ESERCIZIO 3a (Settimana 6)

(Esercizio simile all'Esercizio 3 (Settimana 6) con diverso valore di R_D)

Calcolare la potenza dissipata dal circuito di Fig.1, avente i seguenti parametri

$V_{DD} = V_{SS} = 12$ V, $R_1 = R_2$ 100 kΩ, $R_D = 2$ kΩ,

M_1 (MOSFET canale n ad arricchimento): $V_{th} = 4V$, $I_{DSS} = 10mA$, $r_d = \infty$.

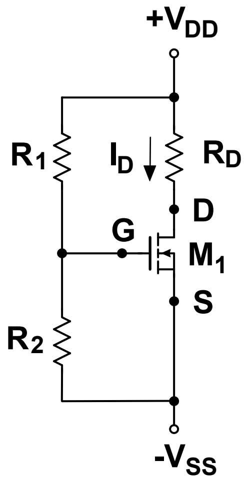

Fig.1.Circuito da studiare

Soluzione:

Il partitore R_1 , R_2 , che forma il circuito di polarizzazione di Gate, secondo il teorema di Thévenin e applicando la sovrapposizione degli effetti può essere rappresentato da un generatore equivalente (di cui non si mostra lo schema) avente tensione a vuoto

$$V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_{SS} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0 \text{ V} \tag{1}$$

e con resistenza interna

$$R_{GG} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3} = 50 \text{ k}\Omega \tag{2}$$

Come è ovvio, la tensione V_{GG} è misurata rispetto al punto di massa, non indicato in Fig.1, che si trova a $-V_{DD}$ V rispetto al morsetto di alimentazione positiva e a $+V_{SS}$ V rispetto al morsetto di alimentazione negativa.

Dato che il gate, in condizioni statiche, non assorbe corrente, non si ha caduta nella resistenza interna R_{GG} e la tensione del Gate è $V_G = V_{GG}$.

La tensione tra Gate e Source è perciò

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_{GG} - (-V_{SS}) = 0 - (-12) = 12 \text{ V} \tag{3}$$

Se il Mosfet si trovasse in zona di saturazione, la corrente di Drain sarebbe data dalla relazione

$$I_D = I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right)^2 = 10 \cdot 10^{-3} \left(\frac{12}{4} - 1 \right)^2 = 40 \text{ mA} \tag{4}$$

Con una tale corrente, tenuto conto della caduta sulla resistenza R_D, la tensione di Drain sarebbe

$$V_D = V_{DD} - R_D I_D = 12 - 2 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 12 - 80 = -68 \text{ V} \tag{5}$$

e la tensione tra Drain e Source sarebbe

$$V_{DS} = V_D - V_S = -68 - (-12) = -56 \text{ V} \tag{6}$$

Evidentemente, la condizione V>(V_{GS} –V_{th}), che assicura che il Mosfet si trova in saturazione, non è soddisfatta.
Il Mosfet si trova quindi in zona di funzionamento quasi lineare, nel quale la corrente di Drain è data dalla relazione

$$I_D = 2 I_{DSS} \left[\left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right) \cdot \frac{V_{DS}}{V_{th}} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_{DS}}{V_{th}} \right)^2 \right] \tag{7}$$

dove la V_{DS} dipende dalla caduta di tensione su R_D , secondo la relazione, analoga alla (6),

$$V_{DS} = V_D - V_S - (V_{SS}) = V_D + V_{SS} - R_D I_D \tag{8}$$

Le (7) e (8) formano un sistema che, risolto, determina il punto di lavoro. La situazione è rappresentata in Fig.2, dove nel piano V_{DS} , I_D sono rappresentate le caratteristiche del Mosfet, con parametro V_{GS} , e la retta di carico relativa a R_D =2 kΩ. Come si vede, l'intercetta della retta di carico sull'asse delle ascisse è alla totale tensione di alimentazione V_{DD} +V_{SS} =24 V e sull'asse delle ordinate alla corrente di corto circuito che si avrebbe se la V_{DS} si annullasse, cioè a I_D =(V_{DD} +V_{SS})/R_D =24/2 10^3 =12 mA.

L'equazione (7), relativa alla tensione V_{GS} =12 V, corrisponde, nel piano I_D , V_{DS}, ad una parabola, di cui è valida solo la parte compresa tra il punto I_D =0, V_{DS} =0, e l'inizio del tratto orizzontale (che rappresenta le condizioni di saturazione). L'altra parte, indicata in figura tratteggiata, è soltanto un'estensione della formulazione matematica che non corrisponde a condizioni possibili.

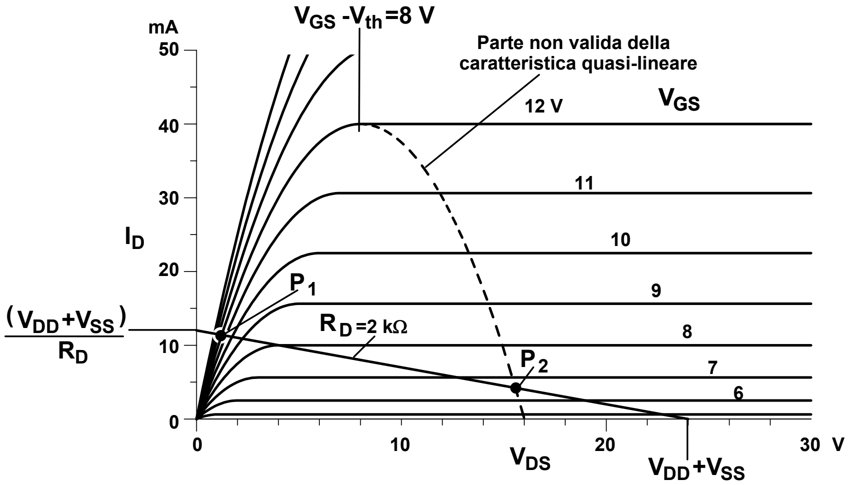

Fig.2.Caratteristiche e retta di carico del Mosfet M1

Le intersezioni della retta di carico con la caratteristica parabolica corrispondente a V_{GS} =12 V dà due punti P_1 e P_2 , di cui il primo è sul tratto valido e l'altro sul tratto invalido.

Introducendo l'espressione di V_{DS} data dalla (8) nella (7), si ottiene dopo qualche semplificazione

$$R_D I_{DSS} \cdot \left(\frac{V_{DS}}{V_{th}} \right)^2 - \left[2 R_D I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right) + V_{th} \right] \cdot \left(\frac{V_{DS}}{V_{th}} \right) + V_{DD} + V_{SS} = 0 \tag{9}$$

Sostituendo i valori di R_D , I_{DSS} , V_{th} , V_{DD} , V_{SS} , e V_{GS} =12 V, si ottiene l'equazione in (V_{DS} /V_{th})

$$20 \cdot \left(\frac{V_{DS}}{V_{th}} \right)^2 - 84 \cdot \left(\frac{V_{DS}}{V_{th}} \right) + 24 = 0 \tag{10}$$

che risolta dà le due soluzioni (V_{DS1} /V_{th})= 0.308 e (V_{DS1} /V_{th})= 3.89 , ed i due valori V_{DS1} =1.233 V e V_{DS2} =15.57 V. Il primo valore corrisponde in Fig.2, al punto P_1 ed il secondo a P_2 . Poiché V_{DS1} =1.233<V_{GS} – V_{th})=(12–4)=8 V, tale valore soddisfa alla condizione della zona di quasi linearità ed è valido, mentre V_{DS2} =15.57>8V e quindi va scartato.

Ponendo, nella (8), il valore V_{DS} =V_{DS1} = 1.233 V si ricava

$$I_D = \frac{V_{DD} + V_{SS} - V_{DS}}{R_D} = \frac{12 + 12 - 1.233}{2 \cdot 10^3} = 11.384 \text{ mA} \tag{11}$$

La corrente I_D , che entra nel Drain, esce dall'alimentazione positiva V_{DD} .

La stessa I_D esce dal Source e va nell'alimentazione negativa $-V_{SS}$.

Non essendovi corrente entrante nel Gate, la corrente I_{R1} che percorre R_1 è uguale alla I_{R2} che percorre R_2 . Quindi si ha

$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_{DD} + V_{SS}}{R_1 + R_2} = \frac{12 + 12}{100 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3} = 0.120 \text{ mA} \tag{12}$$

L'alimentazione positiva eroga perciò in totale una corrente $I_{DD} = I_D + I_{R1} = 11.384 + 0.120 = 11.504$ mA e fornisce al circuito una potenza $P_{DD} = V_{DD}\ I_{DD} = 12\ 11.504\ 10^{-3} = 138$ mW.

Nell'alimentazione negativa entra la corrente uscente del Source del Mosfet, che è uguale a I_D , e la corrente I_{R2} che percorre R_2 , che è uguale a I_{R1} . La corrente totale entrante nell'alimentazione negativa è dunque $I_{SS} = I_D + I_{R1} = 11.504$ mA e la potenza erogata da V_{SS} al circuito, tenendo conto dei versi, risulta $P_{SS} = (-V_{SS})\ (-I_{SS}) = (-12)\ (-11.504\ 10^{-3}) = 138$ mW.

La totale potenza ceduta al circuito dalle alimentazioni, che necessariamente coincide con la potenza dissipata nel circuito stesso, vale quindi $P_{tot} = P_{DD} + P_{SS} = 138 + 138 = 276$ mW.

Può essere interessante confrontare la soluzione esatta determinata mediante la (7) con quella che si può determinare, più semplicemente, approssimando la caratteristica del Mosfet per $V_{GS} = 12$ V con la tangente alla caratteristica teorica calcolata per $V_{DS} = 0$ e $I_D = 0$. Si ottiene

$$I_D \approx \left| \frac{dI_d}{dV_{DS}} \right|_{V_{DS}=0} \cdot V_{DS} = 2 I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right) \cdot \frac{V_{DS}}{V_{th}} \tag{13}$$

Da tale approssimazione si può definire una resistenza equivalente, funzione di V_{GS} , espressa da

$$R_{D\,eq} = \left| \frac{dV_{DS}}{dI_D} \right| = \frac{V_{DS}}{I_D} = \frac{V_{th}}{2 I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_{th}} - 1 \right)} \tag{14}$$

Sostituendo i valori dei parametri e ponendo $V_{GS} = 12$ V, si ottiene $R_{Deq} = V_{th} / [2\ I_{DSS}\ \ (V_{GS} / V_{th} - 1)] = 4/[2\ 10\ 10^{-3}\ (12/4-1)] = 100\ \Omega$.

Il circuito tra Drain e Source diventa un partitore formato da R_D e R_{Deq} , come mostrato in Fig.3

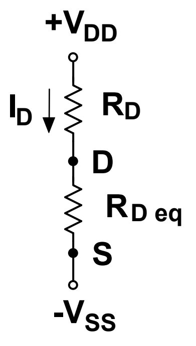

Fig.3.Circuito equivalente Drain Source col Mosfet approssimato dalla resistenza R_{Deq} .

Poiché ai capi del partitore vi è la tensione $V_{DD} - (-V_{SS}) = V_{DD} + V_{SS} = 12 + 12 = 24$ V, la corrente nel partitore è $I_D = (V_{DD} + V_{SS})/(R_D + R_{Deq}) = 24/(2\ 10^3 + 100) = 11.429$ mA. La tensione ai capi di R_{Deq} risulta $V_{DS} = R_{Deq}\ \ I_D = 100\ 11.429\ 10^{-3} = 1.1429$ V.

I valori così determinati, rispetto a quelli trovati con la risoluzione esatta, danno uno scostamento di +0.4% per la corrente e di +7.3% per la tensione. L'approssimazione, specialmente per i valori di V_{DS} , risulta dunque modesta.