

OPERAZIONALE E DIODO ZENER

Descrizione del problema

Nel circuito mostrato in Fig. 1 l'amplificatore operazionale è da considerarsi ideale, mentre la caratteristica i_D - v_D del diodo zener viene approssimata con l'andamento lineare a tratti riportato in Fig. 2. Disegnare l'andamento della transcaratteristica $v_o = f(v_s)$ indicando i punti di spezzamento e le pendenze dei vari tratti.

Dati: $V_R = 3$ V, $V_Z = 5$ V, $R_1 = 10$ k Ω , $R_2 = 33$ k Ω , $R_3 = 27$ k Ω , $R_4 = 47$ k Ω

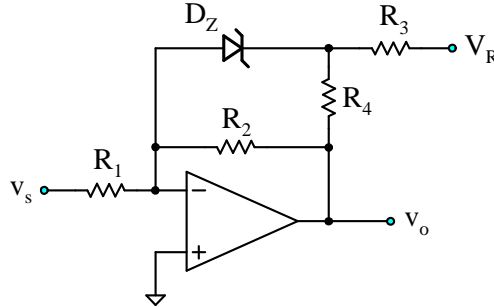


Fig. 1– Circuito con amplificatore operazionale e diodo zener

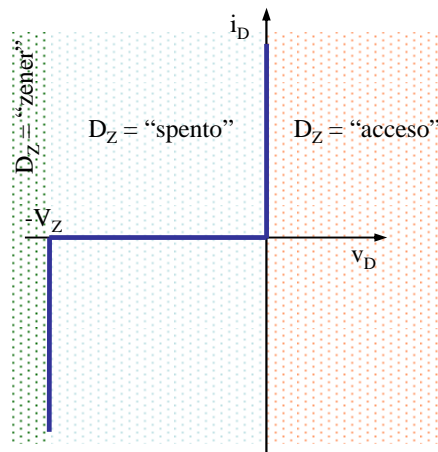


Fig. 2– Approssimazione lineare a tratti della caratteristica i_D - v_D del diodo zener

Soluzione:

Considerando inizialmente il diodo zener spento, il circuito equivalente risulta come mostrato in Fig. 3, avendo sostituito al posto del diodo un circuito aperto in accordo con l'approssimazione lineare a tratti di Fig. 2. Da questo circuito si osserva che, essendo l'amplificatore operazionale ideale, la tensione di uscita dipende solo dalla tensione d'ingresso v_s e non da V_R :

$$(1) \quad v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s = m_1 v_s$$

La tensione v_D ai capi del diodo risulta:

$$(2) \quad v_D = -v_o \frac{R_3}{R_3 + R_4} - V_R \frac{R_4}{R_3 + R_4} = v_s \frac{R_2}{R_1} \frac{R_3}{R_3 + R_4} - V_R \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Il diodo zener risulta effettivamente spento se è verificata la seguente condizione:

$$(3) \quad -V_Z \leq v_D \leq 0$$

che si traduce nel seguente vincolo sulla tensione d'ingresso:

$$(4) \quad V_{th1} \leq v_s \leq V_{th2}$$

ovverosia

$$(5) \quad V_{th2} = V_R \frac{R_4}{R_3} \frac{R_1}{R_2}$$

$$(6) \quad V_{th1} = -V_Z \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \frac{R_1}{R_2} + V_R \frac{R_4}{R_3} \frac{R_1}{R_2} = -V_Z \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \frac{R_1}{R_2} + V_{th12} < V_{th2}$$

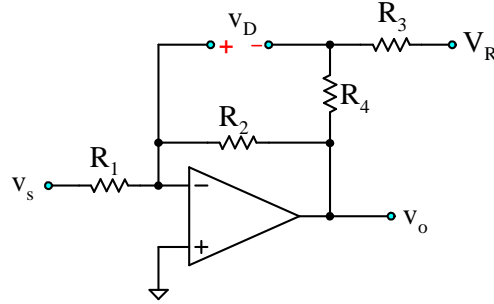


Fig. 3– Circuito equivalente corrispondente a diodo zener spento

Quando la tensione d'ingresso v_s diventa superiore a V_{th2} , il diodo zener risulta polarizzato direttamente e, di conseguenza, entra in conduzione diretta. In tale situazione, il diodo è assimilabile ad un cortocircuito, dando luogo allo schema equivalente di Fig. 4a. Tale circuito, ridisegnato in Fig. 4b, si rivela essere un semplice sommatore invertente la cui tensione di uscita è data dalla seguente espressione:

$$(7) \quad v_o = -\frac{R_2 // R_4}{R_1} v_s - \frac{R_2 // R_4}{R_3} V_R = m_2 v_s + q_2$$

con ovvio significato dei simboli. A scopo didattico, verifichiamo che la corrente nel diodo, in questa situazione, risulta positiva solo se $v_s > V_{th2}$. Dall'analisi del circuito di Fig. 4a possiamo scrivere:

$$(8) \quad i_D = -\frac{v_o}{R_4} - \frac{V_R}{R_3} \geq 0$$

$$(9) \quad i_D = \frac{R_2}{R_2 + R_4} \left(\frac{v_s}{R_1} + \frac{V_R}{R_3} \right) - \frac{V_R}{R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_4} \left(\frac{v_s}{R_1} \right) - \frac{V_R}{R_3} \frac{R_4}{R_2 + R_4} \geq 0$$

$$(10) \quad v_s \geq \frac{V_R}{R_3} \frac{R_4}{R_2} R_1 = V_{th2}$$

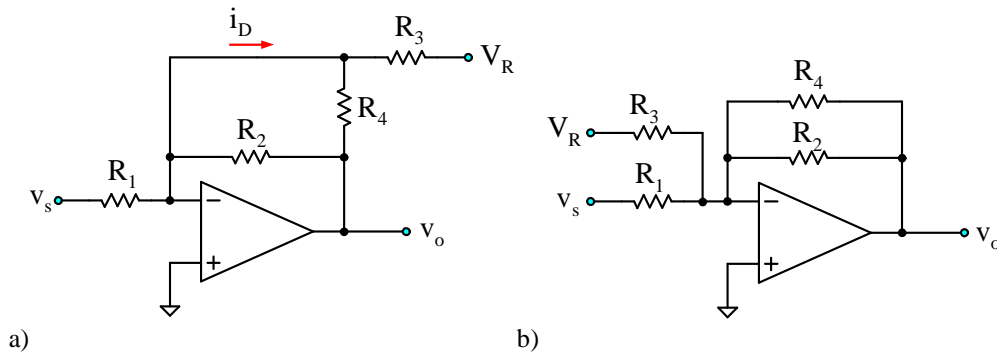


Fig. 4– a) Circuito equivalente corrispondente a diodo zener in conduzione diretta; b) stesso circuito ridisegnato

Quando, invece, la tensione d'ingresso v_s diventa inferiore a V_{th1} , il diodo zener entra nella regione di breakdown e, di conseguenza, viene rappresentato da un generatore ideale di tensione V_Z , in accordo con l'approssimazione lineare a tratti di Fig. 2. Il circuito equivalente che ne risulta è mostrato in Fig. 5. Per il calcolo della tensione di uscita possiamo applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, dato che la rete è lineare. Si osserva subito che il contributo dei generatori v_s e V_R ottenuto annullando il generatore V_Z , si può ricavare direttamente dallo schema

di Fig. 4 ed è, quindi, dato dall'espressione (7), mentre il contributo del solo generatore V_Z può essere calcolato dallo schema equivalente di Fig. 6, in cui i generatori v_s e V_R sono stati annullati. Applicando Kirchhoff ai nodi otteniamo:

$$(11) \quad i_1 = 0$$

$$(12) \quad i_Z = i_2 = i_4 - i_3$$

Applicando Kirchhoff alle maglie otteniamo:

$$(13) \quad i_2 = -\frac{v_{oz}}{R_2}$$

$$(14) \quad i_3 = \frac{V_Z}{R_3}$$

$$(15) \quad i_4 = \frac{v_{oz} - V_Z}{R_4}$$

Sostituendo queste relazioni nella (12) ricaviamo la tensione di uscita v_{o1} :

$$(16) \quad \begin{aligned} -\frac{v_{oz}}{R_2} &= \frac{v_{oz} - V_Z}{R_4} - \frac{V_Z}{R_3} \\ -\frac{v_{oz}}{R_2 // R_4} &= -\frac{V_Z}{R_3 // R_4} \\ v_{oz} &= \frac{R_2 // R_4}{R_3 // R_4} V_Z \end{aligned}$$

In definitiva, l'espressione complessiva della tensione di uscita v_o del circuito di Fig. 5 risulta:

$$(17) \quad v_o = -\frac{R_2 // R_4}{R_1} v_s - \frac{R_2 // R_4}{R_3} V_R + \frac{R_2 // R_4}{R_3 // R_4} V_Z = m_3 v_s + q_3$$

con $m_3 = m_2$. La transcaratteristica complessiva è riportata in Fig. 7. Le pendenze dei vari tratti ed i punti di spezzamento sono: $m_1 = -3.3$, $m_2 = m_3 = -1.94$, $q_2 = -2.15$ V, $q_3 = 3.5$ V, $P_1 = [-2.57$ V, 8.48 V], $P_2 = [1.58$ V, -5.22 V].

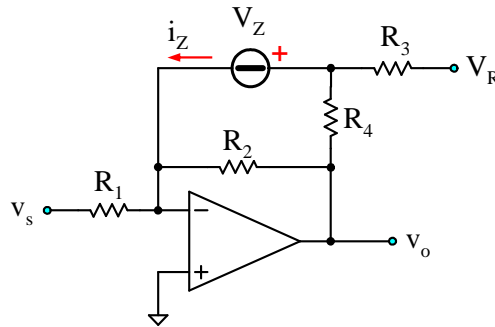


Fig. 5– Circuito equivalente corrispondente a diodo zener in conduzione nella regione di breakdown (zona zener)

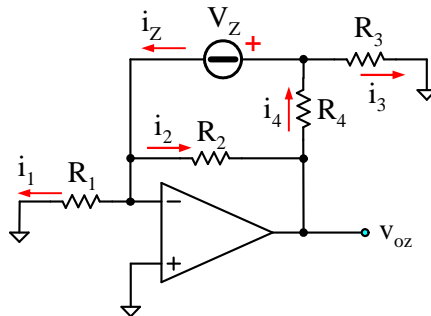


Fig. 6– Circuito equivalente corrispondente per il contributo della tensione di zener V_Z

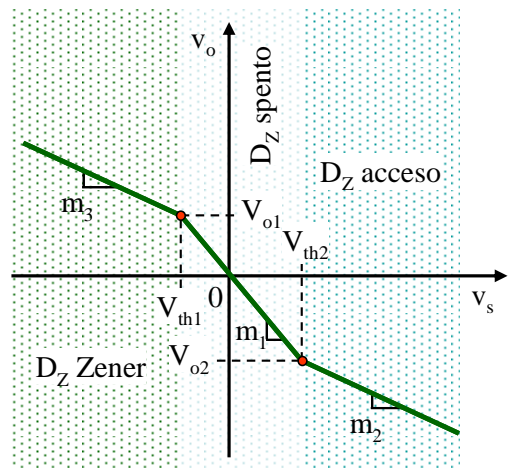


Fig. 7– Transcaratteristica