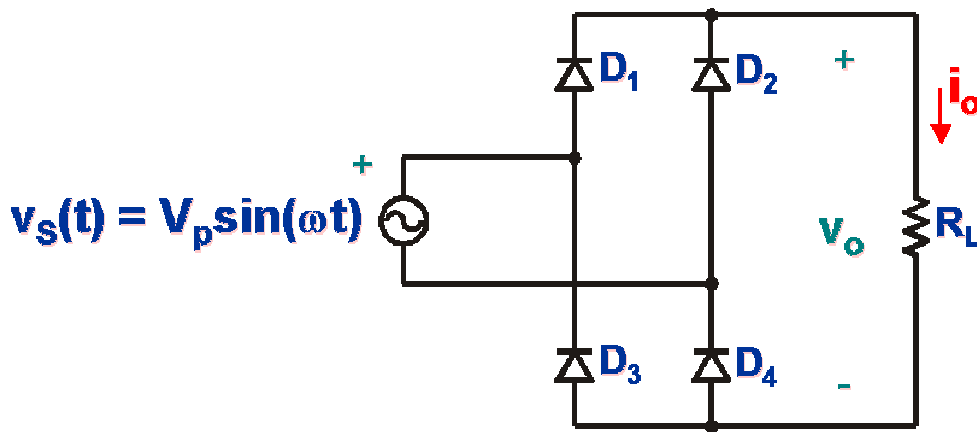


ESERCIZIO: RADDRIZZATORE AD UNA SEMIONDA CON CARICO RESISTIVO

Dato il raddrizzatore ad onda intera riportato in figura, determinare i valori medio e di picco della corrente in ciascun diodo e nel carico R_L . Si considerino i seguenti tre casi:

- 1) Modello del diodo ideale;
- 2) Modello del diodo a batteria V_{ON} ;
- 3) Modello del diodo a batteria V_{ON} e resistenza R_D .

Dati: $R_L = 200\Omega$, $R_D = 25\Omega$, $V_{ON} = 0.8V$, $V_P = 6V$, $\omega = 314 \text{ rad/s}$



SOLUZIONE

- 1) Modello del diodo ideale

I quattro diodi di figura connessi a ponte di Graetz permettono di ottenere sul carico R_L una forma d'onda sempre positiva. Infatti, durante la semionda positiva di $v_s(t)$, i diodi D_1 e D_4 risultano in conduzione mentre D_2 e D_3 vengono contropolarizzati dalla tensione v_s . Durante la semionda negativa, conducono D_2 e D_3 mentre D_1 e D_4 risultano spenti. Gli andamenti temporali, in un periodo del segnale d'ingresso, della corrente nei diodi e nel carico sono riportati nelle figure 1a, 1b e 1c. Si osservi come sul carico venga rovesciata la semionda negativa ottenendo una corrente media sul carico doppia rispetto a quella su ciascun diodo.

In conduzione, ciascun diodo viene sostituito da un corto circuito, pertanto possiamo scrivere:

$$\begin{cases} v_o(t) = |v_s(t)| \\ i_o(t) = \frac{|v_s(t)|}{R_L} \end{cases} \quad \text{per } 2k\pi \leq \omega t \leq (2k+1)\pi \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\begin{cases} i_{D1}(t) = i_{D4}(t) = \frac{v_s(t)}{R_L} \\ i_{D2}(t) = i_{D3}(t) = -\frac{v_s(t)}{R_L} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{per } 2k\pi \leq \omega t \leq (2k+1)\pi \\ \text{per } (2k+1)\pi \leq \omega t \leq (2k+2)\pi \end{matrix} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Il valore di picco della corrente in ciascun diodo vale:

$$I_{Dpk} = \frac{V_p}{R_L} = 30mA \quad (3)$$

mentre il suo valore medio è dato dalla seguente espressione:

$$I_{Davg} = \frac{1}{T} \int_0^T i_D(\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi I_{Dpk} \sin(\theta) d\theta = \frac{I_{Dpk}}{\pi} = 9.55mA \quad (3)$$

La corrente media nel carico è il doppio della corrente media in ciascun diodo.

2) Modello del diodo a batteria

Partiamo dall'ipotesi di avere D_1 e D_4 accesi e D_2 e D_3 spenti. Il circuito risultante, una volta sostituito a ciascun diodo il modello corrispondente, è riportato in figura 2. La corrente nei due diodi accesi è, chiaramente, la stessa ed è data dalla seguente espressione:

$$i_{D1}(t) = i_{D4}(t) = i_o(t) = \frac{v_s(t) - 2V_{ON}}{R_L} \quad (4)$$

mentre la tensione ai capi dei diodi D_2 e D_3 risulta:

$$v_{D2}(t) = v_{D3}(t) = V_{ON} - v_s(t) \quad (5)$$

Imponendo che sia $i_{D1} = i_{D4} > 0$ si ottiene:

$$v_s(t) > 2V_{ON} \quad (6)$$

mentre imponendo che sia $v_{D2} = v_{D3} < V_{ON}$ otteniamo:

$$v_s(t) > 0 \quad (7)$$

Entrambe queste condizioni sono soddisfatte se la tensione d'ingresso soddisfa la condizione (6), dalla quale si deduce che i diodi D_1 e D_4 risultano in conduzione per un intervallo pari a $2k\pi + \theta_1 \leq \omega t \leq (2k+1)\pi - \theta_1$ $k = 0, 1, 2, \dots$, dove

$$V_p \sin(\theta_1) = 2V_{ON} \Rightarrow \theta_1 = \arcsin\left(\frac{2V_{ON}}{V_p}\right) = 0.27rad \quad (8)$$

Con un ragionamento analogo, si vede che i diodi D_2 e D_3 risultano in conduzione per un intervallo pari a $(2k+1)\pi + \theta_1 \leq \omega t \leq (2k+2)\pi - \theta_1$ $k = 0, 1, 2, \dots$ ed in tale intervallo la loro corrente è data ancora dalla (4).

Il valore di picco della corrente in ciascun diodo vale:

$$I_{Dpk} = \frac{V_p - 2V_{ON}}{R_L} = 22mA \quad (9)$$

mentre il suo valore medio è dato dalla seguente espressione:

$$\begin{aligned}
I_{Davg} &= \frac{1}{T} \int_0^T i_D(\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \frac{V_P \sin(\theta) - 2V_{ON}}{R_L} d\theta = \\
&= \frac{1}{\pi R_L} [V_P \cos(\theta_1) - V_{ON}(\pi - 2\theta_1)] = 5.89 \text{mA}
\end{aligned} \tag{10}$$

Anche in questo caso la corrente media sul carico è il doppio della corrente media di ciascun diodo.

3) Modello del diodo a batteria e resistenza

Partiamo dall'ipotesi di avere D_1 e D_4 accesi e D_2 e D_3 spenti. Il circuito risultante, una volta sostituito a ciascun diodo il modello corrispondente, è riportato in figura 3. La corrente nei due diodi accesi è, chiaramente, la stessa ed è data dalla seguente espressione:

$$i_{D1}(t) = i_{D4}(t) = i_o(t) = \frac{v_S(t) - 2V_{ON}}{R_L + 2R_D} \tag{11}$$

mentre la tensione ai capi dei diodi D_2 e D_3 risulta:

$$v_{D2}(t) = v_{D3}(t) = V_{ON} + R_D i_{D1} - v_S(t) \tag{12}$$

Imponendo che sia $i_{D1} = i_{D4} > 0$ si ottiene:

$$v_S(t) > 2V_{ON} \tag{13}$$

mentre imponendo che sia $v_{D2} = v_{D3} < V_{ON}$ otteniamo:

$$v_S(t) > R_D i_{D1} > 0 \tag{14}$$

Entrambe queste condizioni sono soddisfatte se la tensione d'ingresso soddisfa la condizione (13), dalla quale si deduce che, analogamente al caso precedente, i diodi D_1 e D_4 risultano in conduzione per un intervallo pari a $2k\pi + \theta_1 \leq \omega t \leq (2k+1)\pi - \theta_1$ $k = 0, 1, 2, \dots$, con θ_1 dato dalla (8).

Con un ragionamento analogo, si vede che i diodi D_2 e D_3 risultano in conduzione per un intervallo pari a $(2k+1)\pi + \theta_1 \leq \omega t \leq (2k+2)\pi - \theta_1$ $k = 0, 1, 2, \dots$ ed in tale intervallo la loro corrente è data ancora dalla (11).

Il valore di picco della corrente in ciascun diodo vale:

$$I_{Dpk} = \frac{V_P - 2V_{ON}}{R_L + 2R_D} = 17.6 \text{mA} \tag{15}$$

mentre il suo valore medio è dato dalla seguente espressione:

$$\begin{aligned}
I_{Davg} &= \frac{1}{T} \int_0^T i_D(\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \frac{V_P \sin(\theta) - 2V_{ON}}{R_L + 2R_D} d\theta = \\
&= \frac{1}{\pi(R_L + 2R_D)} [V_P \cos(\theta_1) - V_{ON}(\pi - 2\theta_1)] = 4.71 \text{mA}
\end{aligned} \tag{16}$$

Anche in questo caso la corrente media sul carico è il doppio della corrente media di ciascun diodo.

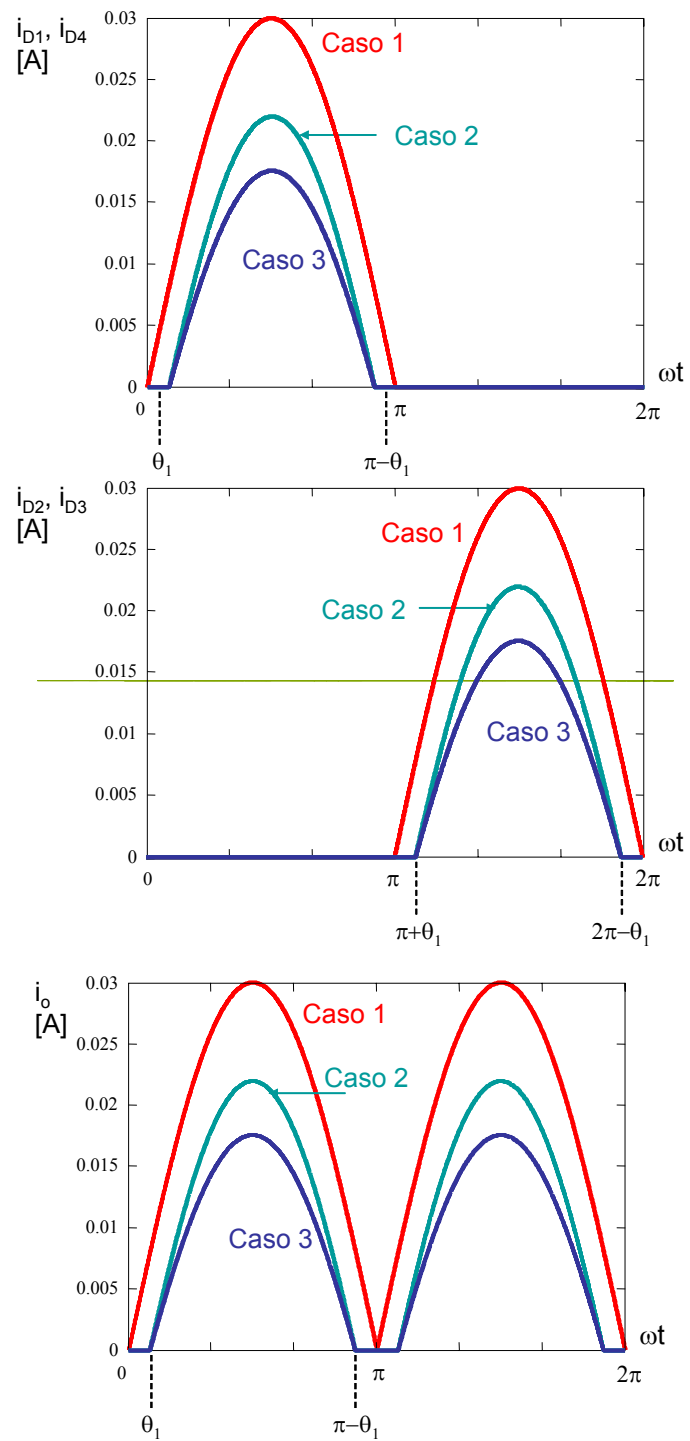


Figura 1

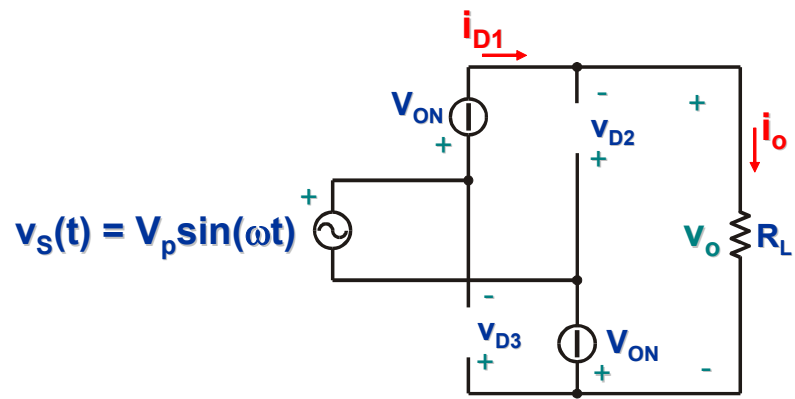


Figura 2

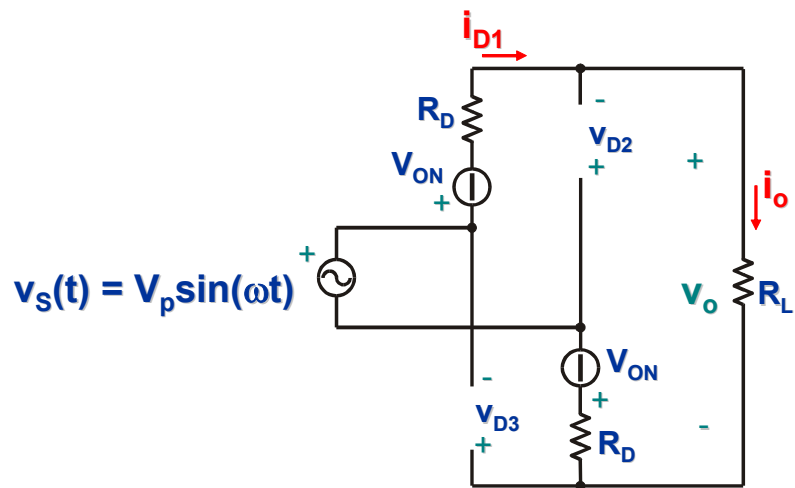


Figura 3