

**ESERCIZIO SU GIUNZIONE PN POLARIZZATA**  
(L.Malesani -7/2/2004)

Una giunzione PN, a cui è applicata una polarizzazione diretta, conduce una corrente  $I = 2.2 \mu\text{A}$ . La giunzione ha la concentrazione di accettori  $N_A = 10^{16} / \text{cm}^3$ , la concentrazione di donori  $N_D = 10^{15} / \text{cm}^3$ , e l'area  $A = 400 \mu\text{m}^2$ . Nelle due zone si può assumere, alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$ ,  $\mu_p = 480 [\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}]$ ,  $\mu_n = 1350 [\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}]$ ,  $\tau_p = 20 \cdot 10^{-9} [\text{s}]$ ,  $\tau_n = 45 \cdot 10^{-9} [\text{s}]$ ,  $n_i = 10^{10} [\text{cm}^{-3}]$ .

- a) – Si trovi la tensione di polarizzazione  $V_A$  che produce la corrente specificata e la corrispondente tensione di barriera.
- b) – Si determini il valore massimo del campo  $E(0)$  e l'ampiezza totale della zona di svuotamento  $W_{\text{dep}}$  nelle condizioni considerate.
- c) – Si calcolino le cariche in eccesso immagazzinate nelle zone P ed N e la carica complessiva.
- d) – Si determini la capacità di diffusione nelle condizioni specificate.
- e) – Si riportino, in un unico grafico, gli andamenti delle capacità di giunzione  $C_j$  (in polarizzazione inversa) e di diffusione  $C_d$  (in polarizzazione diretta) per tensione applicata  $V_A$  variabile da  $-1 \text{ V}$  a  $+0.6 \text{ V}$ .

**Soluzioni:**

a) – La corrente circolante in un diodo è data dalla formula

$$I = I_s \left( e^{V_A / V_T} - 1 \right) \quad (2.49)^{(1),(2)} \quad (1)$$

Come indicato nella Nota <sup>(1)</sup>, l'equazione (1) corrisponde all'equazione (2.49) del testo R.R.Spencer, M.S.Ghausi: "Introduction to Electronic Circuit Design". Come indicato nella Nota <sup>(2)</sup>, essa è anche data nelle proiezioni fatte a lezione e disponibili nel sito del Corso di Fondamenti di Elettronica.

Risolvendo rispetto a  $V_A$ , dalla (1) si ricava

$$V_A = V_T \ln \left( \frac{I}{I_s} + 1 \right) \quad (2)$$

dove la tensione  $V_T$  è data dalla (2.24)<sup>(1),(2)</sup>, essendo  $k = 1.38066 \cdot 10^{-23}$  joule/kelvin la costante di Boltzmann,  $q = 1.60218 \cdot 10^{-19}$  coulomb la carica dell'elettrone e  $T$  la temperatura assoluta in gradi Kelvin. Se si suppone di essere alla temperatura ambiente di  $20^\circ\text{C}$ , risulta  $T = 273 + 20 = 293 \text{ K}$ . In tale ipotesi si ha

$$V_T = \frac{kT}{q} = \frac{1.38066 \cdot 10^{-23} \cdot 293}{1.60218 \cdot 10^{-19}} = 25.249 \text{ mV} \quad (3)$$

La corrente di saturazione inversa  $I_s$  è data dall'espressione

$$I_s = A q n_i^2 \left( \frac{D_p}{N_D L_p} + \frac{D_n}{N_A L_n} \right) \quad (2.49)^{(1),(2)} \quad (4)$$

<sup>(1)</sup> – Nota 1 – Le formule in base alle quali si possono calcolare le soluzioni sono date, in forma un po' diversa, sia nel testo R.R.Spencer, M.S.Ghausi: "Introduction to Electronic Circuit Design", sia nelle proiezioni fatte nelle lezioni del Corso di Fondamenti di Elettronica, G.Meneghesso: "La giunzione PN", reperibili anche in rete nel sito del Corso. Nel seguito si farà riferimento ad entrambe, cercando di stabilire un legame tra loro.

Con riferimenti tipo (2.31) si rimanda alle formule del testo Spencer-Ghausi, dove si è sostituito  $\varepsilon = \varepsilon_s$ ,  $x_{\text{dn}} = x_n$ ,  $x_{\text{dp}} = x_p$ .

<sup>(2)</sup> – Nota 2 – Formula delle proiezioni "La giunzione PN".

<sup>(3)</sup> – Nota 3 – Si veda l'Esercizio precedente "Esercizio su giunzione PN contropolarizzata".

Per determinare le costanti di diffusione  $D_p$  e  $D_n$ , si ricorre alla relazione di Einstein (si veda Problema 2.15<sup>(1)</sup> o anche nelle proiezioni<sup>(2)</sup>), che dà  $D_p/\mu_p = V_T$  e  $D_n/\mu_n = V_T$ . Dai dati  $\mu_p = 480 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , mantenendo il riferimento ai  $\text{cm}^2$  (anziché ai  $\text{m}^2$ ) ed in base al valore  $V_T = 25.249 \cdot 10^{-3} \text{ V}$  dato dalla (3), si ottiene

$$D_p = V_T \mu_p = 25.249 \cdot 10^{-3} \cdot 480 = 12.120 \text{ cm}^2/\text{s} \quad (5)$$

$$D_n = V_T \mu_n = 25.249 \cdot 10^{-3} \cdot 1350 = 34.086 \text{ cm}^2/\text{s} \quad (6)$$

Le lunghezze di diffusione  $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$  e  $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$  sono definite esplicitamente solo nelle proiezioni<sup>(2)</sup>. In base a tali definizioni, ai dati  $\tau_p = 20 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ ,  $\tau_n = 45 \cdot 10^{-9} \text{ s}$  ed ai valori di  $D_p$  e  $D_n$  ottenuti dalle (5) e (6), si ricava

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{12.120 \cdot 20 \cdot 10^{-9}} = 492.3 \cdot 10^{-6} \text{ cm} = 4.923 \mu\text{m} \quad (7)$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{34.086 \cdot 45 \cdot 10^{-9}} = 1238.4 \cdot 10^{-6} \text{ cm} = 12.384 \mu\text{m} \quad (8)$$

Dai dati ottenuti, tenendo presente che  $A = 400 \mu\text{m}^2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2$  e  $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$ , dalla (4) si ha

$$I_s = A q n_i^2 \left( \frac{D_p}{N_D L_p} + \frac{D_n}{N_A L_n} \right) = \quad (9)$$

$$= 4 \cdot 10^{-6} \cdot 1.60218 \cdot 10^{-19} \cdot (10^{10})^2 \cdot \left( \frac{12.120}{10^{15} \cdot 429.3 \cdot 10^{-6}} + \frac{34.086}{10^{16} \cdot 1238.4 \cdot 10^{-6}} \right) = 1.9857 \cdot 10^{-15} \text{ A}$$

L'effettiva corrente che si ha nel diodo con polarizzazione inversa è molti ordini di grandezza maggiore del valore teorico dato dalla (9). A tale corrente teorica si sommano infatti diversi fattori non previsti dal semplice modello assunto per la giunzione, ma soprattutto gli effetti delle correnti che si generano nelle zone di confine, dove la giunzione raggiunge la superficie del semiconduttore.

Si può quindi calcolare, in base alla (2), la tensione di polarizzazione esterna che dà la corrente  $I = 2.2 \mu\text{A} = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ A}$  (si noti che  $I$  è  $1.1 \cdot 10^9$  volte la corrente di saturazione  $I_s$ )

$$V_A = V_T \ln \left( \frac{I}{I_s} + 1 \right) = 25.249 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left( \frac{2.2 \cdot 10^{-6}}{1.9857 \cdot 10^{-15}} + 1 \right) = 525.83 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 525.83 \text{ mV} \quad (10)$$

La tensione di barriera è data da  $V_j = V_0 - V_A$ . Il valore di  $V_0$  all'equilibrio (senza polarizzazione) si ricava dall'espressione<sup>(3)</sup>

$$V_0 = V_T \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 25.249 \cdot 10^{-3} \ln \left[ \frac{10^{16} \cdot 10^{15}}{(10^{10})^2} \right] = 0.640 \text{ V} = 640 \text{ mV} \quad (11)$$

e quindi, nelle condizioni considerate, la tensione di barriera  $V_j$  è

$$V_j = V_0 - V_A = 0.640 - 0.52583 = 114.17 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 114.17 \text{ mV} \quad (12)$$

- b) – Se la giunzione è a gradino l'andamento del campo è triangolare<sup>(3)</sup>, come mostrato nell'equazione (2.30)<sup>(1)</sup>, o anche dalle proiezioni<sup>(2)</sup>. Integrando, si ottiene<sup>(3)</sup> la tensione sulla giunzione  $V_j$

$$V_j = V_0 - V_A = -\frac{E(0)(x_n + x_p)}{2} = -\frac{E(0)W_{\text{dep}}}{2} \quad (2) \quad (13)$$

L'ampiezza totale  $W_{\text{dep}}$  della zona di svuotamento, con tensione applicata (positiva)  $V_A$ , è espressa da

$$W_{\text{dep}} = W_{d0} \sqrt{1 - \frac{V_A}{V_0}} \quad (2), (3) \quad (14)$$

e l'ampiezza della zona di svuotamento all'equilibrio vale

$$W_{d0} = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_0} \quad (2), (3) \quad (15)$$

Con le concentrazioni di droganti specificate, tenendo conto che la costante dielettrica del silicio è  $\varepsilon_s = 1.04 \cdot 10^{-12} \text{ F/cm}$  ed in base al valore di  $V_0 = 0.640 \text{ V}$  ricavato con la (11) si ha

$$W_{d0} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_0} =$$

$$= \sqrt{\left( \frac{2 \cdot 1.04 \cdot 10^{-12}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \right) \left( \frac{1}{10^{16}} + \frac{1}{10^{15}} \right) \cdot 0.640} = 95.6 \cdot 10^{-6} \text{ cm} = 0.956 \text{ } \mu\text{m}$$
(16)

e quindi, secondo la (14)

$$W_{dep} = W_{d0} \sqrt{1 - \frac{V_A}{V_0}} = 0.956 \cdot \sqrt{1 - \frac{0.52583}{0.640}} = 0.4038 \text{ } \mu\text{m}$$
(17)

In base alla (13), con la giunzione polarizzata con  $V_A = 0.52583 \text{ V}$ , si ricava

$$E(0) = -\frac{2V_j}{W_{dep}} = -\frac{2 \cdot 0.11417}{40.38 \cdot 10^{-6}} = -5.655 \cdot 10^3 \text{ V/cm}$$
(18)

Nonostante la giunzione sia polarizzata in senso diretto, si ha un campo massimo di valore considerevole.

In base alla (13), con  $V_j = V_0$  e  $W_{dep} = W_{d0}$  si può calcolare anche il valore di  $E(0)$  all'equilibrio, con tensione applicata nulla. Si ricava  $E(0)_{V_A=0} = -13.389 \cdot 10^3 \text{ V/cm}$ .

c) – L'espressione della carica  $Q_p$  in eccesso nella zona neutra N (fuori della zona di svuotamento o regione di carica spaziale RCS) è data nelle proiezioni<sup>(2)</sup> o anche nella (2.61)<sup>(1)</sup>

$$Q_p = A q L_p p_{n0} \left( e^{V_A/V_T} - 1 \right) = I_p \tau_p$$
(1), (2) (19)

Similmente, la carica  $Q_n$  in eccesso nella zona neutra P è

$$Q_n = A q L_n n_{p0} \left( e^{V_A/V_T} - 1 \right) = I_n \tau_n$$
(1), (2) (20)

L'espressione della corrente di lacune nella zona N si desume dalle proiezioni<sup>(2)</sup> o dalla (2.49)<sup>(1)</sup>

$$I_p = A J_p^{diff} = A q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \left( e^{V_A/V_T} - 1 \right)$$
(1), (2) (21)

e analogamente la corrente di elettroni nella zona P è

$$I_n = A J_n^{diff} = A q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \left( e^{V_A/V_T} - 1 \right)$$
(1), (2) (22)

Con i dati specificati si ha

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(10^{10})^2}{10^{15}} = 10^5 \text{ cm}^{-3}$$
(1), (2) (23)

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(10^{10})^2}{10^{16}} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$$
(1), (2) (24)

e dalle (23), (24), (21), (22), tenendo conto dei valori determinati, risulta

$$I_p = A q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \left( e^{V_A/V_T} - 1 \right) =$$

$$= 4 \cdot 10^{-6} \cdot 1.60218 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{12.120}{429.3 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^5 \left( e^{0.52583/25.249 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) = 2.004 \cdot 10^{-6} = 2.004 \text{ } \mu\text{A} \cdot$$
(25)

$$I_n = A q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \left( e^{V_A/V_T} - 1 \right) =$$

$$= 4 \cdot 10^{-6} \cdot 1.60218 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{34.086}{1238.4 \cdot 10^{-6}} \cdot 10^4 \left( e^{0.52583/25.249 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) = 0.1996 \cdot 10^{-6} = 0.1996 \text{ } \mu\text{A} \cdot$$
(26)

come si vede, si ha corrente maggiore nella zona N, che è la meno drogata. E' utile verificare che la somma delle due correnti dà la corrente totale specificata, cioè  $I_p + I_n = I = 2.2 \text{ } \mu\text{A}$ .

Infine, dalle (19), (20), tenendo conto che  $\tau_p=20 \cdot 10^{-9}$  s,  $\tau_n=45 \cdot 10^{-9}$  s, si ottiene

$$Q_p = I_p \tau_p = 2.004 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-9} = 40.08 \cdot 10^{-15} \text{ Coulomb} \quad (27)$$

$$Q_n = I_n \tau_n = 0.1996 \cdot 10^{-6} \cdot 45 \cdot 10^{-9} = 8.892 \cdot 10^{-15} \text{ Coulomb} \quad (28)$$

La carica complessiva, alle condizioni considerate, vale  $Q=Q_p+Q_n=(40.08+8.892) \cdot 10^{-15}=49.972 \cdot 10^{-15}$  Coulomb.

d) – La capacità di diffusione  $C_d$  è data dall'espressione

$$C_d = \frac{\tau_T}{V_T} I \quad (2.61)^{(1),(2)} \quad (29)$$

dove il tempo di vita medio totale  $\tau_T$  è definito da

$$\tau_T = \frac{I_p \tau_p + I_n \tau_n}{I} \quad (2) \quad (30)$$

Si noti che, al variare di  $V_A$ , pochè  $I_p$ ,  $I_n$  e  $I$  rimangono proporzionali tra loro,  $\tau_T$  non varia.

Dalla (30), sostituendo i valori determinati sopra

$$\tau_T = \frac{I_p \tau_p + I_n \tau_n}{I} = \frac{2.004 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-9} + 0.1996 \cdot 10^{-6} \cdot 45 \cdot 10^{-9}}{2.2 \cdot 10^{-6}} = 22.715 \cdot 10^{-9} \text{ s} \quad (31)$$

e quindi, per  $I=2.2 \mu\text{A}$  e  $V_A=0.52583$  V, dalla (29)

$$C_d = \frac{\tau_T}{V_T} I = \frac{22.715 \cdot 10^{-9}}{25.249 \cdot 10^{-3}} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} = 1.980 \cdot 10^{-12} = 1.980 \text{ pF} \quad (32)$$

d) – La capacità di giunzione  $C_j$  in polarizzazione inversa è data dall'espressione

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}} \quad (2.56)^{(1),(2)} \quad (33)$$

dove  $C_{j0}$  è la capacità differenziale che si ha quando  $V_R=0$ . La sua espressione (si veda la (2.57)<sup>(1)</sup> o le proiezioni<sup>(2)</sup> o anche l'Esercizio precedente<sup>(3)</sup>) si può porre nella forma

$$C_{j0} = \frac{\partial Q}{\partial V_R} = q \left( \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) A \frac{W_{d0}}{2 V_0} = A \sqrt{\frac{\epsilon_s q}{2} \left( \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) \frac{1}{V_0}} \quad (2.57)^{(1),(2),(3)} \quad (34)$$

L'ampiezza della zona di svuotamento  $W_{d0}=0.956 \mu\text{m}$ , che si ha con tensione applicata  $V_A=0$ , è stata calcolata con la (16). In base ai valori dei parametri specificati sopra si ottiene<sup>(3)</sup>

$$\begin{aligned} C_{j0} &= q \left( \frac{N_D N_A}{N_D + N_A} \right) A \frac{W_{d0}}{2 V_0} = \\ &= 1.6 \cdot 10^{-19} \left( \frac{10^{21} \cdot 10^{22}}{10^{21} + 10^{22}} \right) \cdot 400 \cdot 10^{-12} \frac{0.956 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.640} = 0.0435 \text{ pF} \end{aligned} \quad (3) \quad (35)$$

La (33), tenendo conto che si è posto  $V_R=-V_A$ , si può dunque scrivere

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_0}}} = \frac{0.043 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{1 - \frac{V_A}{0.640}}} \text{ F} \quad (36)$$

Dall'espressione (32) della capacità di diffusione  $C_d$ , che diventa apprezzabile solo per polarizzazioni dirette ( $V_A \geq 0$ ), tenendo conto dell'espressione (1) della corrente  $I$  e del valore  $I_s=1.9857 \cdot 10^{-15}$  A, dato dalla (9), si ricava

$$C_d = \frac{\tau_T}{V_T} I_s (e^{V_A/V_T} - 1) = \frac{22.715 \cdot 10^{-9}}{25.249 \cdot 10^{-3}} \cdot 1.9857 \cdot 10^{-15} (e^{V_A/0.025249} - 1) =$$

$$= 1.786 \cdot 10^{-21} (e^{V_A/0.025249} - 1) \text{ F} \quad (37)$$

L'andamento della (36) da  $V_A = -1$  V a  $V_A = 0.6$  e della (37) da  $V_A = 0.3$  a  $V_A = +0.6$  V sono riportati nel grafico di Fig.1. Tale grafico risponde alla domanda d). Si noti come per  $V_A = 0.445$  V il valore di  $C_d = 77.892 \cdot 10^{-3}$  pF diventi uguale a quello di  $C_j$ .

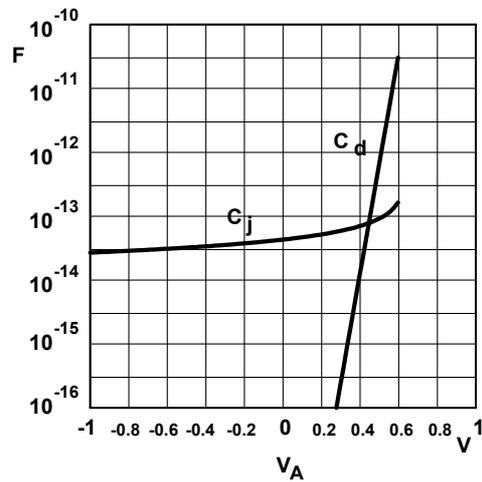


Fig.1. Andamenti delle capacità di giunzione  $C_j$  e di diffusione  $C_d$  in funzione della tensione di polarizzazione  $V_A$ .

Si osservi anche che valori di  $C_d$  (e anche di  $I$ ) calcolati secondo la (37) per valori di  $V_A$  uguali o superiori alla tensione di barriera  $V_0$  non avrebbero significato fisico, perché tali valori produrrebbero una tensione di giunzione  $V_j$  nulla o negativa ed una ampiezza di barriera nulla o (teoricamente) negativa. In pratica, al crescere di  $V_A$ , la densità di corrente cresce così tanto da provocare cadute ohmiche apprezzabili nel corpo delle zone neutre P ed N, così da limitare l'effettiva polarizzazione positiva applicata alla barriera.