

ESERCIZIO SU GIUNZIONE PN CONTROPOLARIZZATA (L.Malesani -5/2/2004)

Se, per una particolare giunzione PN, la concentrazione di accettori è $10^{16}/\text{cm}^3$ e la concentrazione di donori è $10^{15}/\text{cm}^3$:

- a) - si trovi la tensione di barriera che si genera. Si assuma che $n_i \approx 10^{10}/\text{cm}^3$.
- b) - Inoltre, si trovi l'ampiezza della regione di svuotamento (W_{dep}) e la sua estensione in ciascuna delle regioni p ed n quando la giunzione ha una polarizzazione inversa con $V_R = 5 \text{ V}$.
- c) - A tale valore di polarizzazione inversa, calcolare l'entità della carica immagazzinata in ciascun lato della giunzione. Si assuma che l'area della giunzione sia $400 \mu\text{m}^2$.
- d) - Si calcoli anche C_j .

Soluzioni:

- a) – La tensione esistente tra due punti P_1 e P_2 di un semiconduttore è legata alla diversità tra le concentrazioni di elettroni n_1 e n_2 tra i due punti secondo la

$$V_2 - V_1 = V_T \ln \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (2) \quad (1)$$

Come indicato nella nota ⁽²⁾, la (1) è data nelle proiezioni fatte a lezione e disponibili nel sito del Corso di Fondamenti di Elettronica. Una formula analoga vale per le concentrazioni di lacune, ponendo p_1 e p_2 rispettivamente al posto di n_2 e n_1 .

Se P_1 coincide con l'estremo $-x_p$ della zona di svuotamento nella parte di tipo P, drogata con accettori N_A , e P_2 coincide con l'estremo x_n nella parte di tipo N, drogata con donatori N_D , la (1) pone in relazione le concentrazioni agli estremi della zona di svuotamento e la tensione ai suoi capi.

Tale tensione si può esprimere con $(V_0 - V_A)$, indicando con V_A la tensione applicata dall'esterno e con V_0 la tensione che si genera ai capi della zona di svuotamento (detta anche Regione di carica Spaziale, RCS) in equilibrio, in assenza di polarizzazione esterna. In tal caso la (1) diventa

$$V_0 - V_A = V_T \ln \left(\frac{n_n}{n_p} \right) \quad (2) \quad (2)$$

All'equilibrio, con $V_A = 0$, la concentrazione di elettroni in P_2 è quella della zona N e coincide in pratica con quella dei donatori per cui $n_2 = n_n = N_D$. Invece in P_1 la concentrazione è quella delle cariche di minoranza e vale $n_1 = n_p = n_i^2 / N_A$ [(2.5)^{(1), (2)}]. All'equilibrio si ha dunque

$$V_0 = V_T \ln \left(\frac{n_n}{n_p} \right) = V_T \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) \quad (2.34)^{(1), (2)} \quad (3)$$

La tensione V_T è data dalla (2.24)^{(1), (2)}, essendo $k = 1.38066 \cdot 10^{-23}$ joules/kelvin la costante di Boltzmann, $q = 1.60218 \cdot 10^{-19}$ coulomb la carica dell'elettrone e T la temperatura assoluta in gradi Kelvin. Se si suppone di essere alla temperatura ambiente di 20°C , risulta $T = 273 + 20 = 293 \text{ }^\circ\text{K}$. In tale ipotesi si ha

$$V_T = \frac{kT}{q} = \frac{1.38066 \cdot 10^{-23} \cdot 293}{1.60218 \cdot 10^{-19}} = 25.249 \text{ mV} \quad (4)$$

⁽¹⁾ – Nota 1 – Le formule in base alle quali si possono calcolare le soluzioni sono date, in forma un po' diversa, sia nel testo R.R.Spencer, M.S.Ghausi: "Introduction to Electronic Circuit Design", sia nelle proiezioni fatte nelle lezioni del Corso di Fondamenti di Elettronica, G.Meneghesso: "La giunzione PN", reperibili anche in rete nel sito del Corso. Nel seguito si farà riferimento ad entrambe, cercando di stabilire un legame tra loro.

Con riferimenti tipo (2.31) si rimanda alle formule del testo Spencer-Ghausi, dove si è sostituito $\varepsilon = \varepsilon_s$, $x_{dn} = x_n$, $x_{dp} = x_p$.

⁽²⁾ – Nota 2 – Formula delle proiezioni "La giunzione PN"

Le concentrazioni di droganti nel caso che si considera sono $N_D = 10^{15} / \text{cm}^3$, $N_A = 10^{16} / \text{cm}^3$ (si ricorda che il silicio ha $5.0 \cdot 10^{22}$ atomi/ cm^3). Si è supposto che la concentrazione di portatori nel semiconduttore intrinseco sia $n_i = 10^{10} / \text{cm}^3$ (n_i dipende da molti fattori, tra cui la presenza di centri di ricombinazione ed è funzione della temperatura). Con tali valori, dalle (3) e (4) si ricava

$$V_0 = V_T \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 25.249 \cdot 10^{-3} \ln \left[\frac{10^{16} \cdot 10^{15}}{(10^{10})^2} \right] = 25.249 \cdot 10^{-3} \cdot 25.328 = 0.640 \text{ V} \quad (5)$$

- b) – Il valore del campo massimo $E(0)$ che si ha sulla giunzione, cioè dove termina la zona P ed inizia la zona N, può essere espresso in funzione della ampiezza x_p della parte in zona P della regione di carica spaziale (RCS) e della concentrazione di accettori N_A , oppure in funzione della ampiezza di x_n della parte in zona N della RCS e della concentrazione di donatori N_D

$$E(0) = - \frac{q N_A x_p}{\epsilon_s} = - \frac{q N_D x_n}{\epsilon_s} \quad (2.31)^{(1), (2)} \quad (6)$$

La (6) corrisponde alla (2.31)⁽¹⁾ o ad una formula delle proiezioni ⁽²⁾. Tale formula vale nell'ipotesi di "giunzione brusca" o "a gradino", cioè di concentrazione di donatori e accettori uniformi fino alla giunzione. Essa mostra che il campo massimo $E(0)$ sulla giunzione (e più in generale l'andamento del campo E) dipende solo dalle estensioni $-x_p$ e x_n della RCS e dalle concentrazioni dei droganti.

Dalla (6) discende

$$x_p = - \frac{\epsilon_s}{q N_A} E(0) \quad (7)$$

$$x_n = - \frac{\epsilon_s}{q N_D} E(0) \quad (8)$$

e anche

$$\frac{x_p}{x_n} = \frac{N_D}{N_A} \quad (2.26)^{(1), (2)} \quad (9)$$

Se la giunzione è a gradino l'andamento del campo è triangolare, come mostrato dal testo, equazione (2.30)⁽¹⁾, o anche dalle proiezioni⁽²⁾. Integrando, si ottiene la tensione sulla giunzione che, in presenza di tensione V_A applicata dall'esterno, non coincide con la tensione di equilibrio V_0 , ma vale $(V_0 - V_A)$. Si ottiene

$$V_0 - V_A = - \frac{E(0)(x_n + x_p)}{2} \quad (2) \quad (10)$$

e dalle (10), (7), (8) si ha

$$V_0 - V_A = - \frac{E(0)^2 \epsilon_s}{2 q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \quad (11)$$

Risolvendo la (11) rispetto a $E(0)$ e tenendo presente che $E(0)$ è negativo, si ottiene

$$E(0) = - \sqrt{\frac{2q}{\epsilon_s} \frac{(V_0 - V_A)}{\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}} \quad (12)$$

Sostituendo nelle (7) e (8) si ha

$$x_p = \frac{1}{N_A} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(V_0 - V_A)}{\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}} \quad (2.35)^{(1)} \quad (13)$$

$$x_n = \frac{1}{N_D} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(V_0 - V_A)}{\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}} \quad (2.36)^{(1)} \quad (14)$$

La totale ampiezza W_{dep} della RCS è data dalla somma di x_p e x_n . Dalle (13), (14) si ottiene

$$W_{\text{dep}} = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 - V_A)} \quad (2) \quad (15)$$

Dalle (15), (13), (14) si ricavano le espressioni, valide anche con tensione esterna V_A non nulla,

$$x_p = \frac{W_{\text{dep}}}{1 + \frac{N_A}{N_D}} \quad (2) \quad (16)$$

$$x_n = \frac{W_{\text{dep}}}{1 + \frac{N_D}{N_A}} \quad (2) \quad (17)$$

Nel caso che si considera la tensione applicata è una polarizzazione inversa per cui $V_A = -V_R = -5$ V. Tenendo conto che $\epsilon_s = 1.04 \cdot 10^{-12}$ F/cm = $1.04 \cdot 10^{-10}$ F/m è la costante dielettrica del silicio, $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb è la carica dell'elettrone, $N_A = 10^{16}$ /cm³ = 10^{22} /m³ è la concentrazione di accettori e $N_D = 10^{15}$ /cm³ = 10^{21} /m³ è la concentrazione di donori, $V_0 = 0.640$ V è la tensione di barriera in assenza di polarizzazione esterna data dalla (5), riportando tutte le unità di misura al sistema internazionale (mks), dalla (15) si calcola

$$W_{\text{dep}} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 1.04 \cdot 10^{-10}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \right) \left(\frac{1}{10^{22}} + \frac{1}{10^{21}} \right) (0.640 + 5)} = 2.839 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2.839 \text{ } \mu\text{m} \quad (18)$$

- c) – Con polarizzazione inversa $V_R = -V_A$, le cariche immagazzinate nella parte P e nella parte N della zona di svuotamento RCS sono uguali e contrarie ed il loro valore assoluto è

$$Q = q N_D x_n A = q N_A x_p A \quad (2) \quad (19)$$

dove A è l'area della sezione trasversale della giunzione.

Tenendo conto della (16) o della (17) si può scrivere

$$Q = q \left(\frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) W_{\text{dep}} A \quad (2) \quad (20)$$

Esprimendo l'ampiezza W_{dep} della zona di svuotamento, data dalla (15), in funzione della polarizzazione inversa $V_R = -V_A$, si ricava

$$W_{\text{dep}} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 + V_R)} = \sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}} \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_0} \quad (2) \quad (21)$$

ovvero, definendo W_{d0} l'ampiezza della RCS all'equilibrio (senza tensione applicata)

$$W_{d0} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_0} \quad (2) \quad (22)$$

si può scrivere

$$W_{\text{dep}} = W_{d0} \sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}} \quad (2) \quad (23)$$

e, dalla (20)

$$Q = q \left(\frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) W_{d0} A \sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}} \quad (2) \quad (24)$$

La capacità differenziale C_j (in polarizzazione inversa) della giunzione è definita come il rapporto incrementale tra la carica Q e la tensione inversa applicata V_R

$$C_j = \frac{\partial Q}{\partial V_R} = q \left(\frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) W_{d0} A \frac{1}{2 V_0 \sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}} \quad (25)$$

Tenendo conto della (22) e della (23), la (25) si può anche scrivere

$$C_j = \frac{A \epsilon_s}{W_{dep}} \quad (2) \quad (26)$$

che mostra che la capacità, nel caso della giunzione a gradino, si può calcolare come quella di un condensatore di area A , con dielettrico di costante dielettrica ϵ_s e spessore W_{dep} .

Definendo C_{j0} la capacità differenziale che si ha quando $V_R=0$, dalle (25) e (22) si ha

$$C_{j0} = \frac{\partial Q}{\partial V_R} = q \left(\frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) A \frac{W_{d0}}{2 V_0} = A \sqrt{\frac{\epsilon_s q}{2} \left(\frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) \frac{1}{V_0}} \quad (2.57)^{(1), (2)} \quad (27)$$

e dalla (25) si ricava infine

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}} \quad (2.56)^{(1), (2)} \quad (28)$$

Nel caso che si considera, l'area della giunzione è $A=400 \mu\text{m}^2 = 400 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$. Con polarizzazione inversa $V_R = 5 \text{ V}$, dalla (20), tenuto conto della (18) e dei valori di N_A , N_D , q sopra specificati, si calcola

$$\begin{aligned} Q &= q \left(\frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) W_{dep} A = \\ &= 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{10^{22} 10^{21}}{10^{22} + 10^{21}} \cdot 2.839 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^{-12} = 165.17 \cdot 10^{-15} \text{ Coulomb} \end{aligned} \quad (29)$$

- d) – La capacità differenziale C_j con polarizzazione inversa $V_R = 5 \text{ V}$ si ricava dalla (26), tenendo conto dei valori di $A=400 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ e di $\epsilon_s = 1.04 \cdot 10^{-10} \text{ F/m}$ dati sopra e del valore di $W_{dep} = 2.839 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ calcolato con la (18)

$$C_j = \frac{A \epsilon_s}{W_{dep}} = \frac{1.04 \cdot 10^{-10} \cdot 400 \cdot 10^{-12}}{2.839 \cdot 10^{-6}} = 14.653 \cdot 10^{-15} \text{ F} = 14.653 \text{ fF} \quad (30)$$

dove fF sta per *femto Farad* (femto= $1 \cdot 10^{-15}$).

Può essere interessante calcolare la C_j mediante la formula generale (28). A questo fine si calcola dapprima, mediante la (22), l'ampiezza W_{d0} della RCS all'equilibrio, con $V_R=0$. Con i valori dei parametri dati sopra si ha

$$\begin{aligned} W_{d0} &= \sqrt{\frac{2 \epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_0} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 1.04 \cdot 10^{-10}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \right) \left(\frac{1}{10^{22}} + \frac{1}{10^{21}} \right) \cdot 0.640} = 0.956 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0.956 \mu\text{m} \end{aligned} \quad (31)$$

Dalla (27) si ha la capacità differenziale C_{j0} a $V_R=0$

$$\begin{aligned} C_{j0} &= q \left(\frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) A \frac{W_{d0}}{2 V_0} = \\ &= 1.6 \cdot 10^{-19} \left(\frac{10^{21} \cdot 10^{22}}{10^{21} + 10^{22}} \right) \cdot 400 \cdot 10^{-12} \frac{0.956 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.640} = 43.5 \cdot 10^{-15} \text{ F} \end{aligned} \quad (32)$$

e dalla (28) si calcola

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}} = \frac{43.5 \cdot 10^{-15}}{\sqrt{1 + \frac{5}{0.640}}} = 14.653 \cdot 10^{-15} \text{ F} \quad (33)$$

che coincide con il risultato della (30) ottenuto sopra.