

## ESERCIZIO: LIMITATORE DI PRECISIONE #1

Il circuito mostrato in figura 1 rappresenta un limitatore di precisione. Si ricavi la transcaratteristica del circuito (andamento di  $v_o$  in funzione di  $v_s$ ), inizialmente nell'ipotesi di diodi e amplificatore operazionale ideali e successivamente considerando un modello a caduta di tensione costante per i diodi e considerando un guadagno finito  $A_o$  dell'amplificatore operazionale.

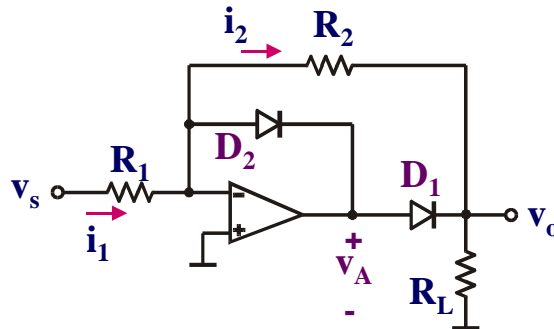


Figura 1

### SOLUZIONE

#### A) Componenti ideali

Essendo l'amplificatore operazionale ideale, le correnti assorbite ai morsetti di ingresso sono nulle e la tensione differenziale di ingresso è nulla. Di conseguenza, il morsetto invertente è una massa virtuale.

1) Hp:  $D_1 = \text{"off"}$ ,  $D_2 = \text{"on"}$

Essendo  $D_2$  un cortocircuito, la tensione di uscita  $V_A$  dell'operazionale risulta nulla e nulla risulta anche la tensione di uscita  $v_o$ , in quanto la corrente  $i_2$  è nulla. Di conseguenza la tensione ai capi del diodo  $D_1$  risulta anch'essa nulla e l'ipotesi di diodo  $D_1$  spento è verificata. In realtà, se anche pensassimo il diodo  $D_1$  acceso, la tensione di uscita sarebbe comunque nulla e la corrente nel diodo  $D_1$  sarebbe anch'essa nulla. In definitiva, tale diodo si trova in un punto di lavoro corrispondente all'origine del diagramma  $i_{D1}-v_{D1}$ . Tale ambiguità, sparisce quando si utilizza un modello più accurato per il diodo come dimostrato nella seconda parte dell'esercizio. Verifichiamo ora lo stato del diodo  $D_2$ . Essendo nulla la corrente  $i_2$ , la  $i_{D2}$  coincide con la corrente  $i_1$  fornita dal generatore di ingresso, cioè:

$$i_{D2} = \frac{v_s}{R_1} = i_1 \quad (1)$$

per cui una corrente  $i_{D2}$  positiva impone una tensione di ingresso positiva.

Riassumendo, per  $v_s > 0$ ,  $D_2$  è in conduzione mentre  $D_1$  è spento e la tensione di uscita è nulla.

2) Hp:  $D_1 = \text{"on"}$ ,  $D_2 = \text{"off"}$

In questa situazione il circuito diventa un amplificatore invertente per cui vale la seguente relazione:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s \quad (2)$$

La tensione ai capi del diodo  $D_2$  risulta:

$$v_{D2} = -v_o = \frac{R_2}{R_1} v_s \quad (3)$$

Una tensione  $v_{D2}$  negativa implica una tensione di ingresso negativa. La corrente  $i_{D1}$  risulta essere:

$$i_{D1} = \frac{v_o}{R_L} + \frac{v_o}{R_2} = -\frac{v_s}{R_1} \left( 1 + \frac{R_2}{R_L} \right) \quad (4)$$

che risulta essere positiva sempre per  $v_s < 0$ . Tale stato topologico è quindi verificato per tensioni di ingresso negative.

La transcaratteristica risulta quindi come riportato in figura 2.

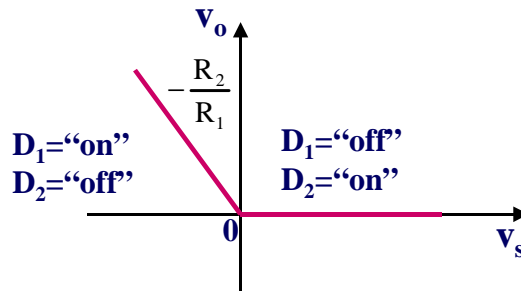


Figura 2 – Transcaratteristica ideale

## B) Componenti reali

Consideriamo per l'analisi un modello a caduta di tensione costante  $V_{ON}$  per i diodi ed un guadagno  $A_o$  finito dell'amplificatore operazionale.

1) Hp:  $D_1 = \text{"off"}$ ,  $D_2 = \text{"on"}$

Il circuito da analizzare è mostrato in figura 3 dove si devono verificare le condizioni  $i_{D2} > 0$  e  $v_{D1} < 0$ . Le equazioni del circuito sono le seguenti:

$$i_1 = \frac{v_s - v_i}{R_1} \quad (5)$$

$$v_i = V_{ON} - A_o v_i \quad (6)$$

$$v_o = \frac{R_L}{R_2 + R_L} v_i \quad (7)$$

Dalla (6) ricaviamo  $v_i$ :

$$v_i = \frac{V_{ON}}{1 + A_o} \quad (8)$$

che sostituita nella (7) dà la tensione di uscita:

$$v_o = \frac{R_L}{R_2 + R_L} \frac{V_{ON}}{1 + A_o} = V_{o1} \quad (9)$$

Come si può osservare, la caduta di tensione in diretta del diodo  $D_2$  risulta divisa per il guadagno dell'amplificatore operazionale, per cui la tensione è molto prossima a zero.

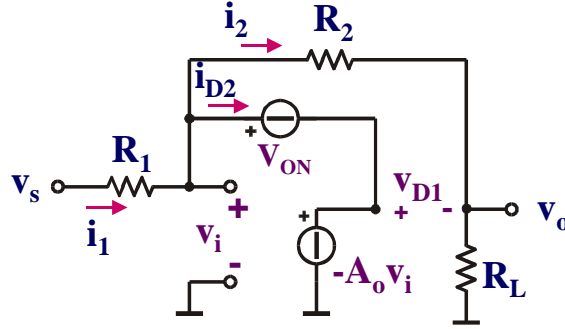


Figura 3 – Circuito relativo alla situazione  $D_1 = \text{"off"}$ ,  $D_2 = \text{"on"}$

Verifichiamo ora lo stato del diodo  $D_1$ .

$$v_{D1} = -A_o v_i - v_o = -\frac{A_o}{1 + A_o} V_{ON} - \frac{R_L}{R_2 + R_L} \frac{V_{ON}}{1 + A_o} < 0 \quad (10)$$

Tale diseuguaglianza risulta sempre verificata. Verifichiamo ora lo stato del diodo  $D_2$ .

$$i_{D2} = i_1 - i_2 = \frac{v_s - v_i}{R_1} - \frac{v_i}{R_2 + R_L} = \frac{v_s}{R_1} - \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_L} \right) \frac{V_{ON}}{1 + A_o} > 0 \quad (11)$$

Questa condizione è verificata per  $v_s > V_{T1}$ , dove la tensione di soglia  $V_{T1}$  risulta essere:

$$V_{T1} = \frac{V_{ON}}{1 + A_o} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2 + R_L} \right) \quad (12)$$

2) Consideriamo  $v_s < V_{T1}$ , così da avere  $D_1 = \text{"off"}$ ,  $D_2 = \text{"off"}$

Il circuito da analizzare è mostrato in figura 4.

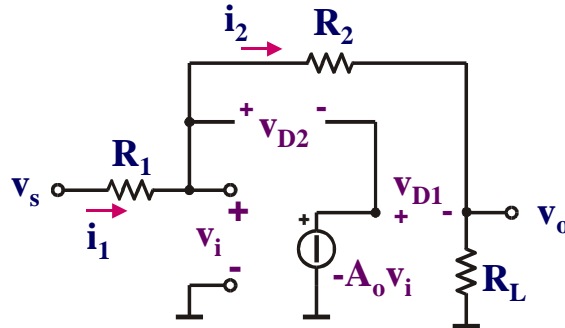


Figura 4 – Circuito relativo alla situazione  $D_1 = \text{"off"}$ ,  $D_2 = \text{"off"}$

In questa situazione abbiamo che:

$$v_i = v_s \frac{R_2 + R_L}{R_1 + R_2 + R_L} \quad (13)$$

$$v_o = v_s \frac{R_L}{R_1 + R_2 + R_L} = m_1 v_s \quad (14)$$

$$v_{D2} = v_i + A_o v_i = (1 + A_o) \frac{R_2 + R_L}{R_1 + R_2 + R_L} v_s \quad (15)$$

La condizione  $v_{D2} < V_{ON}$ , coincide con la condizione  $v_s < V_{T1}$  come ci si doveva aspettare. Per quanto riguarda il diodo  $D_1$  possiamo scrivere:

$$v_{D1} = -A_o v_i - v_o = -A_o \frac{R_2 + R_L}{R_1 + R_2 + R_L} v_s - \frac{R_L}{R_1 + R_2 + R_L} v_s \quad (16)$$

La condizione  $v_{D1} < V_{ON}$ , impone la condizione  $v_s < V_{T2}$ , dove tale soglia è data da:

$$V_{T2} = -V_{ON} \left( \frac{R_1 + R_2 + R_L}{R_L + A_o(R_2 + R_L)} \right) \quad (17)$$

2) Consideriamo  $v_s < V_{T2}$ , così da avere  $D_1 = \text{"on"}$ ,  $D_2 = \text{"off"}$

Il circuito da analizzare è mostrato in figura 5.

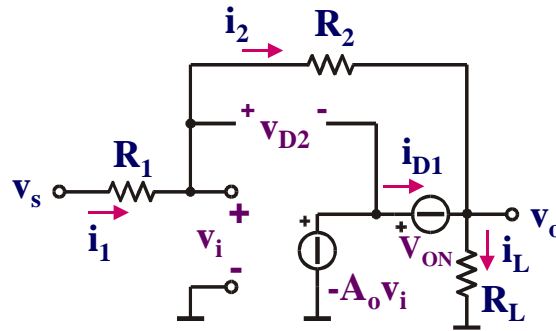


Figura 5 – Circuito relativo alla situazione  $D_1 = \text{"on"}$ ,  $D_2 = \text{"off"}$

$$i_1 = \frac{v_s - v_i}{R_1} \quad (18)$$

$$i_2 = \frac{v_i - v_o}{R_2} \quad (19)$$

$$v_o = -A_o v_i - V_{ON} \quad (20)$$

Dalla condizione  $i_1 = i_2$  ricaviamo  $v_i$ :

$$v_i = v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} = v_s \frac{R_2}{R_1} \beta + v_o \beta \quad (21)$$

dove

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (22)$$

Sostituendo la (21) nella (20), otteniamo l'espressione della tensione di uscita:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} \frac{A_o \beta}{1 + A_o \beta} v_s - \frac{V_{ON}}{1 + A_o \beta} = m_2 v_s - \frac{V_{ON}}{1 + A_o \beta} \quad (23)$$

Venendo da una condizione in cui  $D_1$  era spento, e avendo considerato  $v_s < V_{T2}$ , non è necessario verificare lo stato del diodo  $D_1$ . Comunque, se si calcola la corrente  $i_{D1}$ , si ottiene:

$$i_{D1} = i_L - i_2 = \frac{v_o}{R_L} - \frac{v_i - v_o}{R_2} \quad (24)$$

Utilizzando le (21) e (23), e imponendo  $i_{D1} > 0$  otteniamo la condizione  $v_s < V_{T2}$ , come ci si poteva aspettare.

Per quanto riguarda il diodo  $D_2$ , risulta:

$$v_{D2} = v_i + A_o v_i = (1 + A_o) \left( v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (25)$$

dove si è fatto uso della (21). Imponendo  $v_{D2} < V_{ON}$ , si ottiene la seguente condizione:

$$v_s < V_{ON} \left( \frac{1}{1 + A_o} + \frac{2R_1}{R_2} \right) \quad (26)$$

che risulta senz'altro verificata essendo  $v_s$  negativa (minore di  $V_{T2}$ ).

In definitiva, la transcaratteristica si modifica come mostrato in figura 6, dove si è posto in evidenza l'andamento in prossimità dell'origine degli assi. Il valore di  $V_{o1}$  è dato dalla (9), mentre l'espressione di  $V_{o2}$  si ricava dalla (14) oppure dalla (23) considerando  $v_s = V_{T2}$ :

$$V_{o2} = -V_{ON} \left( \frac{R_L}{R_L + A_o(R_2 + R_L)} \right) \quad (27)$$

Le pendenze  $m_1$  e  $m_2$  si ricavano dalla (14) e (23) rispettivamente:.

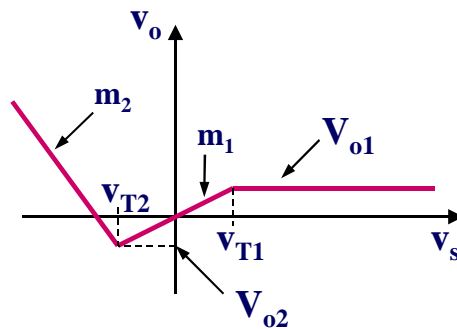


Figura 6 – Transcaratteristica considerando componenti reali