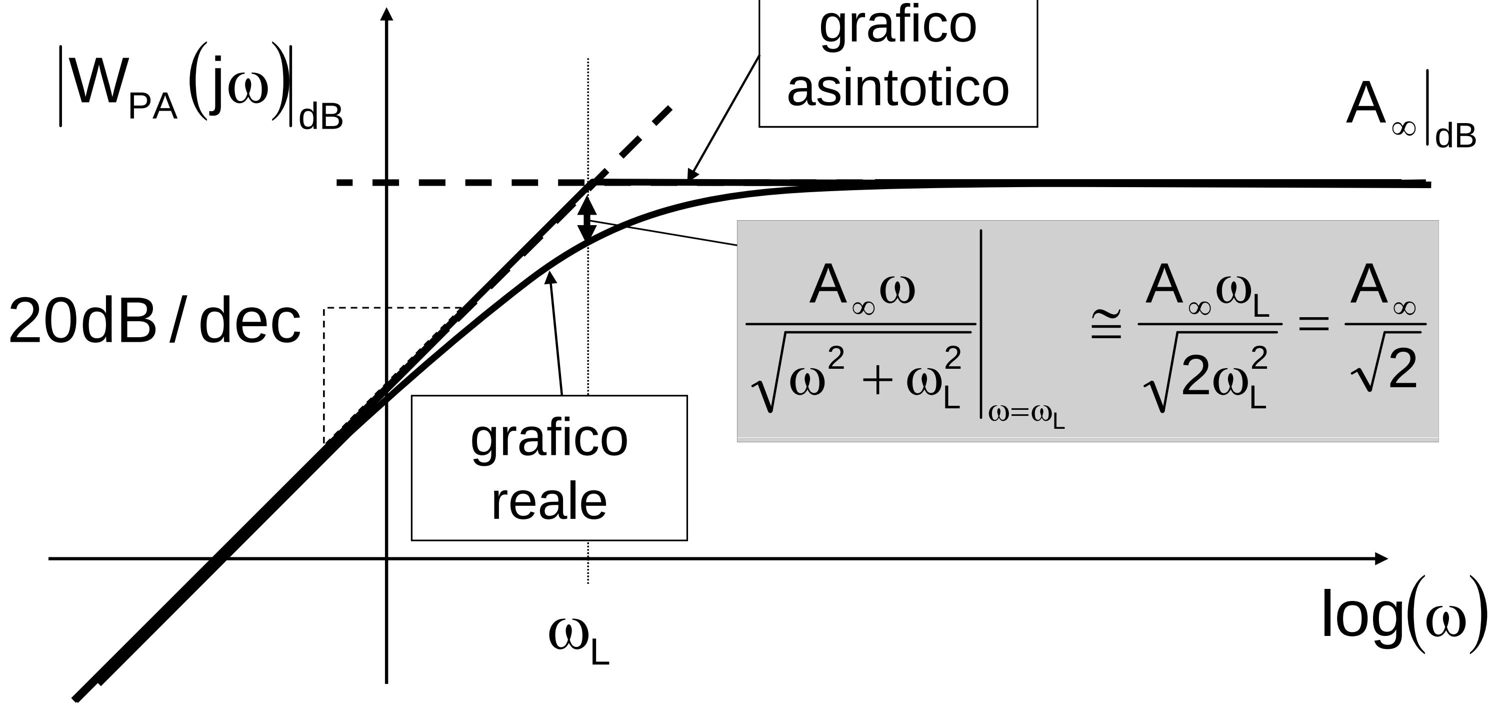
$$\left.\frac{A_\infty \omega}{\sqrt{\omega^2 + \omega_L^2}}\right|_{\omega >> \omega_L} \cong \frac{A_\infty \omega}{\sqrt{\omega^2}} = A_\infty$$

$$20 \log A_\infty$$

Filtro Passa ALTO

$\omega >> \omega_L$ $\quad (20\log A_\infty)\text{dB} = A_\infty\big|_{\text{dB}}$

$\omega << \omega_L$ $\quad (20\log A_\infty - 20\log\omega_L + 20\log\omega)\text{dB}$



$$\left.\frac{A_\infty\omega}{\sqrt{\omega^2+\omega_L^2}}\right|_{\omega=\omega_L} \cong \frac{A_\infty\omega_L}{\sqrt{2\omega_L^2}} = \frac{A_\infty}{\sqrt{2}}$$

Filtro Passa ALTO

$$W_{PA}(s) = \frac{A_\infty s}{s+\omega_L}$$

Diagramma di Bode della fase

$$\angle W_{PA}(j\omega) = \angle \frac{j\omega A_\infty}{j\omega + \omega_L} = \angle A_\infty + \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)$$

$\omega << \omega_L$ $$\angle W_{PA}(j\omega) = \angle A_\infty + \frac{\pi}{2}$$

$\omega >> \omega_L$ $$\angle W_{PA}(j\omega) = \angle A_\infty + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$$

$$A_\infty = -\frac{R_2}{R_1}$$

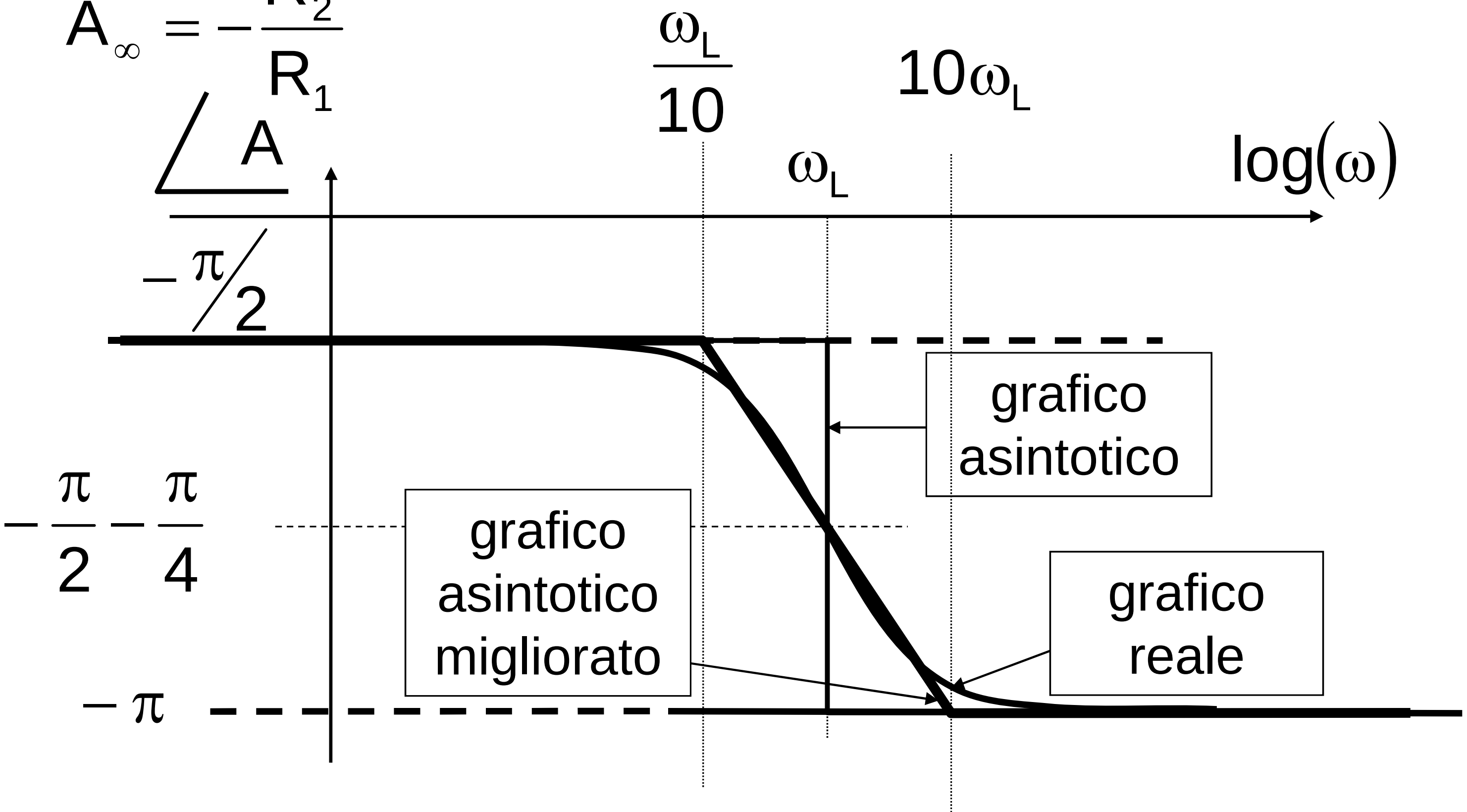
$$\omega_L = \frac{1}{R_1 C}$$

Filtro Passa ALTO

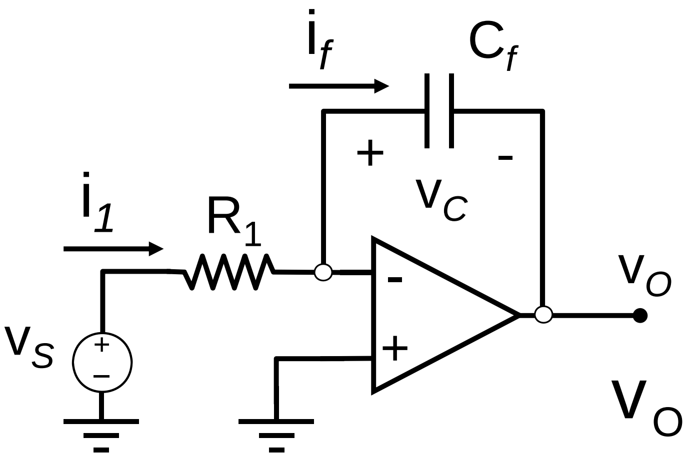
$\omega \ll \omega_L$ $\qquad \angle A_\infty + \dfrac{\pi}{2}$

$\omega \gg \omega_L$ $\qquad \angle A_\infty - \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{2}$

$$A_\infty = -\frac{R_2}{R_1}$$



Integratore



$$i_1 = i_f = \frac{v_S}{R_1}$$

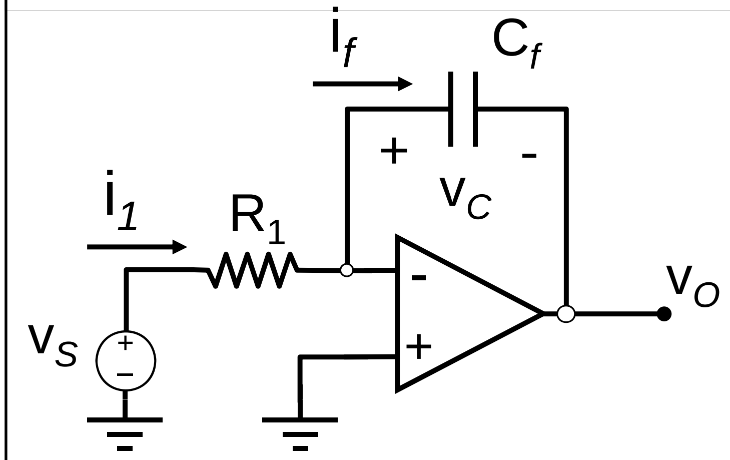
$$v_O(t) = -\frac{1}{C_f}\int_0^t \frac{v_S(\tau)}{R_1} d\tau - v_C(0)$$

Se $v_C(0)=0$ otteniamo:

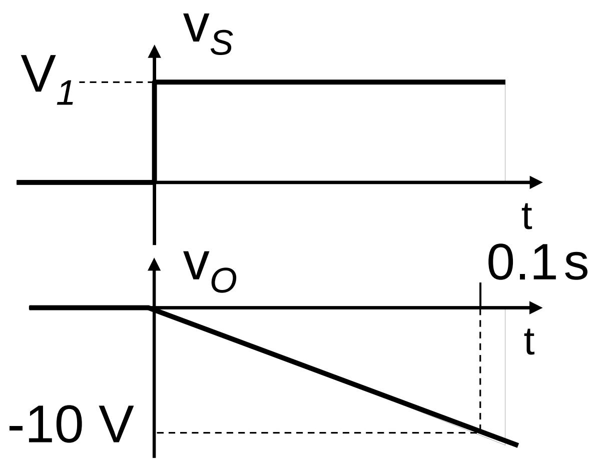
$$v_O(t) = -\frac{1}{R_1 C_f}\int_0^t v_S(\tau) d\tau$$

$$W(s) = -\frac{Z_f}{Z_{in}} = -\frac{\frac{1}{sC_f}}{R_1} = -\frac{1}{sR_1C_f}$$

Integratore



$$v_O(t) = -\frac{1}{R_1 C_f}\int_0^t v_S(\tau)\,d\tau$$



$$v_S(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ V_1 & t \geq 0 \end{cases}$$

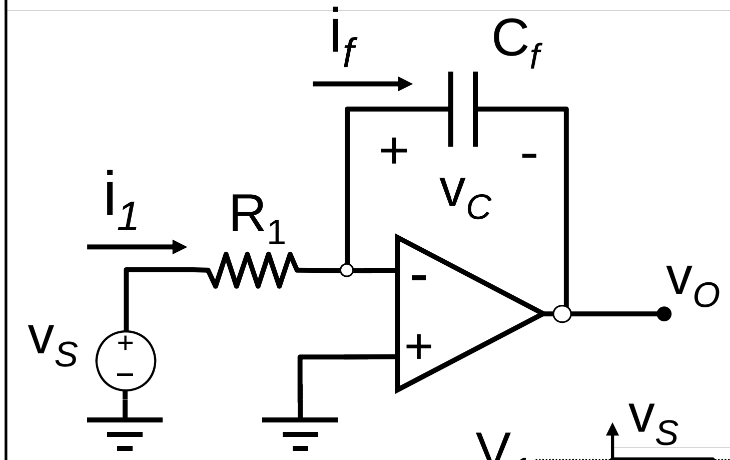
se :

$$R_1 = 10k\Omega, C_f = 1\mu F, V_1 = 1V$$

$$v_O(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ -\dfrac{V_1}{R_1 C_f} t & t \geq 0 \end{cases}$$

$$v_O(0.1s) = -\frac{1V}{10^4\Omega 10^{-6}F} 0.1s = -10V$$

Integratore

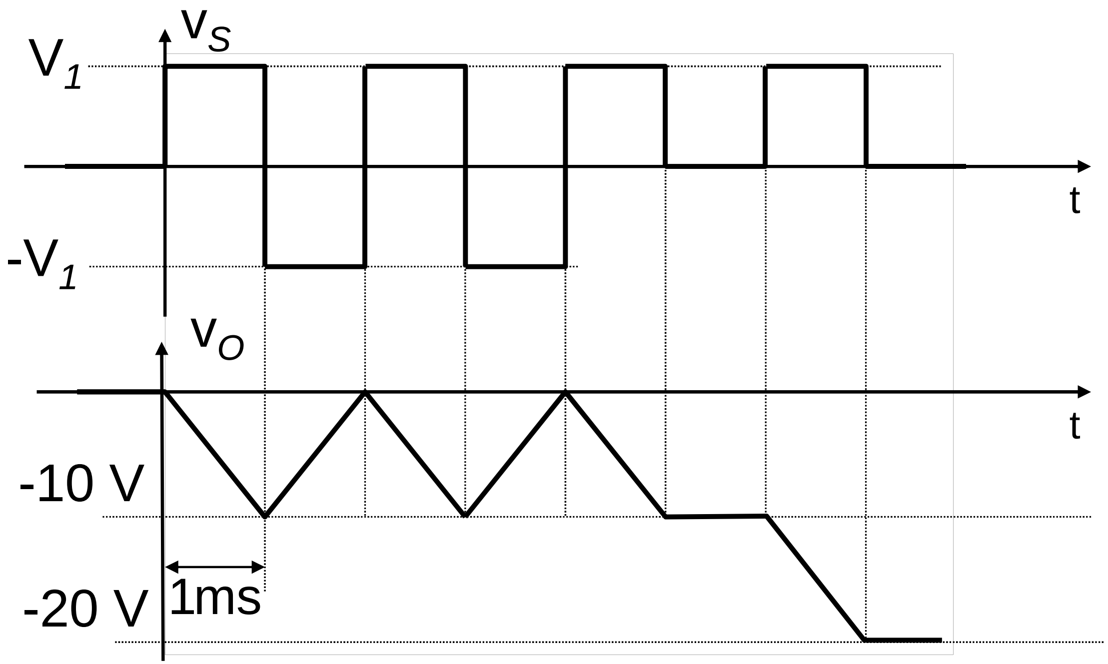


$$v_O(t) = -\frac{1}{R_1 C_f}\int_0^t v_S(\tau)\,d\tau$$

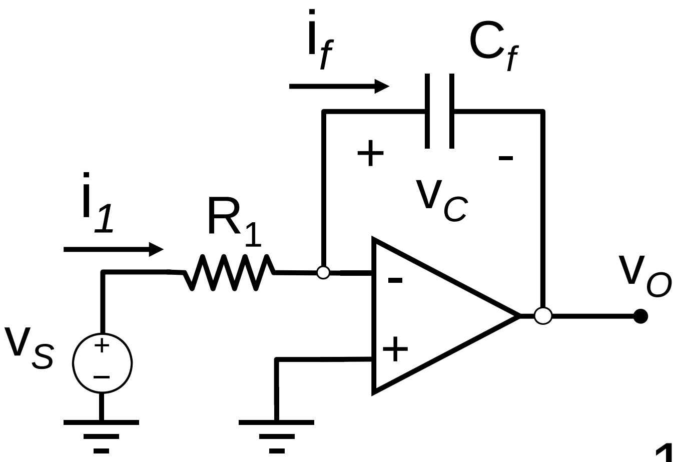
$$\text{se:}\quad R_1 = 10\text{k}\Omega, C_f = 10\text{nF}, V_1 = 1\text{V}$$

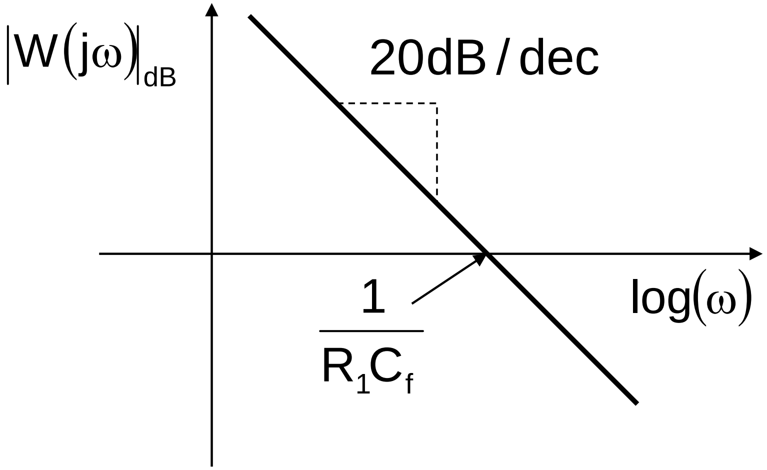
$$R_1 C_f = $$
$$= 10\text{k}\Omega \cdot 10\text{nF}$$
$$= 0.1\text{ms}$$

$$v_O(1\text{ms}) =$$
$$= -\frac{1\text{V}}{0.1\text{ms}} 1\text{ms}$$
$$= -10\text{V}$$

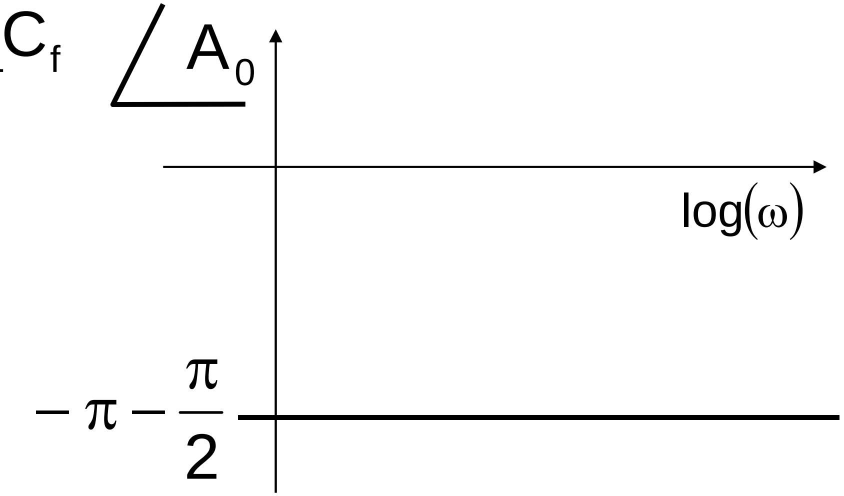


Integratore





$$W(s) = -\frac{1}{sR_1C_f}$$

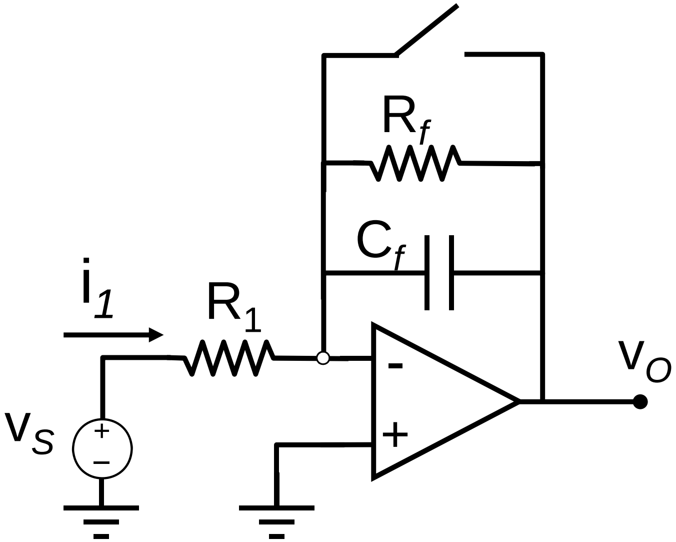


$$|W(j\omega)| = \left|\frac{1}{j\omega R_1C_f}\right| = \frac{\omega_f}{\omega}$$

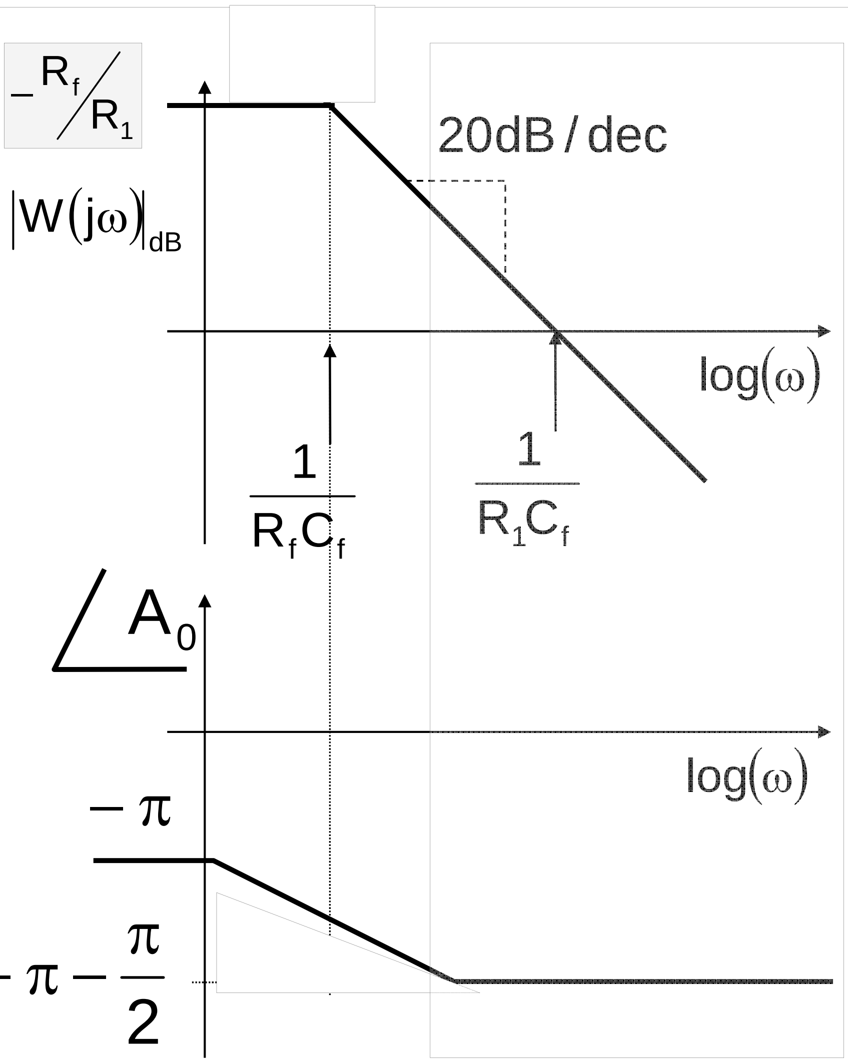
$$\angle W(j\omega) = -\pi - \frac{\pi}{2}$$

Integratore

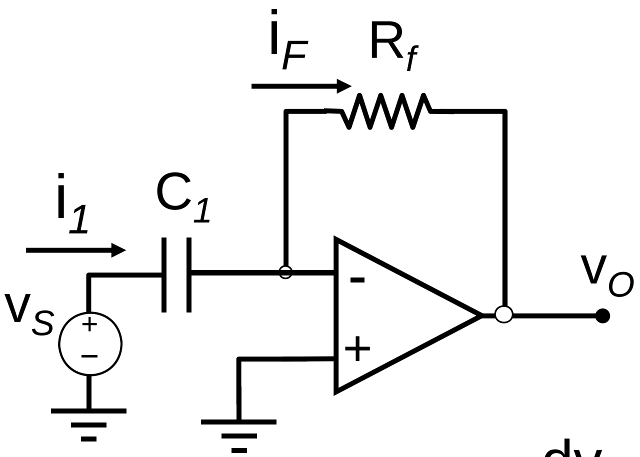
- Problema della DC
- Problema delle correnti di perdita e della tensione di offset

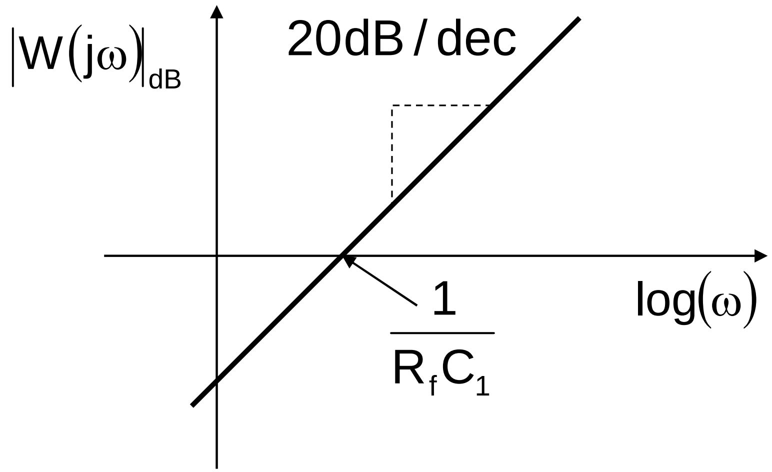


$$W(s) = -\frac{R_f}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sC_fR_f}$$

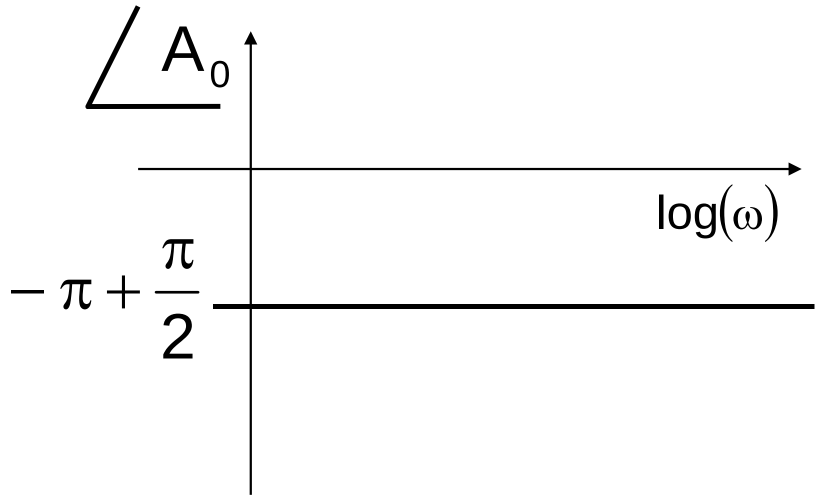


Derivatore (ideale)





$$i_1(t) = C_1 \frac{dv_S}{dt}$$

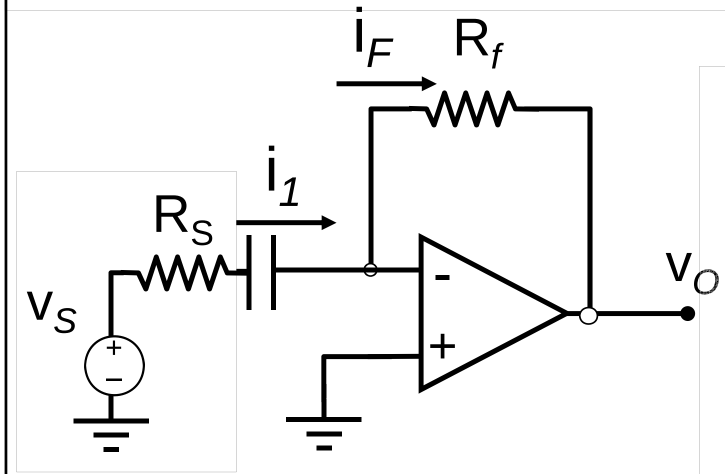


$$v_O(t) = -i_C(t) \cdot R_f$$

$$= -R_f C_1 \cdot \frac{dv_S}{dt}$$

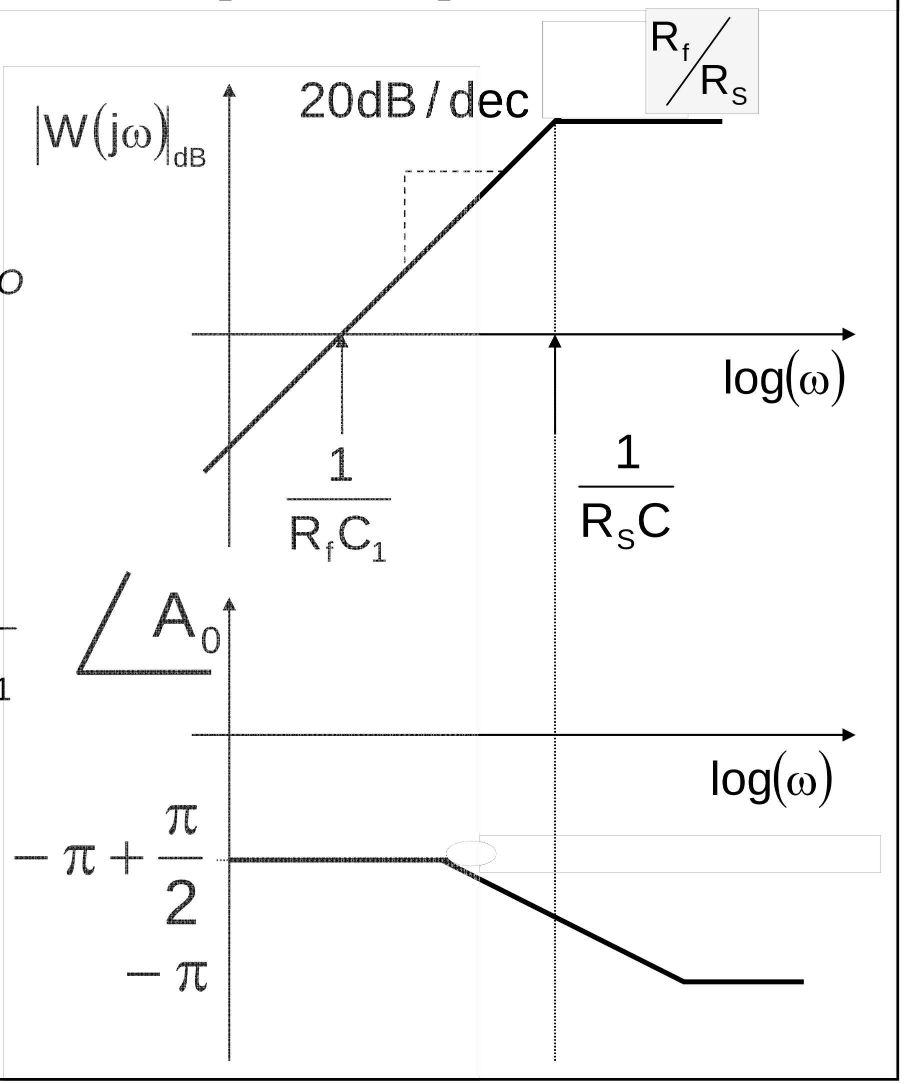
$$W(s) = -sR_f C_1$$

Derivatore (reale)



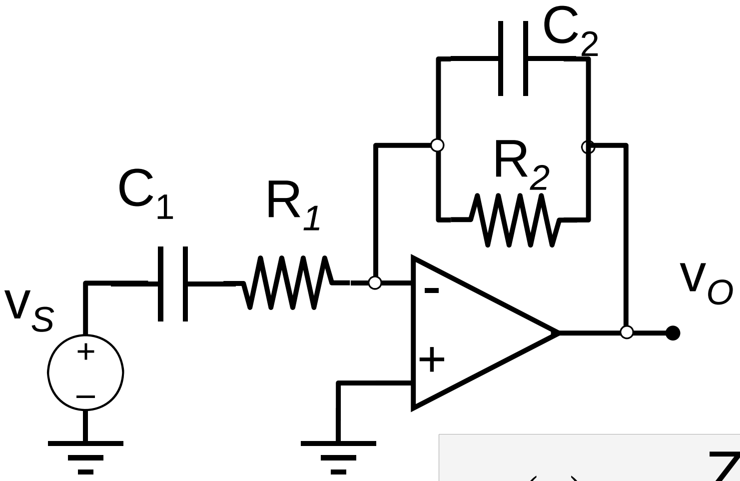
$$W(s) = -\frac{R_f}{R_S + \frac{1}{sC_1}} = -\frac{sR_fC_1}{1 + sR_SC_1}$$

$$W(s) = -\frac{R_f}{R_S}\frac{s}{\frac{1}{R_SC_1} + s}$$



Calcolo di funzioni di trasferimento e diagrammi di Bode di funzioni in s W(s) generiche

Filtro Passa BANDA



$$Z_1 = \frac{1 + sC_1R_1}{sC_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + sC_2R_2}$$

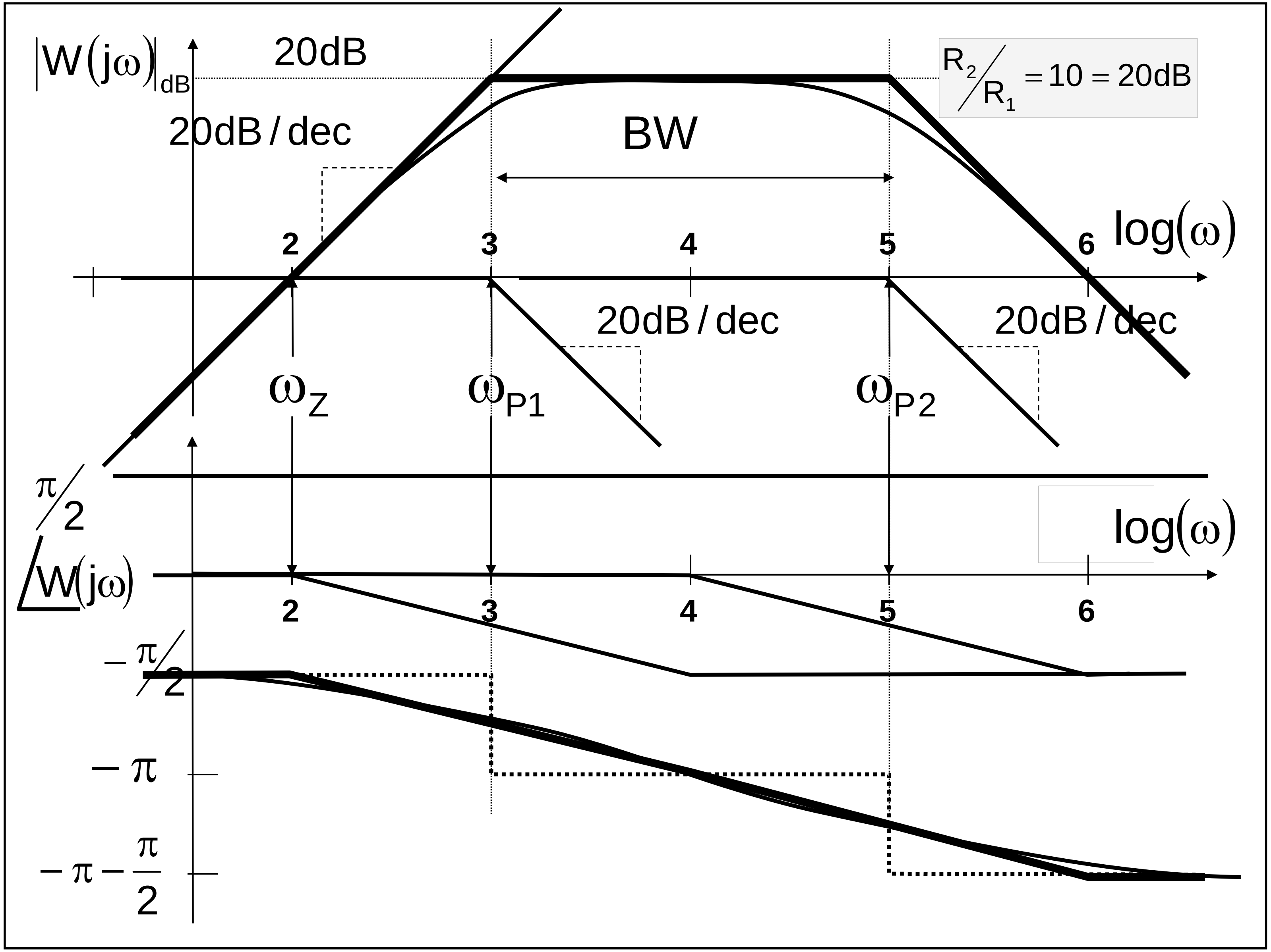
$$W(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{sR_2C_1}{(1 + sC_1R_1)(1 + sC_2R_2)}$$

$$R_1 = 1k\Omega$$
$$R_2 = 10k\Omega$$
$$C_1 = 1\mu F$$
$$C_2 = 1nF$$

$$\omega_Z = \frac{1}{R_2C_1} = 100 \quad \left[{rad}/{sec} \right]$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1R_1} = 1000 \quad \left[{rad}/{sec} \right]$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2R_2} = 100000 \quad \left[{rad}/{sec} \right]$$



|W(jω)|dB
20dB
20dB / dec
BW
R2/R1 = 10 = 20dB
log(ω)
2
3
4
5
6
20dB / dec
20dB / dec
ωZ
ωP1
ωP2
π/2
log(ω)
∠W(jω)
2
3
4
5
6
− π/2
− π
− π − π/2

Filtro Passa BANDA

$$W(s) = -\frac{sR_2C_1}{(1+sC_1R_1)(1+sC_2R_2)}$$

$$W(s) = -\frac{s/\omega_Z}{\left(1+s/\omega_{P1}\right)\left(1+s/\omega_{P2}\right)}$$

Posso riscrivere come:

$$W(s) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{s}{\left(s+\frac{1}{C_1R_1}\right)}\frac{1}{(sC_2R_2+1)}$$

$$W(s) = A_0\frac{s}{(s+\omega_{P1})}\frac{1}{\left(s/\omega_{P2}+1\right)}$$

Metto in evidenza il guadagno a centro banda.

Regola Generale:

Se individuo poli e zeri a bassa frequenza (prima del centro banda) e li scrivo nella forma (s+ω), avrò una formula che ha come coefficiente (non dipendente da s) il guadagno a centro banda.

W(s) Generica

$$W(s) = 20 \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_{Z1}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{P1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{P2}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{P3}}\right)}$$

$$\omega_Z = 10 \quad \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

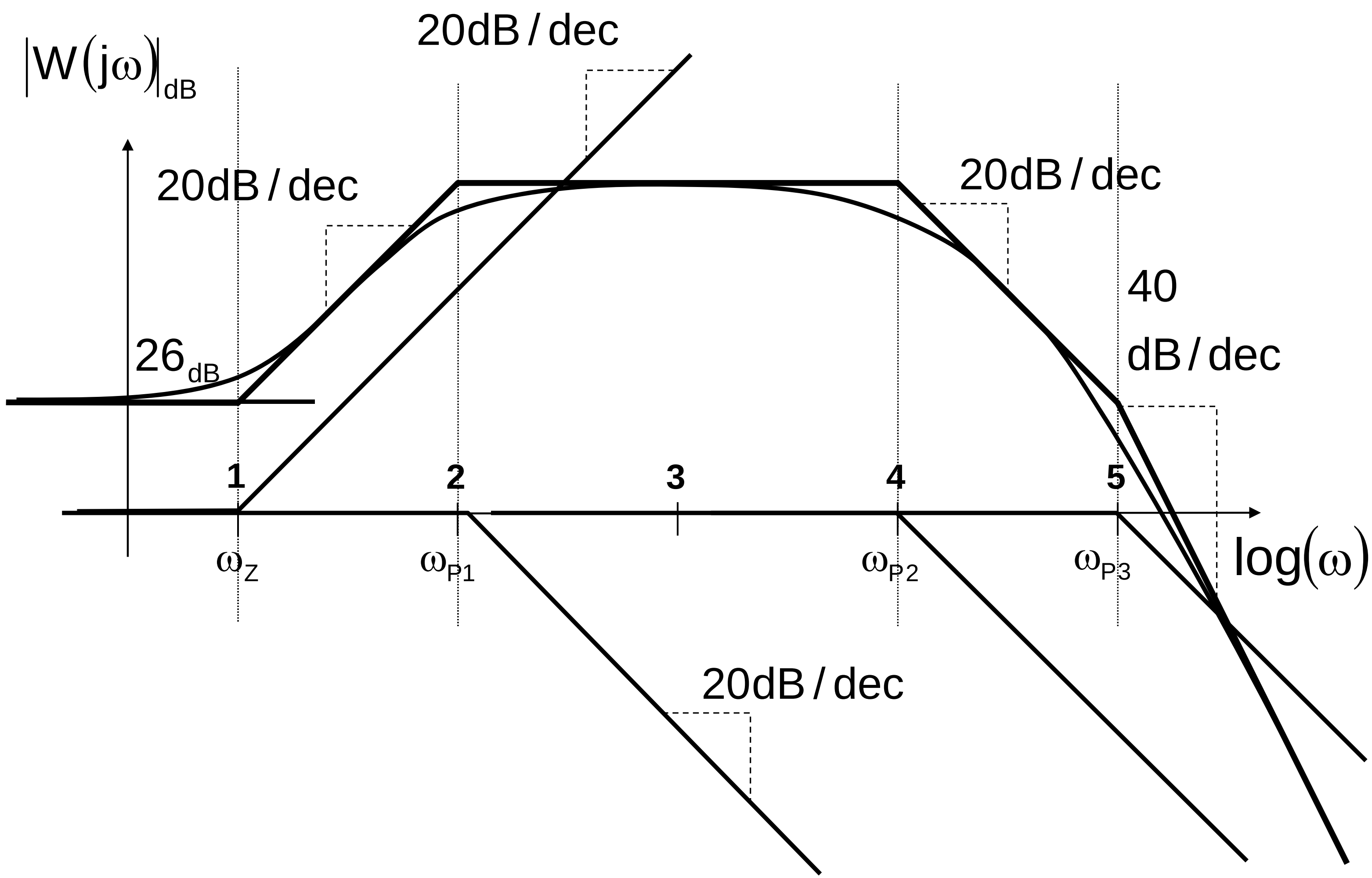
$$\omega_{P1} = 10^2 \quad \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$\omega_{P2} = 10^4 \quad \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

$$\omega_{P3} = 10^5 \quad \left[\frac{rad}{sec}\right]$$

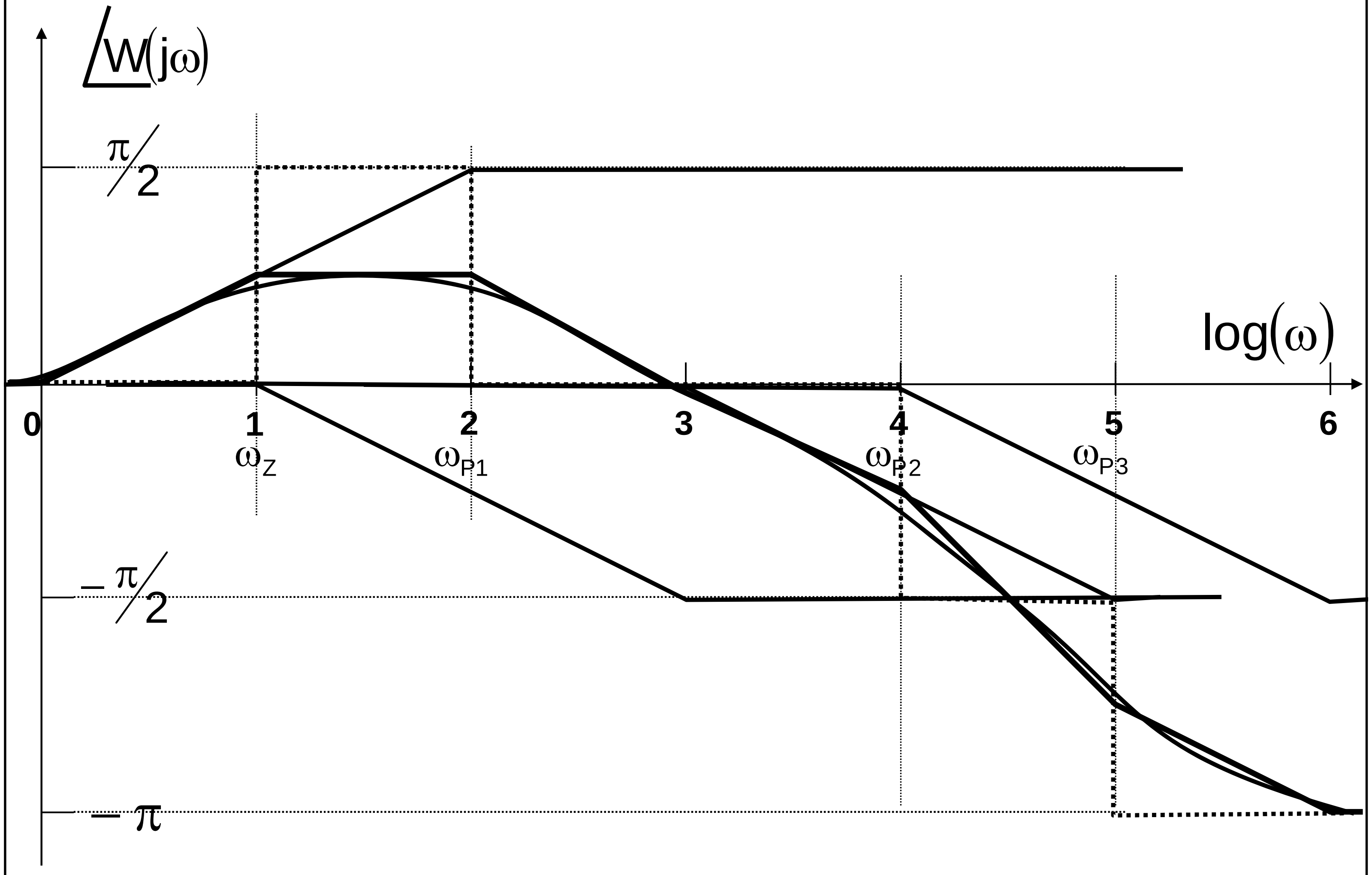
$$W_{DC} = W(0) = 20 \Rightarrow \left(20 \log_{10} 20\right)_{dB} = 26_{dB}$$

W(s) Generica



$|W(j\omega)|_{dB}$
20dB / dec
20dB / dec
20dB / dec
40
dB / dec
26_{dB}
1
2
3
4
5
ω_Z
ω_{P1}
ω_{P2}
ω_{P3}
$\log(\omega)$
20dB / dec

W(s) Generica



W(s) Generica

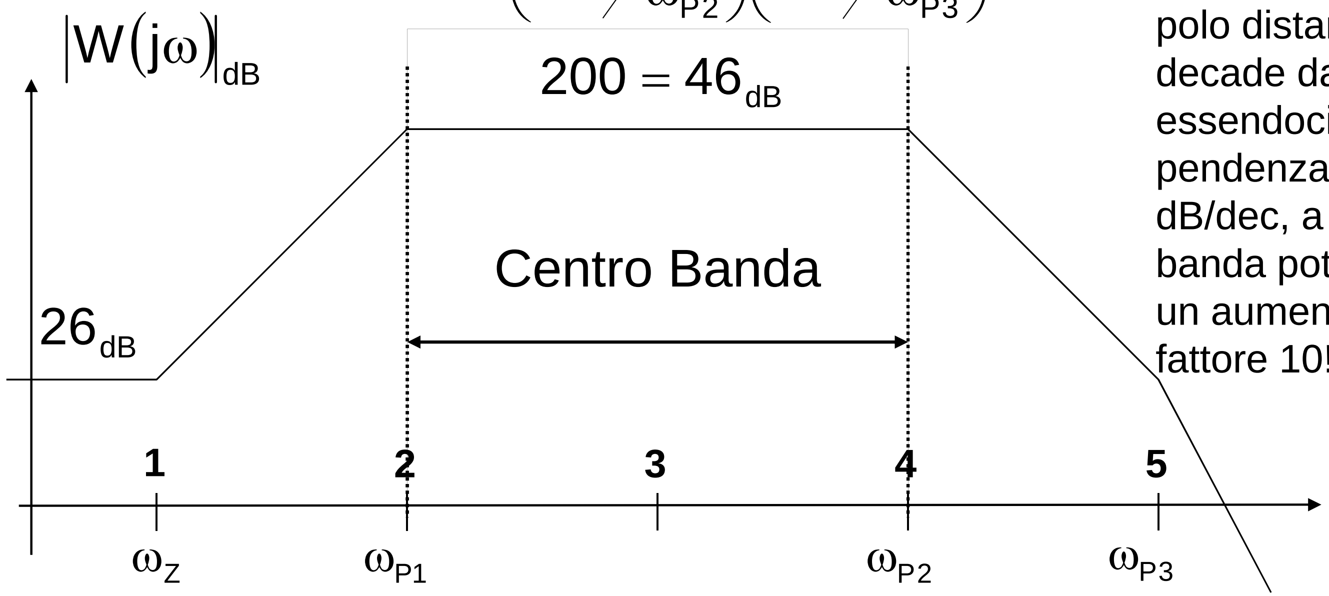
$$\omega_Z = 10 \quad \left[\mathrm{rad}/\mathrm{sec} \right]$$

$$\omega_{P1} = 10^2 \quad \left[\mathrm{rad}/\mathrm{sec} \right]$$

Polo e zero a bassa freq.

$$W(s) = 20 \frac{\omega_{P1}}{\omega_{Z1}} \frac{(\omega_{Z1} + s)}{(\omega_{P1} + s)\left(1 + s/\omega_{P2}\right)\left(1 + s/\omega_{P3}\right)}$$

$$W(s) = 200 \frac{(\omega_{Z1} + s)}{(\omega_{P1} + s)\left(1 + s/\omega_{P2}\right)\left(1 + s/\omega_{P3}\right)}$$



Anche dal grafico si vedeva che a centro banda ci sarebbe stato un guadagno di 200. Infatti, essendo il polo distanziato di una decade dallo zero, ed essendoci una pendenza di 20 dB/dec, a centro banda potevo valutare un aumento di un fattore 10! (20dB=10)

Argomenti della lezione:

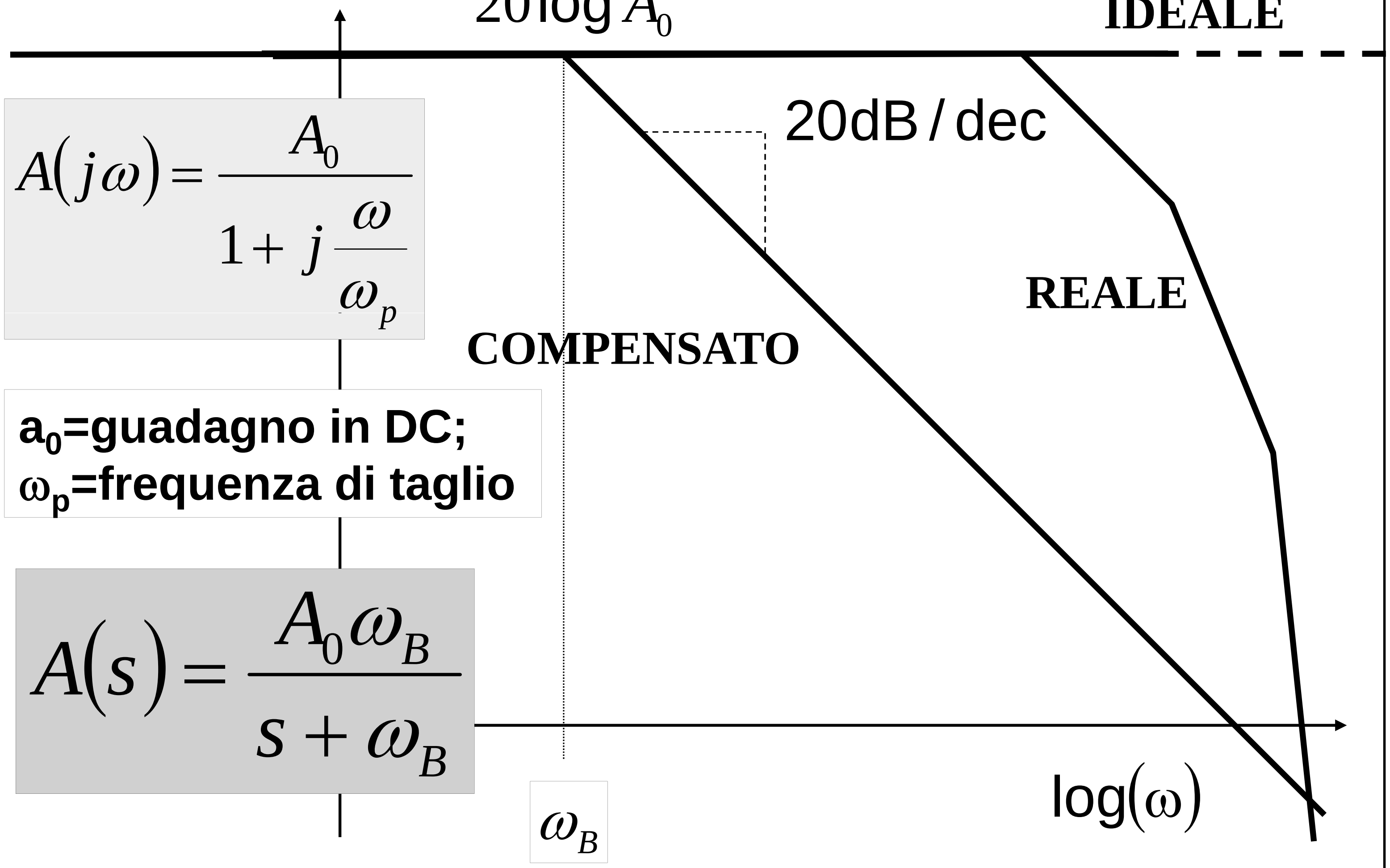
Esempio di non idealità degli amplificatori operazionali reali: effetto della larghezza di banda limitata sulla configurazione non invertente **(5.4.1)**.

Banda limitata dell’A.O.

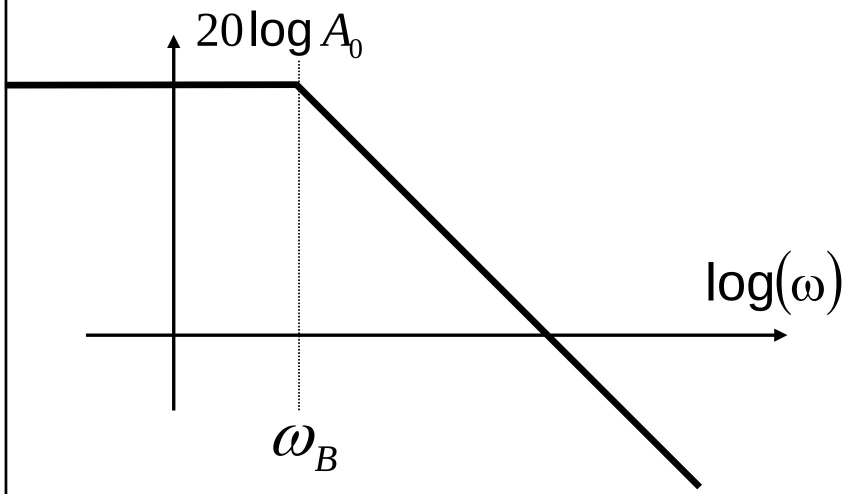
$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}}$$

a_0=guadagno in DC;
ω_p=frequenza di taglio

$$A(s) = \frac{A_0 \omega_B}{s + \omega_B}$$



Banda limitata dell'A.O.



$$A(j\omega) = \frac{A_0\omega_B}{\omega_B + j\omega}$$

$$|A(j\omega)| = \frac{A_0\omega_B}{\sqrt{\omega_B^2 + \omega^2}}$$

$\omega << \omega_B$

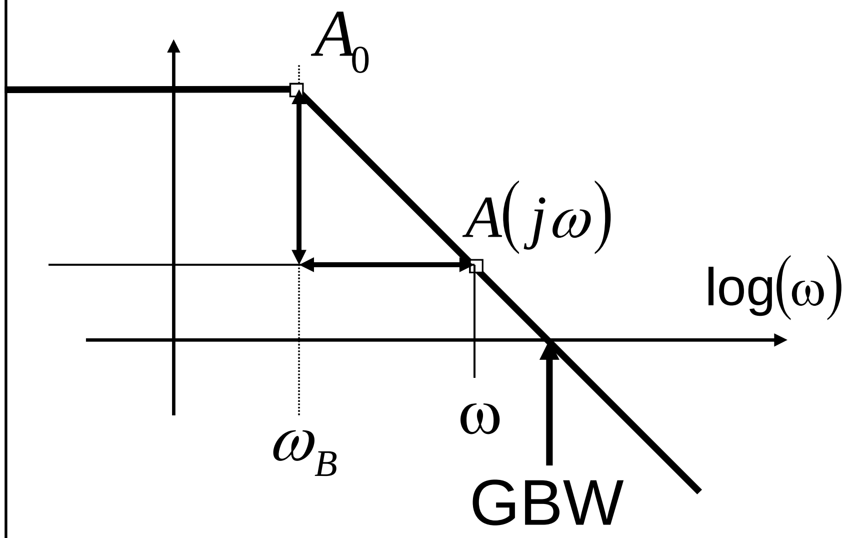
$$|A(j\omega)| \cong A_0$$

$\omega >> \omega_B$

$$|A(j\omega)| \cong \frac{A_0\omega_B}{\omega} = \frac{\omega_T}{\omega}$$

$\omega_T = A_0\omega_B = GBW$ **Prodotto guadagno per larghezza di banda**

Banda limitata dell'A.O.



$$A(j\omega) = \frac{A_0\omega_B}{\omega_B + j\omega}$$

$$\omega >> \omega_B$$

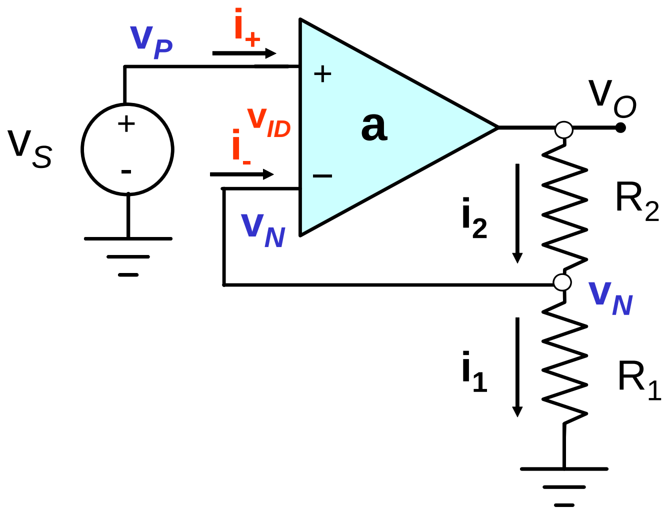
$$|A(j\omega)| \cong \frac{A_0\omega_B}{\omega} = \frac{\omega_T}{\omega}$$

$$\omega|A(j\omega)| \cong \omega_T = GBW = \text{costante}$$

Queste considerazioni hanno senso solo se si sta analizzando una funzione di trasferimento a singolo o a polo dominante

Tutto questo vale ad "anello aperto".
Cosa succede ad anello chiuso?

Banda limitata dell'A.O.



$$A_v = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A}{1+\dfrac{AR_1}{R_2+R_1}} = \frac{A}{1+A\beta}$$

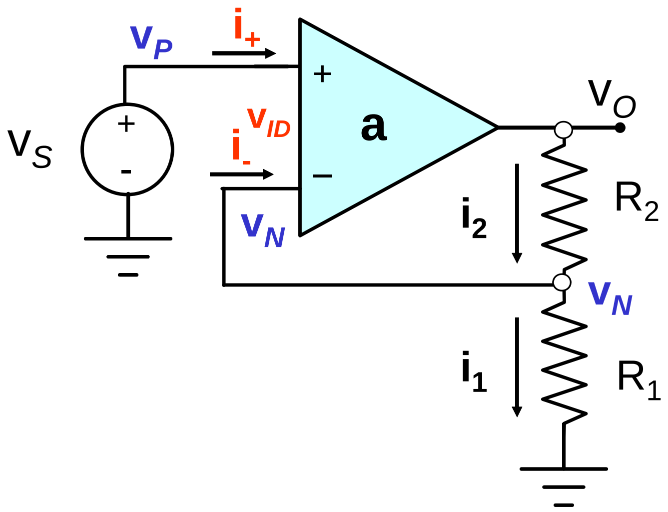
$$\beta = \frac{R_1}{R_2+R_1}$$

Sostituisco A con A(jω):

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_B}} = \frac{A_0\omega_B}{\omega_B+j\omega}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{\dfrac{A_0\omega_B}{\omega_B+j\omega}}{1+\beta\dfrac{A_0\omega_B}{\omega_B+j\omega}}$$

Effetto della Banda finita sulla configurazione non invertente



$$A_v(j\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{\dfrac{A_0\omega_B}{\omega_B + j\omega}}{1 + \beta\dfrac{A_0\omega_B}{\omega_B + j\omega}}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{A_0\omega_B}{\omega_B + j\omega + \beta A_0\omega_B}$$

$$A_v(i\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{A_0\omega_B}{j\omega + \omega_B(1 + A_0\beta)}$$

$$A_v(j\omega) = \frac{v_O}{v_S} = \frac{\dfrac{A_0}{(1 + A_0\beta)}}{\dfrac{j\omega}{(1 + A_0\beta)\omega_B} + 1}$$

Effetto della Banda finita sulla configurazione non invertente

$$A_v(j\omega) = \frac{\dfrac{A_0}{(1+A_0\beta)}}{\dfrac{j\omega}{(1+A_0\beta)\omega_B}+1}$$

$$A_v(0) = \frac{A_0}{(1+A_0\beta)}$$

Guadagno DC ad anello chiuso

$$\omega_H = \omega_B(1+A_0\beta)$$

Frequenza del polo con ad anello chiuso

$$A_v(j\omega) = \frac{A_v(0)}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_H}} \qquad A_v(s) = \frac{A_v(0)}{\dfrac{s}{\omega_H}+1}$$

E' ancora una f.d.T. a singolo polo.

Noto che il guadagno è stato ridotto di un fattore (1+βA_0) mentre la frequenza del polo è stata aumentata di un ugual fattore (1+βA_0).
Quindi il GBW è rimasto costante!

Effetto della Banda finita sulla configurazione non invertente

$$A_v(j\omega) = \frac{A_v(0)}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_H}}$$

$$A_v(0) = \frac{A_0}{(1 + A_0\beta)}$$

$$\omega_H = \omega_B(1 + A_0\beta)$$

noto A_0 e ω_B è possibile determinare la banda ad anello chiuso fissato il guadagno e viceversa.