

ESEMPIO DI AMPLIFICATORE A MOSFET A SOURCE COMUNE CON RESISTENZA DI SOURCE

(Dati uguali all'Esempio di par.8.2.3, Fig.8.43
del testo R.R.Spencer & M.M.Ghausi: Introduction to Electronic Circuit Design)

Calcolare il punto di lavoro del Mosfet M_1 di Fig.1, le amplificazioni a media frequenza di tensione $A_v = v_o / v_i$ e di corrente $A_i = i_i / i_i$, l'amplificazione di potenza $A_p = W_o / W_i$ e le resistenze di ingresso R_i e di uscita R_o nei punti P_1 e P_2 indicati. Si trascuri l'effetto di modulazione della lunghezza di canale.

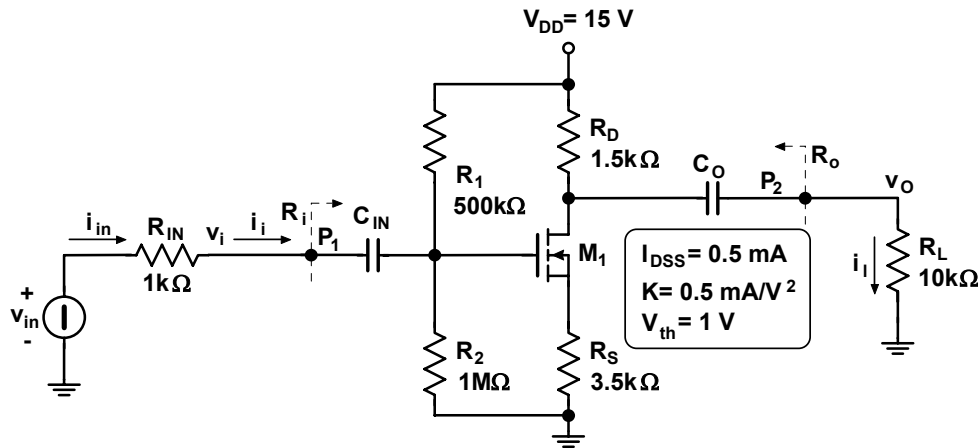


Fig.1. Circuito con Mosfet connesso a Source Comune con resistenza di source

Soluzione:

a – schema equivalente completo

Si può sostituire il Mosfet con un suo schema equivalente, ottenendo il circuito di Fig.2, valido sia ai grandi segnali sia ai piccoli segnali. (Il tracciamento del circuito di Fig.2 è un passo intermedio, mostrato per facilitare la comprensione degli sviluppi successivi e viene di solito omesso considerandolo sottinteso).

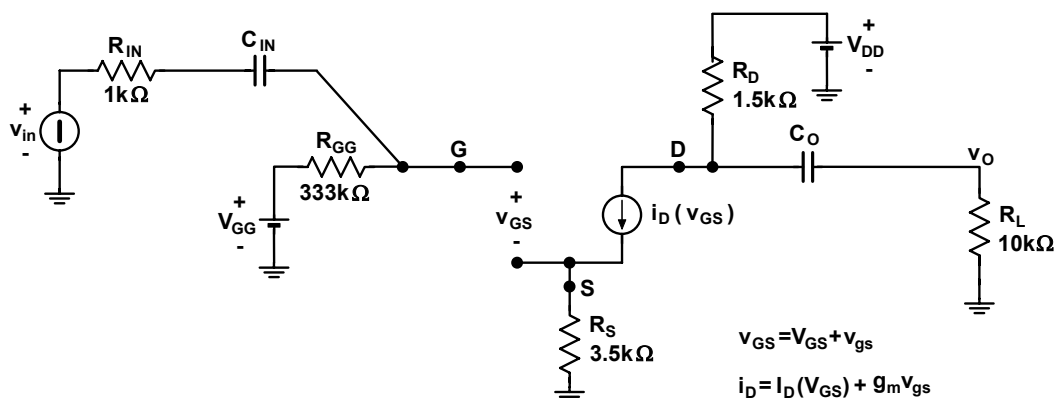


Fig.2. Schema equivalente completo

Nello schema equivalente del Mosfet, la tensione totale gate-source v_{GS} , si considera la somma della tensione continua del punto di lavoro V_{GS} , più un termine incrementale ai piccoli segnali v_{gs} . Analogamente, la corrente totale di drain i_D si considera la somma di un termine continuo $I_D(V_{GS})$, relativo al punto di lavoro e dipendente da V_{GS} , più un termine ai piccoli segnali $g_m v_{gs}$.

Il partitore, formato da R_1 e R_2 ed alimentato da V_{DD} , è stato sostituito dal generatore equivalente V_{GG} e dalla resistenza equivalente R_{GG} . I valori di tali elementi, secondo il teorema di Thèvenin, sono dati da

$$V_{GG} = V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 15 \cdot \frac{1 \cdot 10^6}{500 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^6} = 10 \text{ V} \quad (1)$$

$$R_{GG} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^6}{500 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^6} = 333 \text{ k}\Omega \quad (2)$$

In base al principio della sovrapposizione degli effetti, lo schema equivalente completo si può scindere in uno *schema equivalente ai grandi segnali*, che consente di determinare il punto di lavoro del sistema ed in particolare del Mosfet, ed in uno *schema equivalente ai piccoli segnali*, su cui si calcolano le amplificazioni e le impedenze richieste, che sono appunto relative al comportamento ai piccoli segnali.

Spesso, e in particolare in questo caso, interessa il comportamento ai piccoli segnali in centro banda, cioè a frequenze diverse dalla continua ma non troppo alte. In tale caso, di solito, i condensatori impiegati nello schema hanno valori tali per cui le loro impedenze risultano molto alte in c. continua e abbastanza basse a frequenza di centro banda. Perciò, se non specificato diversamente, i condensatori si considerano circuiti aperti nel ricavare lo schema ai grandi segnali e corti circuiti nel ricavare lo schema ai piccoli segnali.

b – studio ai grandi segnali

In base a quanto detto, si osserva che, ai fini della determinazione dello schema ai grandi segnali, la parte di circuito a monte di C_{IN} , che comprende il generatore di corrente i_{in} e la resistenza R_{IN} , si può ritenere scollegata dal resto del circuito e senza effetti. Essa viene quindi omessa. Per le stesse ragioni, si elimina la parte di circuito a valle di C_O , con la resistenza R_L . Lo schema che si ricava è mostrato in Fig.3.

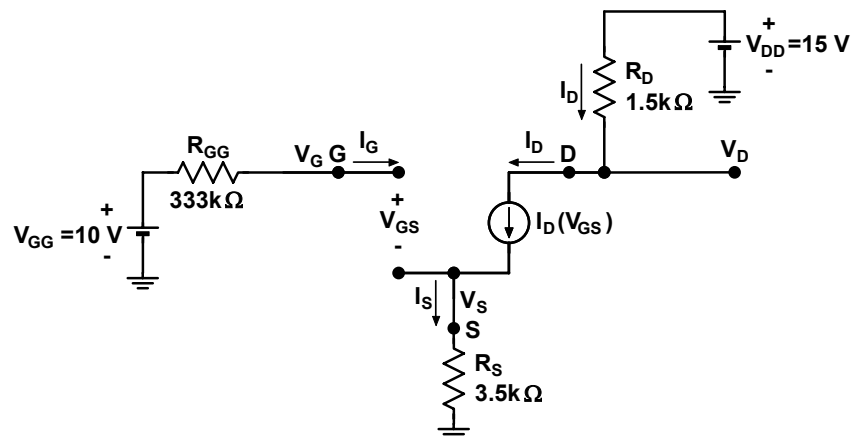


Fig.3. Schema equivalente ai grandi segnali per la determinazione del punto di lavoro

Si suppone che il Mosfet sia in condizioni di saturazione (forward active).

Si ricorda anzitutto che, in condizioni di saturazione, la corrente I_D di drain di un Mosfet a canale n è funzione della tensione tra gate e source V_{GS} e della tensione di soglia (threshold) V_{th} secondo la relazione

$$I_D = \frac{\mu_n C'_{ox}}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th})^2 = K (V_{GS} - V_{th})^2 = I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right)^2 \quad (3)$$

dove μ_n è la mobilità degli elettroni, C'_{ox} è la capacità per unità di area tra gate e canale dovuta allo strato di ossido, W è la larghezza del canale e L è la sua lunghezza. Le diverse forme della (3) definiscono implicitamente $K = (\mu_n C'_{ox} / 2) (W/L)$ e $I_{DSS} = K V_{th}^2$.

Nel caso di questo esercizio, $I_{DSS} = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$, $V_{th} = 1 \text{ V}$ e quindi $K = I_{DSS} / V_{th}^2 = 0.5 \cdot 10^{-3} / 1^2 = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}^2$.

Considerando la maglia che va dal gate del Mosfet al source e comprende il generatore V_{GG} , la resistenza R_{GG} , la tensione gate-source V_{GS} e la resistenza R_S , si può scrivere

$$V_{GG} - R_{GG}I_G - V_{GS} - R_S I_S = 0 \quad (4)$$

e tenendo conto che $I_G=0$ e che

$$I_S = I_D \quad (5)$$

$$I_D = I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right)^2 \quad (6)$$

si ha da (4)

$$V_{GG} - V_{GS} - R_S I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right)^2 = 0 \quad (7)$$

Sviluppando l'equazione (7), dove V_{GS} è incognita, si ottiene

$$R_S I_{DSS} V_{GS}^2 - (2R_S I_{DSS} - V_{th}) V_{th} V_{GS} - V_{GG} V_{th}^2 + R_S I_{DSS} V_{th}^2 = 0 \quad (8)$$

Ponendo

$$A = R_S I_{DSS} = 3.5 \cdot 10^3 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} = 1.75 \quad (9)$$

$$B = -(2R_S I_{DSS} - V_{th}) V_{th} = -(2 \cdot 3.5 \cdot 10^3 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} - 1) \cdot 1 = -2.5 \quad (10)$$

$$C = -V_{GG} V_{th}^2 + R_S I_{DSS} V_{th}^2 = -10 \cdot 1^2 + 3.5 \cdot 10^3 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot 1^2 = -8.25 \quad (11)$$

e sostituendo in (8) si ha

$$A V_{GS}^2 + B V_{GS} + C = 0 \quad (12)$$

Risolvendo la (12) si ricava

$$V_{GS} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \frac{2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 4 \cdot 1.75 \cdot (-8.25)}}{2 \cdot 1.75} = \frac{3}{-1.751} \quad (13)$$

La seconda soluzione, che è negativa, viene scartata: con tale valore di V_{GS} infatti il Mosfet sarebbe interdetto. Si assume quindi $V_{GS}=3$ V. Sostituendo tale valore nella (4) si ricava

$$I_S = I_D = \frac{V_{GG} - V_{GS}}{R_S} = \frac{10 - 3}{3.5 \cdot 10^3} = 2 \text{ mA} \quad (14)$$

Come si constata dallo schema di Fig.3, si ha

$$V_D = V_{DD} - R_D I_D = 15 - 1.5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 12 \text{ V} \quad (15)$$

ed essendo $I_G=0$ e quindi $V_G=V_{GG}$, si ha $V_S=V_{GG}-V_{GS}=10-3=7$ V. La tensione drain-source è perciò

$$V_{DS} = V_D - V_S = 12 - 7 = 5 \text{ V} \quad (16)$$

Si conferma così che il Mosfet si trova *in saturazione*. Infatti $V_{DS} > V_{GS} - V_{th} = 3 - 1 = 2$ V.

c – studio ai piccoli segnali

Dallo schema equivalente completo, azzerando i generatori in continua e quindi *sostituendo i generatori di alimentazione positiva e negativa con connessioni a massa*, sostituendo i condensatori C_{IN} e C_O con corti circuiti e inserendo tra Gate, Source e Drain lo schema equivalente del Mosfet ai piccoli segnali, si ottiene lo schema equivalente ai piccoli segnali di Fig.4.

Poiché è noto il punto di lavoro del Mosfet, ed in particolare sono note la tensione gate-source V_{GS} e la corrente di drain I_D , si può determinare la transconduttanza g_m (che è un parametro ai piccoli segnali). Come è noto si ha

$$g_m = 2 \sqrt{K I_D} = \frac{2}{V_{th}} \sqrt{I_{DSS} I_D} = \frac{2}{1} \sqrt{0.5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 2.0 \cdot 10^{-3} \text{ Siemens} \quad (17)$$

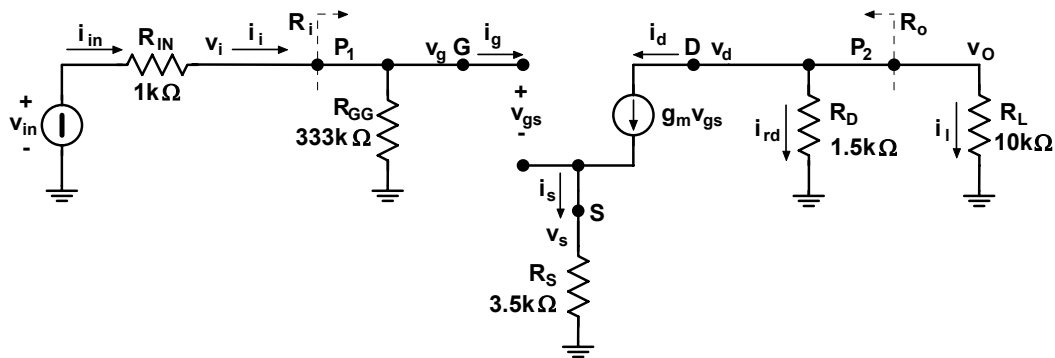


Fig.4. Schema equivalente ai piccoli segnali

E' conveniente trasformare lo schema equivalente ai piccoli segnali, sostituendo il circuito connesso in gate con un generatore equivalente di Thévenin, e riunendo in un'unica resistenza equivalente R'_L le due resistenze R_C e R_L che, come mostrato in Fig.4, sono in parallelo tra loro. Si ottiene lo schema equivalente ai piccoli segnali "ridotto" di Fig.5. Dallo schema di Fig.4 la tensione "a vuoto" v'_{in} , che si ottiene sconnettendo il circuito che comprende R_{IN} , R_{GG} ed il generatore di tensione v_{in} , vale

$$v'_{in} = v_{in} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} = v_{in} \cdot \frac{333 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 + 333 \cdot 10^3} = v_{in} \cdot 0.997 \quad (18)$$

La resistenza equivalente R'_{IN} si ottiene nello stesso circuito annullando, cioè chiudendo in corto circuito, il generatore di tensione v_{in} . La R'_{IN} è quindi data dal parallelo di R_{IN} e di R_{GG}

$$R'_{IN} = (R_{IN} // R_{GG}) = \frac{R_{IN} R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 333 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 + 333 \cdot 10^3} = 997 \, \Omega \quad (19)$$

Come detto, la resistenza equivalente R'_L è data da

$$R'_L = (R_D // R_L) = \frac{R_D R_L}{R_D + R_L} = \frac{1.5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3}{1.5 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} = 1.3 \, k\Omega \quad (20)$$

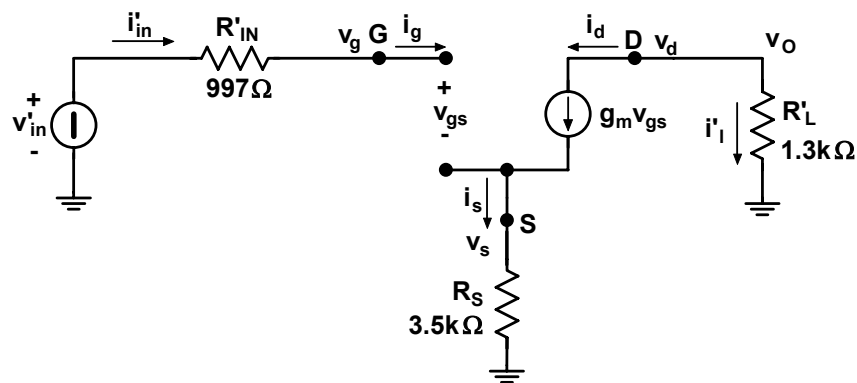


Fig.5. Schema equivalente ai piccoli segnali ridotto

Nello schema ridotto di Fig.5, ricordando che

$$i_d = i_s = g_m v_{gs} \quad (21)$$

$$i_g = 0 \quad (22)$$

considerando la maglia che comprende gate, source, v'_{in} , R'_{IN} e R_S si può scrivere

$$v'_{in} - R'_{IN} i_g - v_{gs} - R_S i_s = 0 \quad (23)$$

Tenendo conto che, secondo la (22), $i_g=0$, si ha che $v_g=v'_{in}$. Inoltre, dalle (21), (22) e (23) si ricava

$$v'_{in} - [1 + g_m R_S] v_{gs} = 0 \quad (24)$$

$$v_{gs} = v'_{in} \frac{1}{1 + g_m R_S} \quad (25)$$

e sostituendo nella (21)

$$i_d = i_s = v'_{in} \frac{g_m}{1 + g_m R_S} \quad (26)$$

Dallo schema si vede anche che $i'_1 = -i_d$ e $v_o = R'_L i'_1 = -R'_L i_d$. Perciò

$$v_o = -R'_L i_d = -v'_{in} \frac{g_m R'_L}{1 + g_m R_S} \quad (27)$$

Si può definire un'amplificazione di tensione $A'_v = v_o/v'_{in}$, riferita allo schema ridotto di Fig.5, che risulta dalla (27)

$$A'_v = \frac{v_o}{v'_{in}} = - \frac{g_m R'_L}{1 + g_m R_S} \quad (28)$$

L'espressione (28) mostra che $A'_v \approx R'_L/R_S$ se $g_m \gg 1/R_S$. E' da notare che, per la connessione a source comune, l'amplificazione di tensione A'_v è *negativa*.

Con i dati del caso in esame, dalla (28) si ricava

$$A'_v = - \frac{g_m R'_L}{1 + g_m R_S} = - \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1.3 \cdot 10^3}{1 + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3.5 \cdot 10^3} = -0.325 \quad (29)$$

Volendo definire una *resistenza di ingresso in gate* $r_g = v_g/i_g$ del Mosfet a source comune con resistenza di source, poiché $i_g=0$, per questa connessione $r_g=\infty$. Analogamente si ha che l'amplificazione di corrente, relativa allo schema ridotto e definita come $A'_i = i'_1/i'_{in} = -i_d/i_g$ risulta infinita.

E' interessante rimarcare che lo schema ridotto di Fig.5 è lo schema tipico della *connessione a source comune con resistenza di source* di un Mosfet, e che la formula (29) che dà l'amplificazione di tensione, è la formula classica riportata in tutte le tabelle.

E' necessario ora tornare allo schema ai piccoli segnali completo di Fig.4 per calcolare i parametri richiesti, relativi allo schema completo.

A questo fine è opportuno esprimere le variabili dello schema in funzione del segnale di ingresso v_{in} anziché di v'_{in} . Sostituendo nelle (26), (25), (27), (28) l'espressione di v'_{in} data dalla (18) si ottiene

$$i_d = i_s = v_{in} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} \cdot \frac{g_m}{1 + g_m R_S} \quad (30)$$

$$v_{gs} = v_{in} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} \cdot \frac{1}{1 + g_m R_S} \quad (31)$$

$$v_o = -v_{in} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} \cdot \frac{g_m R'_L}{1 + g_m R_S} = v_{in} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} \cdot A'_v \quad (32)$$

inoltre, essendo $v_i = v_g = v'_{in}$ dalla (18) si ricava

$$v_i = v_g = v_{in} \cdot \frac{R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} \quad (33)$$

Poiché $v_i = v_g = v'_{in}$, l'amplificazione di tensione *relativa allo schema completo* $A_v = v_o/v_i$ risulta uguale alla A'_v calcolata prima, con la (29), in relazione allo schema ridotto. Infatti è

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v_o}{v'_{in}} = A'_v = - \frac{g_m R'_L}{1 + g_m R_S} = -0.325 \quad (34)$$

Se si fosse voluta calcolare l'amplificazione complessiva $A_{vt} = v_o / v_{in}$ tra il segnale di ingresso e quello di uscita, includendo l'attenuazione dovuta a R_{IN} , dalla (32) si può ricavare

$$A_{vt} = \frac{v_o}{v_{in}} = \frac{R_{GG}}{R_{IN} + R_{GG}} \cdot A'_v = -\frac{333 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 + 333 \cdot 10^3} \cdot 0.325 = -0.324 \quad (35)$$

Per calcolare l'amplificazione di corrente $A_i = i_l / i_i$, si osserva che, essendo nulla la corrente i_g entrante nel gate, i_i è data solo dalla corrente in R_{GG} . Questa corrente, a sua volta, dipende dalla tensione $v_i = v_g$. Si può dunque scrivere, in base alla (33)

$$i_i = i_{rgg} = \frac{v_g}{R_{GG}} = v_{in} \frac{1}{R_{IN} + R_{GG}} \quad (36)$$

Da Fig.4 si vede che la corrente $i_d = -i_l$ si ripartisce tra le resistenze R_D e R_L . Come è noto, le relative correnti i_{rd} e i_l stanno in proporzione inversa alle resistenze (infatti, $i_{rd} = v_o / R_D$, $i_l = v_o / R_L$ e $i_d = -(i_{rd} + i_l)$). Tenuto conto dei versi, si può dunque scrivere

$$i_l = -i_d \frac{R_D}{R_D + R_L} \quad (37)$$

Dalle (36) e (37), tenendo conto della (30), l'amplificazione di corrente *relativa allo schema completo* risulta

$$A_i = \frac{i_l}{i_i} = -\frac{i_l}{-i_d} \cdot \frac{i_d}{v_{in}} \cdot \frac{v_{in}}{i_i} = -\frac{R_D}{R_D + R_L} \cdot \frac{g_m R_{GG}}{1 + g_m R_S} \quad (38)$$

e introducendo i valori numerici

$$A_i = -\frac{R_D}{R_D + R_L} \cdot \frac{g_m R_{GG}}{1 + g_m R_S} = -\frac{1.5 \cdot 10^3}{1.5 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 333 \cdot 10^3}{1 + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3.5 \cdot 10^3} = -10.86 \quad (39)$$

Come si vede, pur essendo nulla la corrente i_g entrante nel gate del Mosfet, la corrente i_i entrante nello stadio non è nulla, a causa della presenza del partitore e quindi della resistenza R_{GG} .

Si osserva inoltre che, essendo la corrente i_i entrante nello stadio uguale alla i_{in} erogata dal generatore v_{in} (Fig.4), l'amplificazione di corrente complessiva $A_{it} = i_l / i_{in}$ risulta uguale all'amplificazione A_i calcolata rispetto alla corrente entrante nello stadio.

L'amplificazione di potenza si ricava dalle formule precedenti

$$A_p = \frac{W_l}{W_i} = \frac{v_o \cdot i_l}{v_i \cdot i_i} = \frac{v_o}{v_i} \cdot \frac{i_l}{i_i} = A_v \cdot A_i = (-0.325) \cdot (-10.86) = 3.53 \quad (40)$$

Per calcolare la resistenza di ingresso R_i nel punto P_1 (Fig.4) si suppone di sconnettere tutta la parte esterna, cioè il generatore di tensione v_{in} e la resistenza R_{IN} , di annullare nel circuito rimanente tutti i generatori indipendenti (non ve ne sono) e di collegare in P_1 un generatore di prova v_x . Si ottiene la configurazione di Fig.6.

Dallo schema, tenendo conto che $i_g = 0$, la corrente i_x iniettata da v_x nel punto P_1 risulta

$$i_x = \frac{v_x}{R_{GG}} \quad (41)$$

e perciò

$$R_i = \frac{v_x}{i_x} = R_{GG} = 333 \text{ k}\Omega \quad (42)$$

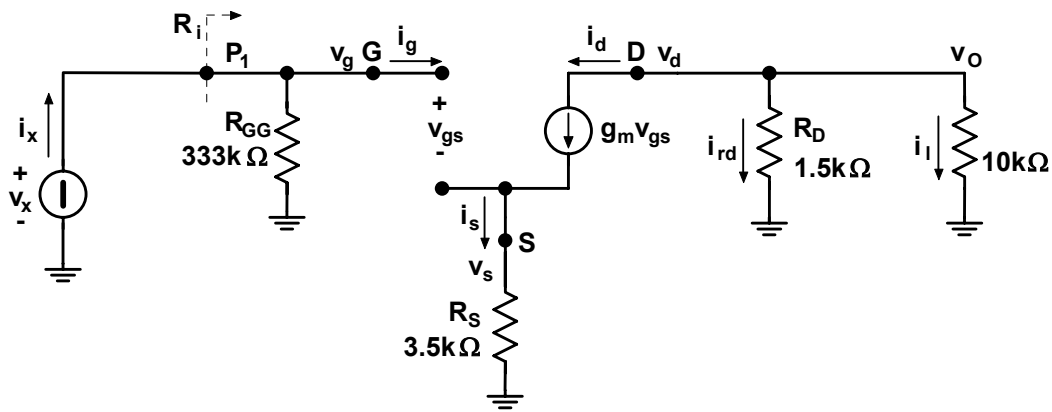


Fig.6. Schema per il calcolo dell'impedenza di ingresso R_i .

Per calcolare la resistenza di uscita R_o nel punto P_2 (Fig.4) si suppone di sconnettere tutta la parte esterna, che in questo caso si riduce alla resistenza di carico R_L , di *annullare nel circuito rimanente tutti i generatori indipendenti*, cortocircuitando il generatore di segnale v_{in} , e di collegare in P_2 un generatore di prova v_x . Si ottiene la configurazione di Fig.7.

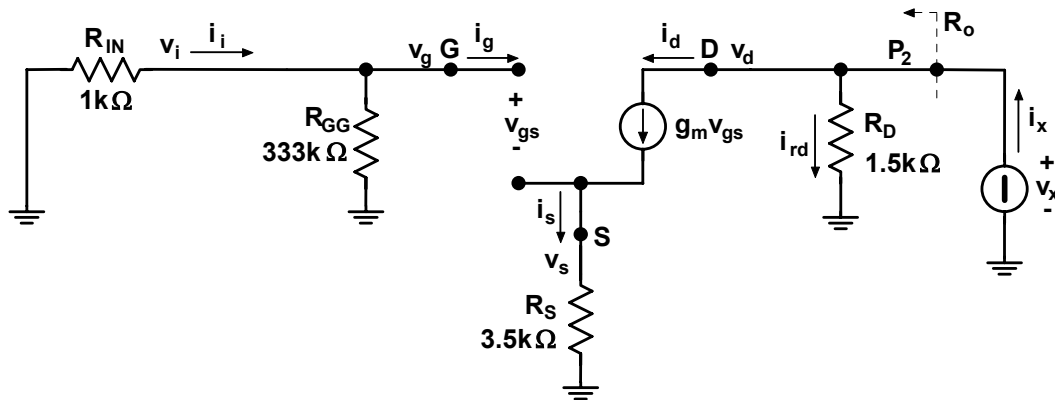


Fig.7. Schema per il calcolo dell'impedenza di uscita R_o .

E' evidente, dallo schema, che $i_x = i_{rd} + i_d$ e che $v_d = v_o = v_x$. Perciò $i_{rd} = v_x / R_D$.

La corrente i_d provocata dalla tensione v_x applicata al drain è nulla. Infatti, supponendo ad esempio che si abbia una corrente i_d positiva, si dovrebbe avere anche una corrente i_s uguale uscente dal source. Tale corrente provocherebbe in R_S una caduta che porterebbe v_s ad un valore positivo. Poiché il gate è connesso a massa attraverso R_{IN} in parallelo a R_{GG} e con $i_g = 0$, si ha $v_g = 0$ e quindi la tensione $v_{gs} = v_g - v_s$ risulterebbe negativa. Ma, per la (21), $i_d = g_m v_{gs}$ e quindi i_d dovrebbe essere negativa, il che è in contrasto con quanto supposto inizialmente. Perciò non vi può essere corrente i_d positiva. In modo simile si dimostra che non si può avere i_d negativa causata da v_x .

Si conclude che $i_x = i_{rd} + i_d = i_{rc} = v_x / R_D$. L'impedenza di uscita risulta dunque

$$R_o = \frac{v_x}{i_x} = R_D = 1.5 \text{ k}\Omega \quad (49)$$

Si può osservare che, nel caso si fosse dovuto tener conto dell'effetto di modulazione della lunghezza di canale, si sarebbe dovuta definire una corrispondente resistenza r_o in parallelo al generatore di corrente comandato $g_m v_{gs}$ nello schema equivalente ai piccoli segnali del Mosfet. L'effetto di tale resistenza è normalmente trascurabile nel calcolo di tutti i parametri considerati in questo esercizio, tranne che nella determinazione di R_o . Per quest'ultima, soprattutto con valori alti di R_D e di R_L , l'espressione di R_o avrebbe incluso anche l'effetto di r_o .

d – condensatore di by-pass in parallelo a R_S

E' interessante valutare come cambiano le amplificazioni dello schema nel caso, abbastanza frequente, che in parallelo a R_S venga connesso un condensatore C_S , come mostrato in Fig.8.

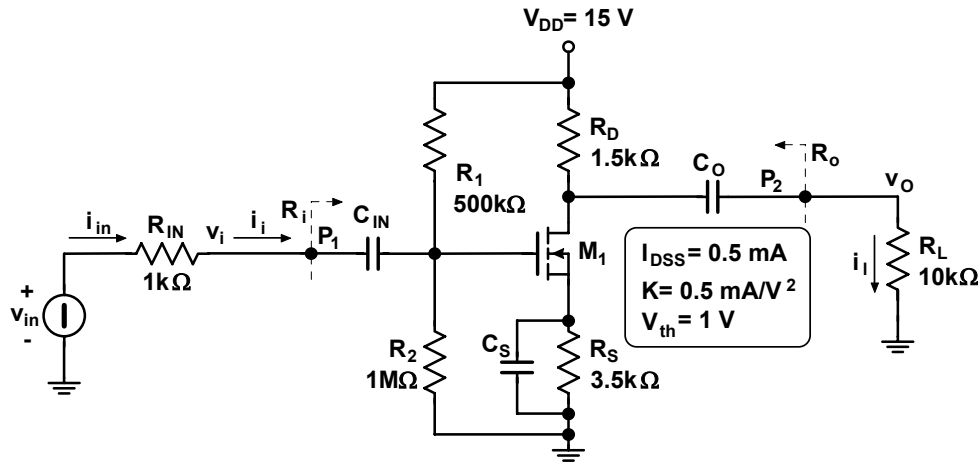


Fig.8. Circuito con Mosfet connesso a Source Comune con resistenza di source avente in parallelo un condensatore di by-pass

Un tale condensatore, come gli altri dello schema, purché di valore adeguato si comporta come un circuito aperto in c. continua e come un corto circuito a media frequenza. Perciò, lo schema ai grandi segnali che si può derivare da Fig.8 è uguale a quello di Fig.3, ricavato nel caso che il condensatore C_S non vi sia. Di conseguenza, il punto di lavoro, ed in particolare la corrente I_D , rimangono gli stessi.

Ai piccoli segnali, la transconduttanza g_m che, secondo la (17), è funzione di I_D rimane anch'essa invariata a $g_m = 2 \cdot 10^{-3}$ Siemens.

Invece, nello schema ai piccoli segnali di Fig.4, ed anche in quello ridotto di Fig.5 ed in quelli derivati di Fig.6 e Fig.7, la resistenza R_S risulta cortocircuitata.

Perciò, nelle (29) e (34), che danno le amplificazioni di tensione $A'_v = A_{va}$, la R_S assume valore nullo.

Per l'amplificazione di tensione la (34) diventa

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v_o}{v_{in}} = A'_v = -\frac{g_m R'_L}{1 + g_m R_S} = -\frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1.3 \cdot 10^3}{1 + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0} = -2.6 \quad (50)$$

Per l'amplificazione di corrente, la (39) diventa

$$A_i = -\frac{R_D}{R_D + R_L} \cdot \frac{g_m R_{GG}}{1 + g_m R_S} = -\frac{1.5 \cdot 10^3}{1.5 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 333 \cdot 10^3}{1 + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3.5 \cdot 0} = -86.87 \quad (51)$$

e per l'amplificazione di potenza, la (40) diventa

$$A_p = \frac{W_i}{W_i} = A_v \cdot A_i = (-2.6) \cdot (-86.87) = 225.9 \quad (52)$$

Invece, come si può constatare dalle espressioni (42) di R_i e (49) di R_o , poiché in tali espressioni non figura R_S , le resistenze di ingresso e di uscita rimangono invariate.