

TRIGGER DI SCHMITT

Configurazione invertente

Il circuito di Fig. 1a rappresenta un amplificatore in configurazione non invertente basato su un amplificatore operazionale con retroazione negativa. Dall'equazione della maglia d'ingresso ricaviamo la tensione differenziale d'ingresso dell'operazionale:

$$(1) \quad v_{id} = v_s - \beta v_o$$

dove

$$(2) \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} < 1$$

Sapendo che $v_o = A v_{id}$, dalla (1) otteniamo il guadagno di tensione:

$$(3) \quad A_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{A}{1 + A\beta} < A$$

L'effetto della retroazione negativa è quello di diminuire il guadagno dell'amplificatore operazionale di un fattore pari alla differenza di anello $1 + A\beta$. Dato un certo valore della tensione d'ingresso, la tensione di uscita è univocamente determinata dalla (3). Il valore della tensione di uscita può essere ottenuto anche per via grafica considerando il piano della transcaratteristica dell'amplificatore operazionale mostrato in Fig. 1b, nel quale è riportata anche la retta corrispondente all'eq. (1) che rappresenta il vincolo imposto dalla rete di retroazione:

$$(4) \quad v_o = -\frac{v_{id}}{\beta} + \frac{v_s}{\beta}$$

Come si vede, tale retta ha una pendenza negativa e maggiore di 45° essendo $\beta < 1$. Il punto di intersezione tra la retta e la transcaratteristica dell'operazionale determina il punto di equilibrio P del sistema. Al variare della tensione d'ingresso, la retta si sposta rimanendo parallela a se stessa (il coefficiente angolare dipende solo dalle resistenze R_1 e R_2) e determinando un diverso punto di intersezione. Diamo ora una dimostrazione qualitativa del fatto che tale punto di equilibrio è stabile. Ragionando direttamente sul circuito, si osserva che una qualsiasi perturbazione dell'uscita viene riportata all'ingresso dalla rete di retroazione e causa una perturbazione di segno opposto nella tensione differenziale v_{id} (ovverosia, se v_o aumenta, dalla (1) con v_s costante v_{id} diminuisce). Pertanto, la tensione di uscita dell'operazionale tende a spostarsi nella direzione opposta alla variazione iniziale, indicando così un'azione di contrasto della perturbazione (sistema stabile). Lo stesso ragionamento può essere fatto sulla transcaratteristica di Fig. 1b osservando che, mentre la relazione (1) indica un legame $v_{id} = f(v_o)$ istantaneo, il legame $v_o = f_1(v_{id})$ imposto dall'operazionale ha una sua dinamica, ovverosia, l'uscita risponde ad una sollecitazione d'ingresso con un certo ritardo. Tale dinamica non è direttamente osservabile nella transcaratteristica essendo quest'ultima una relazione statica che vale a regime. Tenendo a mente tali considerazioni, se per qualche ragione il punto di equilibrio in Fig. 1b si sposta da P a P' (ciò corrisponde ad una diminuzione della tensione di uscita), la tensione v_{id} cresce, forzando un aumento della tensione di uscita dell'operazionale. Questa azione forza il punto di equilibrio a muoversi, sempre lungo la retta (1), verso il punto P, che rappresenta, pertanto, un punto di equilibrio stabile.

Analizziamo ora il caso in cui il segnale di retroazione venga riportato non più al morsetto invertente ma a quello non invertente, come mostrato in Fig. 2a. In questo caso le relazioni precedenti si modificano nel seguente modo:

$$(5) \quad v_{id} = -v_s + \beta v_o$$

ed il guadagno di tensione complessivo vale:

$$(6) \quad A_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{A}{1 - A\beta}$$

Consideriamo inizialmente il caso in cui il guadagno di anello $A\beta$ sia minore di uno. Dalla (6), si osserva immediatamente che, in questo caso, il guadagno di tensione A_v risulta maggiore di A , condizione che identifica lo schema di Fig. 2a come un circuito a retroazione positiva. Il punto di equilibrio nel piano della transcaratteristica è mostrato in Fig. 2b: come si può osservare dalla (5), la pendenza della retta risulta, in questo caso, positiva e maggiore della pendenza della transcaratteristica ($A < 1/\beta$). Dimostriamo qualitativamente che anche in questo caso, il punto di equilibrio è stabile. Infatti, se per qualche ragione il punto di equilibrio in Fig. 2b si sposta da P a P' (ciò corrisponde ad un aumento della tensione di uscita), la tensione v_{id} cresce, forzando sì, un aumento della tensione di uscita dell'operazionale, ma inferiore al valore della perturbazione iniziale. Questo, forza il punto di equilibrio a tornare, sempre lungo la retta (5), verso il punto P, che rappresenta ancora un punto di equilibrio stabile.

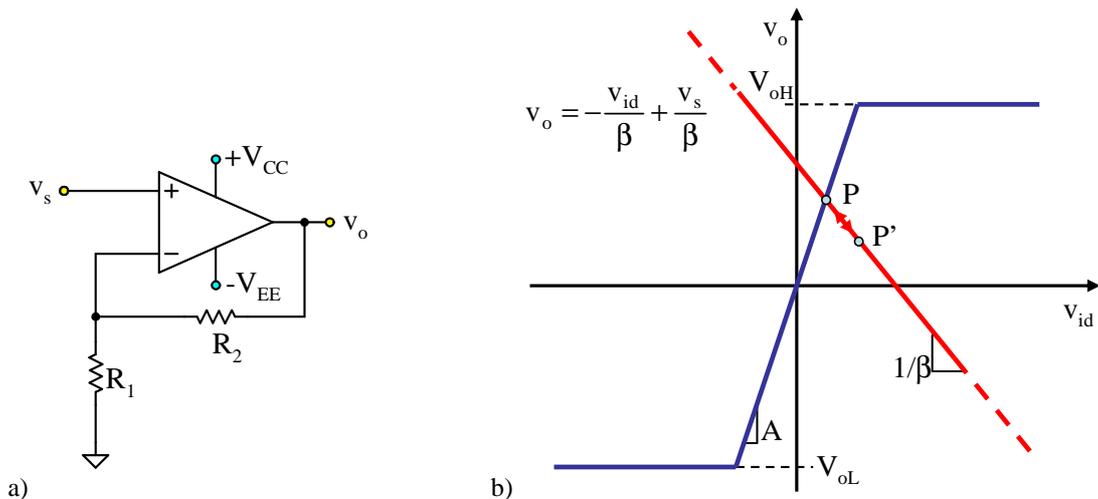


Fig. 1– a) Schema dell'amplificatore operazionale con retroazione negativa (amplificatore non invertente); b) punto di equilibrio P sulla transcaratteristica dell'amplificatore

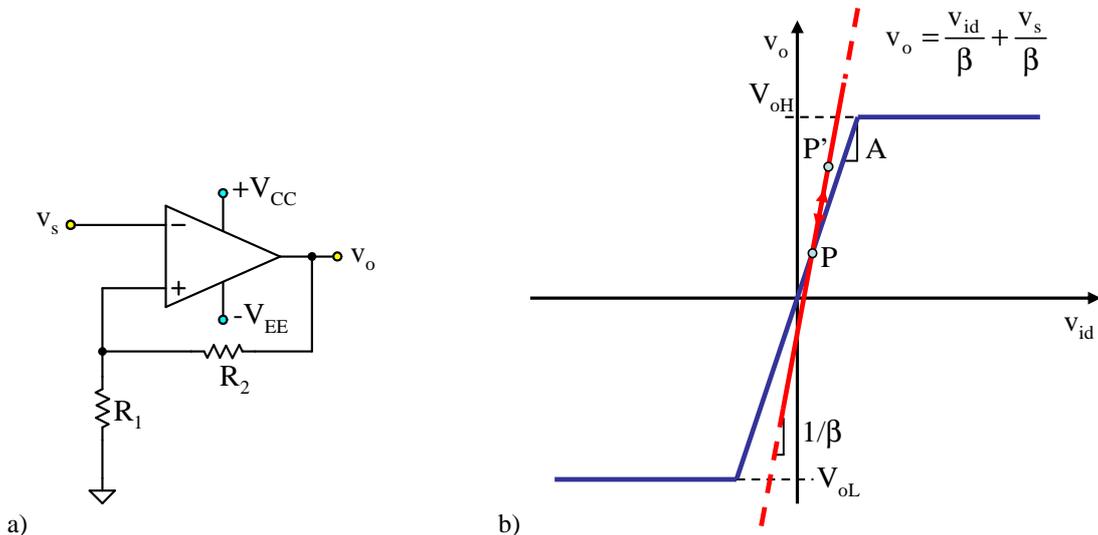


Fig. 2– Schema dell'amplificatore operazionale con retroazione positiva; b) punto di equilibrio P sulla transcaratteristica dell'amplificatore nel caso in cui $A\beta < 1$

Se adesso analizziamo il caso in cui $A\beta > 1$, la pendenza della retta diventa minore della pendenza della transcaratteristica ($A > 1/\beta$), ed il relativo diagramma è mostrato in Fig. 3. Come si può osservare, i punti di intersezione tra la retta e la transcaratteristica diventano tre e sono indicati in figura con P, P₁ e P₂. Di questi solo le intersezioni in zona di saturazione rappresentano punti di equilibrio stabili. Per dimostrare tale affermazione supponiamo che il punto di equilibrio sia in P e che per una qualche ragione questo si sposti in P', a cui corrisponde una tensione di uscita maggiore

del valore di equilibrio. Tale perturbazione produce un aumento della tensione v_{id} tale da forzare la tensione di uscita dell'operazionale a valori superiori al valore della perturbazione iniziale. Questo fatto, forza il punto di lavoro ad allontanarsi dal punto P fino a raggiungere il punto P₁, che risulta stabile, in base agli stessi ragionamento fatti precedentemente (nell'intorno di tale punto, la pendenza della retta torna ad essere superiore a quella corrispondente alla zona di saturazione della transcaratteristica, che è pari a zero). Un ragionamento duale può essere fatto se si considera una perturbazione del punto P che lo sposti a valori di tensione di uscita inferiori. Anche in questo caso, la perturbazione viene esaltata ed il punto di equilibrio raggiunge rapidamente il punto P₂, dove rimane indisturbato.

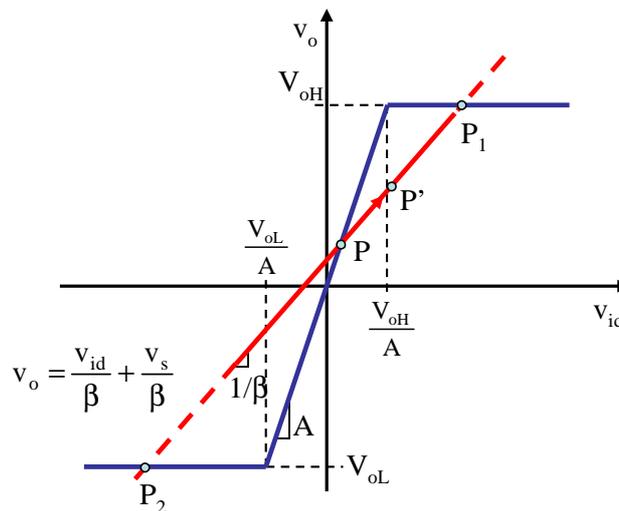


Fig. 3- Punti di equilibrio P, P₁ e P₂ sulla transcaratteristica dell'amplificatore nel caso in cui $A\beta > 1$

Vediamo adesso l'effetto della tensione d'ingresso v_s , supponendo, inizialmente, il punto di equilibrio in P₁. La tensione differenziale d'ingresso vale:

$$(7) \quad v_o = V_{oH} \Rightarrow v_{id} = \beta V_{oH} - v_s$$

All'aumentare di v_s , la retta corrispondente a (7) si sposta verso sinistra come indicato in Fig. 4a. L'operazionale rimane saturo fino a che la seguente condizione è soddisfatta:

$$(8) \quad v_{id} > \frac{V_{oH}}{A} \Rightarrow v_s < \beta V_{oH} - \frac{V_{oH}}{A} = \frac{A\beta - 1}{A} V_{oH}$$

Si definisce tensione di soglia superiore il termine:

$$(9) \quad V_{thH} = \frac{A\beta - 1}{A} V_{oH}$$

Quando l'aumento di v_s porta a violare la condizione (8), il punto di equilibrio si sposta rapidamente lungo la retta al punto P₃ (vedi Fig. 4a), che diventa il nuovo punto di equilibrio stabile. In tale condizione si ha:

$$(10) \quad v_o = V_{oL} \Rightarrow v_{id} = \beta V_{oL} - v_s$$

Affinché si produca una nuova commutazione della tensione di uscita dell'operazionale, la tensione d'ingresso deve ora diminuire fino al punto in cui non è più valida la seguente diseuguaglianza:

$$(11) \quad v_{id} < \frac{V_{oL}}{A} \Rightarrow v_s > \beta V_{oL} - \frac{V_{oL}}{A} = \frac{A\beta - 1}{A} V_{oL}$$

Anche in questo caso, si definisce una tensione di soglia inferiore data da:

$$(12) \quad V_{thL} = \frac{A\beta - 1}{A} V_{oL}$$

La Fig. 4b illustra la condizione corrispondente al valore limite della (11) oltre la quale il punto di equilibrio si sposta rapidamente risalendo lungo la retta (10) verso il nuovo punto di equilibrio

P₄. In definitiva, al variare della tensione d'ingresso il circuito di Fig. 2a avrà due soli punti di equilibrio stabile in P₃ e P₄. Per questo motivo, è anche chiamato circuito *bistabile*.

Osserviamo che, essendo $A\beta > 1$, dalle (9) e (12) risulta:

$$(13) \quad V_{thH} > V_{thL}$$

essendo senz'altro $V_{oH} > V_{oL}$. In Fig. 5 è mostrata la transcaratteristica complessiva $v_o = f(v_s)$ del Trigger di Schmitt: come si può osservare, la condizione $A\beta > 1$, dà luogo ad una isteresi la cui ampiezza è data da:

$$(14) \quad V_H = V_{thH} - V_{thL} = \frac{A\beta - 1}{A} (V_{oH} - V_{oL})$$

L'isteresi ha, inoltre, un'asse di simmetria centrato alla tensione:

$$(15) \quad V_C = \frac{V_{thH} + V_{thL}}{2} = \frac{A\beta - 1}{A} \left(\frac{V_{oH} + V_{oL}}{2} \right)$$

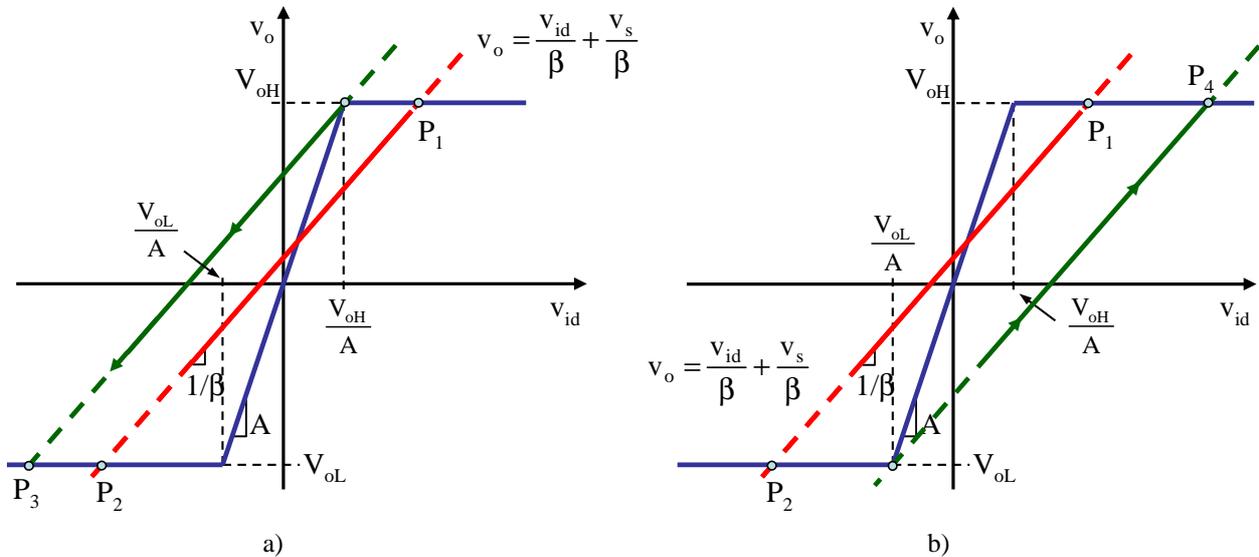


Fig. 4– a) Transizione dal punto di equilibrio P₁ a P₃ all'aumentare della tensione d'ingresso v_s ; b) transizione dal punto di equilibrio P₂ a P₄ al diminuire della tensione d'ingresso v_s

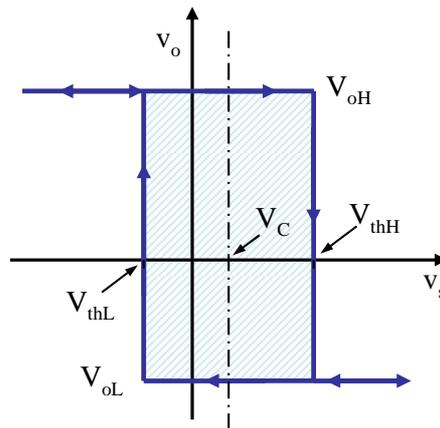


Fig. 5– Transcaratteristica complessiva del Trigger di Schmitt

Si può facilmente spostare il baricentro dell'isteresi utilizzando una tensione di riferimento V_R come indicato in Fig. 6a. Per l'analisi, assumiamo che l'amplificatore operazionale abbia guadagno infinito e che le tensioni di saturazione siano simmetriche, cioè $V_{oL} = -V_{oH}$. Facciamo inizialmente l'ipotesi che l'operazionale si trovi saturo alla sua tensione massima positiva $v_o = V_{oH}$. In queste condizioni, la tensione presente al morsetto non invertente risulta:

$$(16) \quad V_{thH} = V_{oH} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_R \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \beta V_{oH} + (1-\beta)V_R$$

L'ipotesi fatta è verificata se la tensione d'ingresso v_s soddisfa la seguente condizione:

$$(17) \quad v_s < V_{thH}$$

Pertanto, la tensione V_{thH} assume il significato di tensione di soglia superiore. Quando v_s diventa maggiore della tensione di soglia V_{thH} l'uscita commuta e satura al valore minimo $v_o = V_{oL}$ modificando, così, anche la tensione al morsetto non invertente che diventa:

$$(18) \quad V_{thL} = V_{oL} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_R \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \beta V_{oL} + (1-\beta)V_R$$

Questa condizione permane finché:

$$(19) \quad v_s > V_{thL}$$

La larghezza dell'isteresi vale:

$$(20) \quad V_H = V_{thH} - V_{thL} = 2\beta V_{oH}$$

ed è centrata attorno al seguente valore:

$$(21) \quad V_C = \frac{V_{thH} + V_{thL}}{2} = (1-\beta)V_R$$

La transcaratteristica relativa è mostrata in Fig. 6b, dove si è assunto una tensione di riferimento V_R positiva.

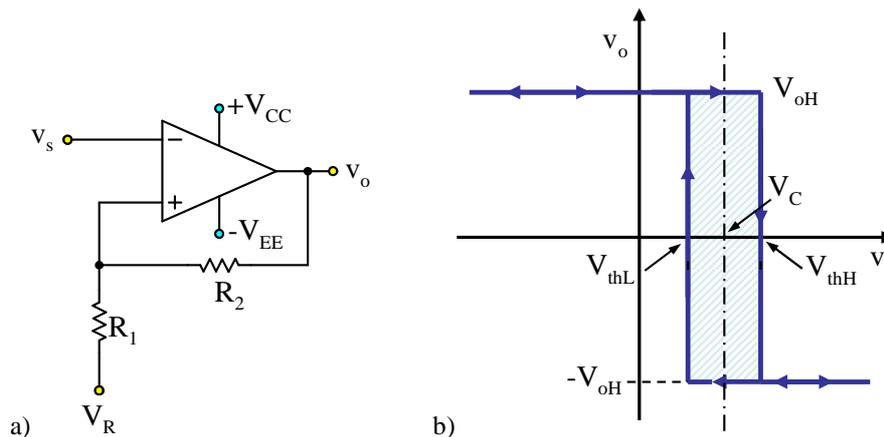


Fig. 6-Trigger di Schmitt con isteresi traslata

Isteresi dinamica

Se da un lato l'isteresi associata al Trigger di Schmitt aiuta ad evitare commutazioni multiple in presenza di rumore sovrapposto al segnale d'ingresso, dall'altro modifica la tensione di soglia rispetto al valore teorico costituito dalla tensione di riferimento V_R . Al fine di ovviare a questo inconveniente mantenendo l'elevata reiezione ai disturbi, si può modificare il circuito in modo da avere un'isteresi dinamica, cioè ad ampiezza variabile. Lo schema relativo è mostrato in Fig. 7a. Come si può osservare, la resistenza R_2 è stata sostituita da un condensatore C il quale viene caricato e scaricato attraverso la resistenza R con una costante di tempo pari a $\tau = RC$. Per lo studio del circuito assumiamo che l'intervallo tra due istanti di attraversamento della soglia consecutivi sia molto maggiore della costante di tempo τ , in modo che la capacità abbia il tempo di caricarsi (scaricarsi) completamente prima di una nuova commutazione della tensione di uscita. Nell'analisi assumiamo altresì un guadagno A infinito.

Supponiamo che all'istante t_0 avvenga la commutazione da V_{oL} a V_{oH} . Ciò significa che in quell'istante, il segnale d'ingresso v_s è sceso sotto la tensione di soglia V_R . Infatti, prima di questa commutazione, il condensatore ha avuto il tempo di portarsi alla tensione $V_{oL} - V_R$, ed essendosi annullata la corrente capacitiva, la tensione al morsetto non invertente risulta pari a V_R . Quando

l'uscita si porta al valore V_{oH} , il condensatore inizia a caricarsi con legge esponenziale tendendo al valore $V_{oH}-V_R$. L'andamento nel tempo della tensione ai suoi capi è il seguente (valido per $t \geq t_0$):

$$(22) \quad v_C(t) = V_{C\text{finale}} - (V_{C\text{finale}} - V_{C\text{iniziale}}) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

dove

$$(23) \quad \begin{cases} V_{C\text{iniziale}} = V_{oL} - V_R \\ V_{C\text{finale}} = V_{oH} - V_R \end{cases}$$

Sostituendo nella (22) otteniamo:

$$(24) \quad v_C(t) = V_{oH} - V_R - (V_{oH} - V_{oL}) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

La corrente capacitiva ha il seguente andamento nel tempo:

$$(25) \quad i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = \left(\frac{V_{oH} - V_{oL}}{R} \right) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

La tensione al morsetto non invertente vale:

$$(26) \quad v_+(t) = R i_C(t) + V_R = V_R + (V_{oH} - V_{oL}) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

All'istante t_0^+ , a commutazione avvenuta, tale tensione vale:

$$(27) \quad v_+(t_0^+) = V_R + (V_{oH} - V_{oL})$$

La variazione di tensione al morsetto non invertente dopo la commutazione è, pertanto:

$$(28) \quad \Delta v_+ = v_+(t_0^+) - v_+(t_0) = V_{oH} - V_{oL}$$

Questo significa che un'eventuale rumore sovrapposto al segnale utile purché di ampiezza inferiore a Δv_+ , non causa ulteriori commutazioni. Le forme d'onda delle principali grandezze del circuito sono riportate in Fig. 7b. Come si può osservare l'azione di carica (scarica) del condensatore produce un'isteresi dinamica che ha la massima ampiezza negli istanti di tempo immediatamente successivi a ciascuna commutazione, dove l'eventuale disturbo sovrapposto alla tensione d'ingresso potrebbe provocare commutazioni multiple. Lontano dalle commutazioni, l'ampiezza dell'isteresi si riduce a zero, e la tensione d'ingresso v_s viene comparata con un'unica tensione di soglia pari a V_R .

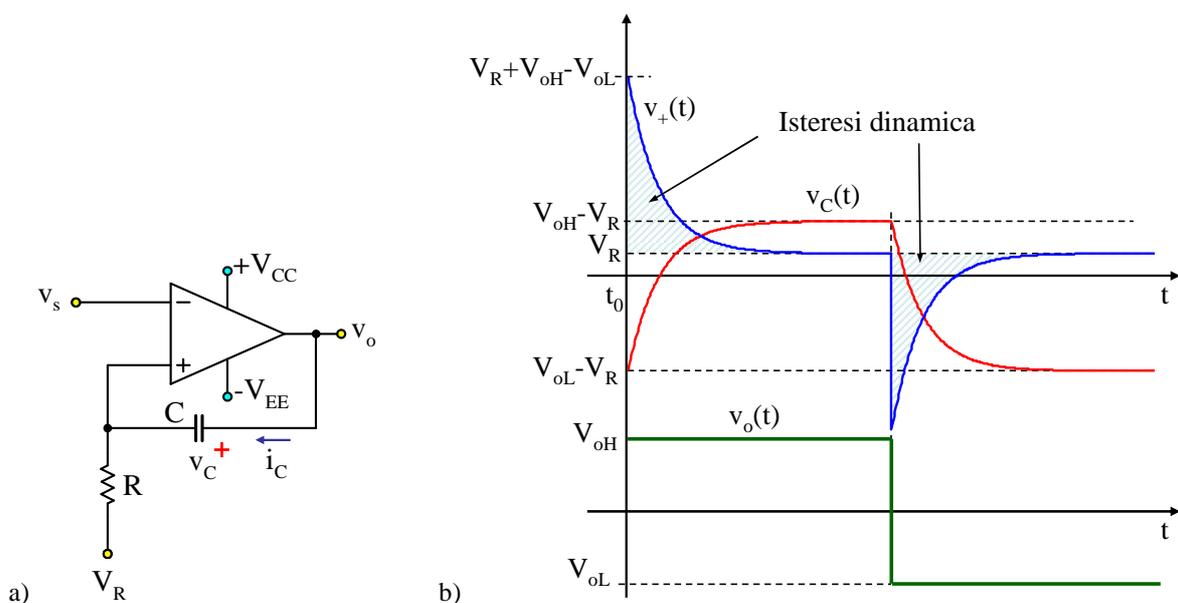


Fig. 7- a) Trigger di Schmitt con isteresi dinamica; b) forme d'onda principali relative a due commutazioni della tensione di uscita