

## ESEMPIO DI AMPLIFICATORE A BJT A BASE COMUNE

(Dati uguali all'Esempio di par.8.4.2, Fig.8.69  
del testo R.R.Spencer & M.M.Ghausi: Introduction to Electronic Circuit Design)

Calcolare il punto di lavoro del BJT  $Q_1$  di Fig.1, la funzione di trasferimento a media frequenza  $v_o/i_{in}$ , le amplificazioni di tensione  $A_v=v_o/v_i$  e di corrente  $A_i=i_o/i_i$ , l'amplificazione di potenza  $A_p=W_o/W_i$  e le resistenze di ingresso  $R_i$  e di uscita  $R_o$  nei punti  $P_1$  e  $P_2$  indicati. Si trascuri l'effetto Early.

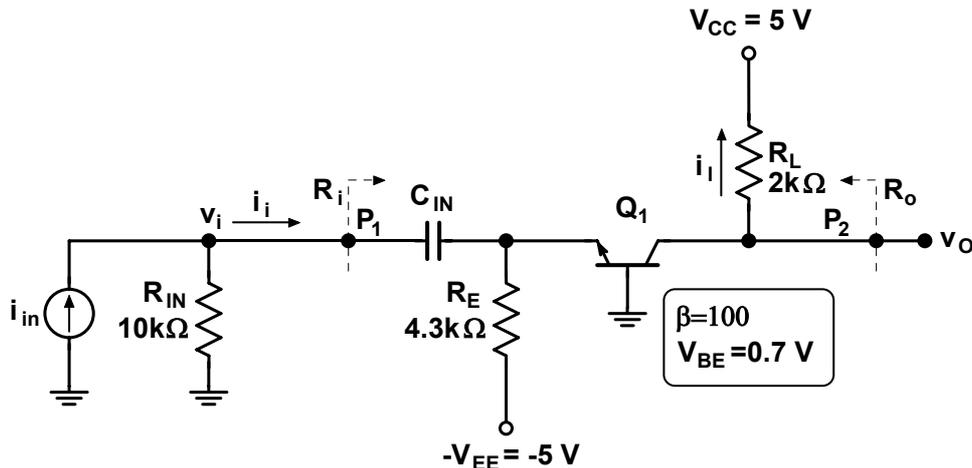


Fig.1. Circuito con transistor BJT connesso a Base Comune

### Soluzione:

#### **a – schema equivalente completo**

Si può sostituire il transistor con un suo schema equivalente, ottenendo il circuito di Fig.2, valido sia ai grandi segnali sia ai piccoli segnali. (Il tracciamento del circuito di Fig.2 è fatto per facilitare la comprensione degli sviluppi successivi e viene di solito omesso considerandolo sottinteso).

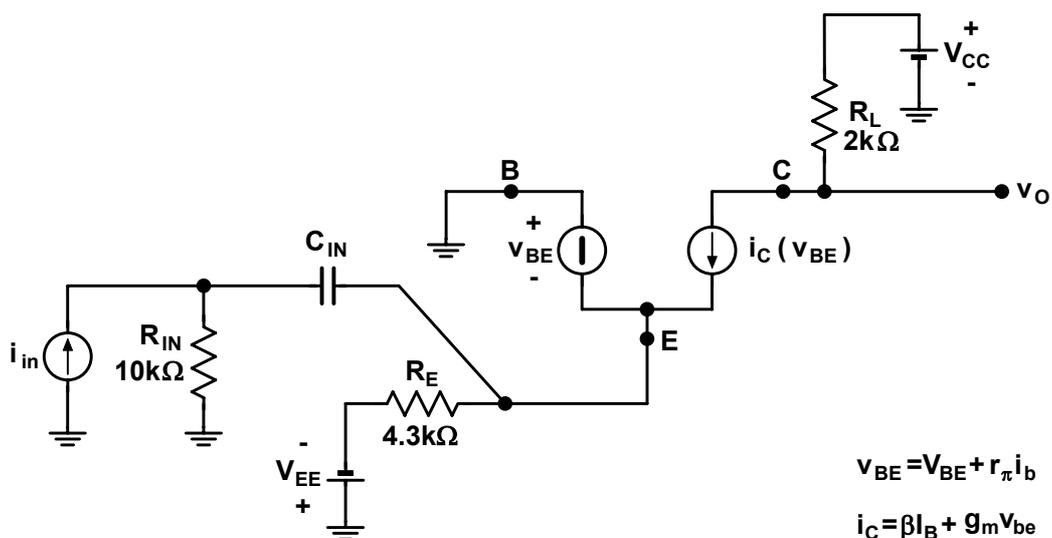


Fig.2. Schema equivalente completo

Nello schema equivalente del transistor, la tensione totale  $v_{BE}$  si considera la somma della tensione continua del punto di lavoro  $V_{BE}$ , funzione come è noto della corrente  $I_C$ , più un termine incrementale ai piccoli segnali pari al prodotto  $r_\pi i_b$ . Analogamente, la corrente totale di collettore  $i_C$  si considera la somma di un termine continuo, relativo al punto di lavoro,  $\beta I_B$ , più un termine ai piccoli segnali  $g_m v_{be}$ .

In base al principio della sovrapposizione degli effetti, lo schema equivalente completo si può scindere in uno *schema equivalente ai grandi segnali*, che consente di determinare il punto di lavoro del sistema ed in particolare del BJT, ed in uno *schema equivalente ai piccoli segnali*, su cui si calcolano le amplificazioni e le impedenze richieste, che sono appunto relative al comportamento ai piccoli segnali.

Spesso, e in particolare in questo caso, interessa il comportamento ai piccoli segnali in centro banda, cioè a frequenze diverse dalla continua ma non troppo alte. In questo caso, di solito, i condensatori impiegati nello schema hanno valori tali per cui le loro impedenze risultano molto alte in c. continua e abbastanza basse a frequenza di centro banda. Perciò, se non specificato diversamente, i condensatori si considerano circuiti aperti nel ricavare lo schema ai grandi segnali e corti circuiti nel ricavare lo schema ai piccoli segnali.

### b – studio ai grandi segnali

In base a quanto detto, si osserva che, ai fini della determinazione dello schema ai grandi segnali, la parte di circuito a monte di  $C_{IN}$ , che comprende il generatore di corrente  $i_{in}$  e la resistenza  $R_{IN}$ , si può ritenere scollegata dal resto del circuito e senza effetti. Essa viene quindi omessa. Lo schema che si ricava è mostrato in Fig.3.

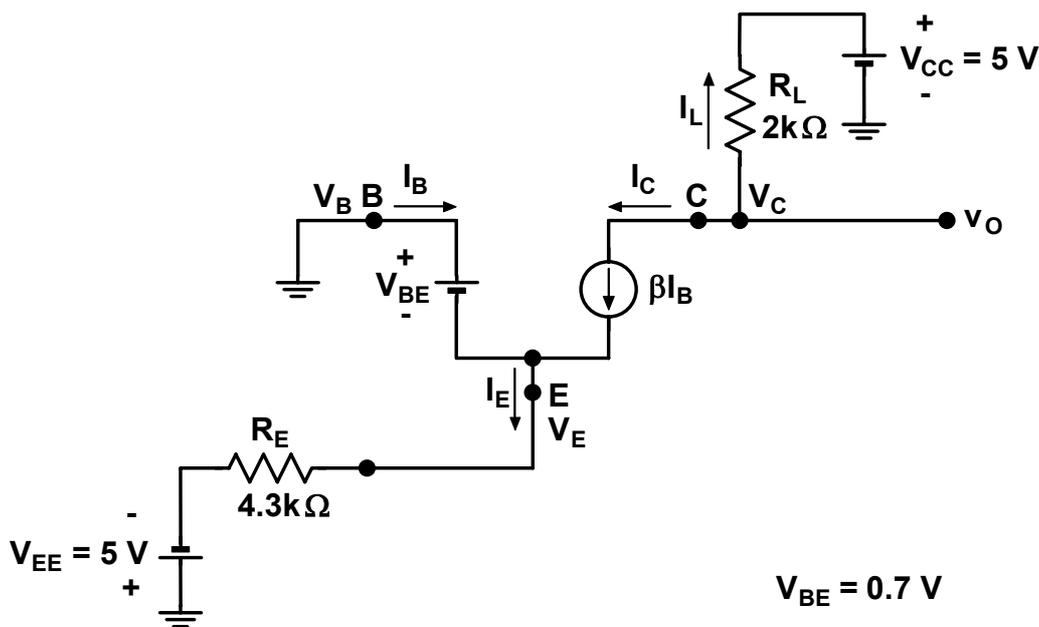


Fig.3. Schema equivalente ai grandi segnali per la determinazione del punto di lavoro

Si suppone che il BJT sia in condizioni di zona attiva e che la tensione base-emettitore sia di fatto  $V_{BE}=0.7$  V. Considerando la maglia che va dalla base del BJT all'emettitore e comprende  $R_E$  e il generatore  $V_{EE}$ , si può scrivere

$$0 - V_{BE} - R_E I_E - (-V_{EE}) = 0 \quad (1)$$

da cui, sostituendo i valori

$$I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E} = \frac{5 - 0.7}{4.3 \cdot 10^3} = 1 \text{ mA} \quad (2)$$

Poiché, con i versi indicati nello schema, è  $I_E = I_C + I_B$  e  $I_C = \beta I_B$ , si ha

$$I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} I_E = \alpha I_E = \frac{100}{100 + 1} \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 0.99 \text{ mA} \quad (3)$$

Nota la  $I_C$ , si calcola immediatamente la tensione di collettore  $V_C$

$$V_C = V_{CC} - R_L I_C = 5 - 2 \cdot 10^3 \cdot 0.99 \cdot 10^{-3} = 3.02 \text{ V} \quad (4)$$

Come si vede dallo schema, la tensione di emettitore  $V_E = -V_{BE} = -0.7 \text{ V}$ .

La tensione tra collettore ed emettitore risulta perciò  $V_{CE} = V_C - V_E = 3.02 - (-0.7) = 3.72 \text{ V}$ . Essendo  $V_{CE} > 0.2 \text{ V}$ , si conferma che *il transistor è in zona attiva*.

### c – studio ai piccoli segnali

Dallo schema equivalente completo, azzerando i generatori in continua e quindi *sostituendo i generatori di alimentazione positiva e negativa con connessioni a massa*, sostituendo il condensatore  $C_{IN}$  con un corto circuito e inserendo tra Base, Emittitore e Collettore lo schema equivalente del BJT ai piccoli segnali, si ottiene lo schema equivalente ai piccoli segnali di Fig.4.

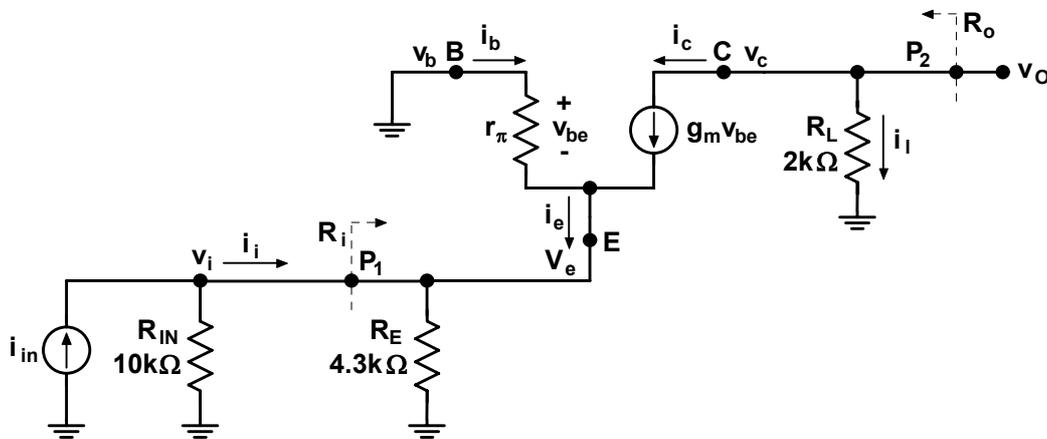


Fig.4. Schema equivalente ai piccoli segnali

Poiché è noto il punto di lavoro del BJT, ed in particolare è nota la corrente di collettore  $I_C$ , si può determinare la transconduttanza  $g_m$  (che è un parametro ai piccoli segnali). Come è noto si ha

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0.99 \cdot 10^{-3}}{26 \cdot 10^{-3}} = 38.077 \cdot 10^{-3} \text{ Siemens} \quad (5)$$

dove  $V_T$  è la *tensione termica* (thermal voltage) data da  $V_T = kT/q$ , con  $k$  *costante di Boltzmann*,  $T$  *temperatura assoluta in gradi Kelvin*,  $q$  *carica dell'elettrone*. Essendo  $k = 1.38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ,  $q = 1.60218 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$ , e assumendo una temperatura di  $27^\circ\text{C}$  e quindi di  $300^\circ\text{K}$ , si ottiene  $V_T = 25.85 \text{ mV} \approx 26 \text{ mV}$ .

Il valore della resistenza differenziale di base  $r_\pi$  si ricava dalla nota formula

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{38.077 \cdot 10^{-3}} = 2.626 \text{ k}\Omega \quad (6)$$

E' conveniente trasformare lo schema equivalente ai piccoli segnali, sostituendo il circuito connesso all'emettitore con un generatore equivalente di Thévenin, come mostrato in Fig.5.

Dallo schema di Fig.4 la tensione "a vuoto"  $v'_{in}$ , che si ottiene sconnettendo il circuito che comprende  $R_{IN}$ ,  $R_E$  ed il generatore di corrente  $i_{in}$ , vale

$$v'_{in} = i_{in} \cdot (R_{IN} // R_E) = i_{in} \frac{R_{IN} R_E}{R_{IN} + R_E} = i_{in} \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 4.3 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 4.3 \cdot 10^3} = i_{in} 3 \cdot 10^3 \quad (7)$$

La resistenza equivalente  $R'_{IN}$  si ottiene nello stesso circuito annullando, cioè aprendo, il generatore di corrente  $i_{in}$ . La  $R'_{IN}$  è quindi data dal parallelo di  $R_{IN}$  e di  $R_E$

$$R'_{IN} = (R_{IN} // R_E) = \frac{R_{IN} R_E}{R_{IN} + R_E} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 4.3 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 4.3 \cdot 10^3} = 3 \text{ k}\Omega \quad (8)$$

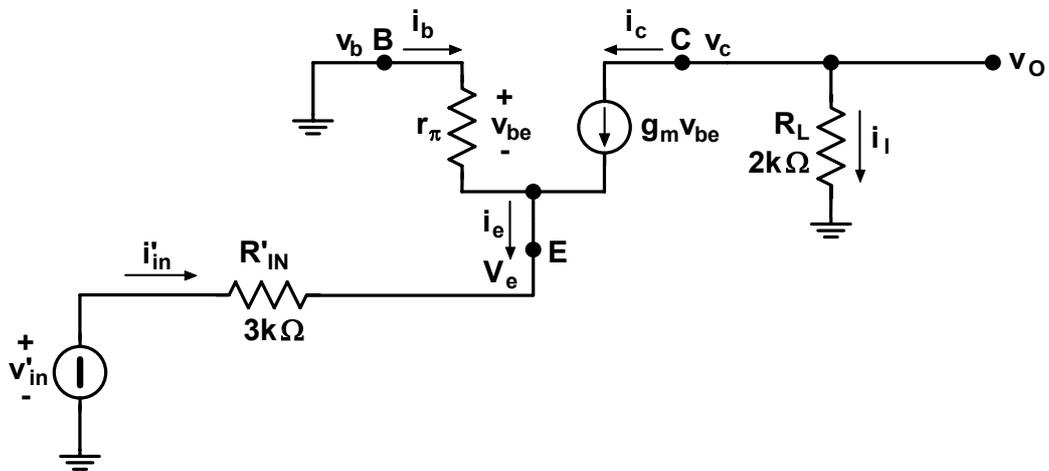


Fig.5. Schema equivalente ai piccoli segnali ridotto

Nello schema ridotto di Fig.5, ricordando che

$$i_c = g_m v_{be} \quad (12)$$

$$i_b = \frac{i_c}{\beta} \quad (13)$$

$$i_e = i_c + i_b \quad (14)$$

e quindi

$$i_e = \frac{\beta + 1}{\beta} i_c = \frac{\beta + 1}{\beta} g_m v_{be} \quad (15)$$

considerando la maglia che comprende base, emettitore,  $R'_{IN}$  e  $v'_{in}$  si può scrivere

$$0 - v_{be} - R'_{IN} i_e - v'_{in} = 0 \quad (16)$$

Tenendo conto della (15) si ricava

$$v'_{in} + \left[ 1 + \frac{\beta + 1}{\beta} g_m R'_{IN} \right] v_{be} = 0 \quad (17)$$

$$v_{be} = -v'_{in} \frac{1}{1 + \frac{\beta + 1}{\beta} g_m R'_{IN}} \quad (18)$$

e sostituendo nella (12) e nella (15)

$$i_c = -v'_{in} \frac{g_m}{1 + \frac{\beta + 1}{\beta} g_m R'_{IN}} \quad (19)$$

$$i_e = -v'_{in} \frac{g_m}{\frac{\beta}{\beta + 1} + g_m R'_{IN}} \quad (20)$$

Inoltre, dallo schema si ha

$$v_o = -R_L i_d = v'_{in} \frac{g_m R_L}{1 + \frac{\beta + 1}{\beta} g_m R'_{IN}} \quad (21)$$

Si può definire un'amplificazione di tensione  $A'_v = v_o/v'_{in}$  che risulta dalla (21)

$$A'_v = \frac{v_o}{v'_{in}} = \frac{g_m R_L}{1 + \frac{\beta + 1}{\beta} g_m R'_{IN}} = \frac{\beta R_L}{r_\pi + (\beta + 1)R'_{IN}} \approx \frac{g_m R_L}{1 + g_m R'_{IN}} \quad (22)$$

dove la semplificazione è valida soprattutto se  $\beta \gg 1$ . E' da notare che, per la connessione a base comune, l'amplificazione di tensione  $A'_v$  è *positiva*.

Con i dati del caso in esame, dalla (17) si ricava

$$A'_v = \frac{\beta R_L}{r_\pi + (\beta + 1)R'_{IN}} = \frac{100 \cdot 2 \cdot 10^3}{2.626 \cdot 10^3 + (100 + 1)3 \cdot 10^3} = 0.654 \quad (23)$$

Dalle (6) e (20) si ha

$$i_e = v'_{in} \frac{\beta + 1}{r_\pi + (\beta + 1)R'_{IN}} \quad (24)$$

e osservando che  $v_e = -v_{be}$ , dalla (14) e dalla (20) si ricava il rapporto  $r_e = -v_e/i_e$ , che può essere considerato come la resistenza di ingresso in emettitore del BJT a base comune. Si ottiene

$$r_e = -\frac{v_e}{i_e} = \frac{r_\pi}{(\beta + 1)} \approx \frac{1}{g_m} \quad (25)$$

Si può definire inoltre il rapporto  $A'_i = i_l/i'_{in}$  come l'amplificazione di corrente allo schema di Fig.5. Dallo schema, dalla (15) e dalla (24) si ha

$$A'_i = \frac{i_l}{i'_{in}} = \frac{-i_c}{-i_e} = \frac{\beta}{\beta + 1} = \alpha \approx +1 \quad (26)$$

Anche l'amplificazione  $A'_i$  è dunque *positiva*.

Con i dati del caso in esame

$$A'_i = \frac{100}{100 + 1} = 0.99 \quad (27)$$

Il calcolo dell'impedenza di uscita  $R'_o$  dello *schema ridotto* si fa supponendo di *annullare tutti i generatori indipendenti* (nel nostro caso si sostituisce  $v'_{in}$  con un corto circuito), di applicare un generatore di tensione  $v_x$  all'uscita (dove si misura  $v_o$ ), come mostrato in Fig.6, e di calcolare la corrente  $i_x$  iniettata

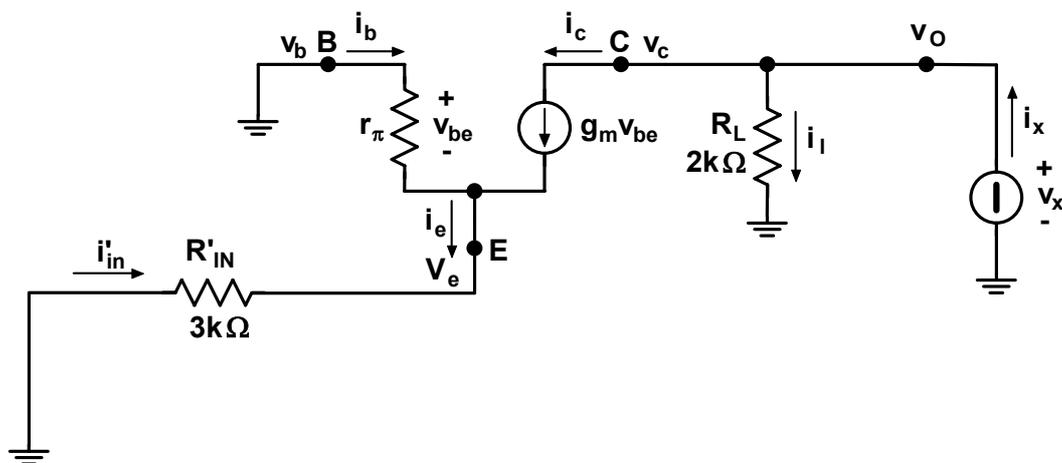


Fig.6. Schema per il calcolo dell'impedenza di uscita  $R'_o$

E' evidente, dallo schema, che  $i_x = i_l + i_c$  e che  $v_c = v_o = v_x$ . Perciò  $i_l = v_x/R_L$ .

La corrente  $i_c$  provocata dalla tensione  $v_x$  applicata al collettore è nulla. Infatti, supponendo ad esempio che si abbia una corrente  $i_c$  positiva, essa nel nodo di emettitore dovrebbe suddividersi, in ragione inversa alle resistenze  $R'_{IN}$  e  $r_\pi$ ,

tra i rami di emettitore e di base. Nella base si dovrebbe avere dunque una corrente di verso opposto al verso positivo di  $i_b$  indicato in figura, e si dovrebbe provocare quindi una caduta  $v_{be} = r_\pi i_b$  negativa. Ma  $i_c = \beta i_b$  e si è supposto che  $i_c > 0$  e quindi dovrebbe essere  $v_{be} > 0$ , che è in disaccordo con quanto trovato. Perciò non vi può essere corrente  $i_c$  positiva. In modo simile si dimostra che non si può avere  $i_c$  negativa causata da  $v_x$ .

Si conclude che  $i_x = i_1 + i_c = i_1 = v_x / R_L$ . L'impedenza di uscita *relativa allo schema ridotto* di Fig.5 risulta dunque

$$R'_o = \frac{v_x}{i_x} = R_L \quad (28)$$

È interessante rimarcare che lo schema ridotto di Fig.5 è lo schema tipico della connessione a base comune di un BJT, e che le formule (23), (26), (25), (28), che danno le amplificazioni di corrente e di tensione e le resistenze di ingresso e di uscita, sono le formule classiche riportate in tutte le tabelle. Soltanto per la resistenza di uscita  $R_o$  si riporta talvolta una formula che tiene conto della resistenza  $r_o$  introdotta nello schema equivalente dall'effetto Early. Nel calcolo della  $R_o$ , se la  $R_L$  è abbastanza elevata, l'influenza di  $r_o$  può infatti non essere trascurabile.

È necessario tornare allo schema ai piccoli segnali completo di Fig.4 per calcolare i parametri richiesti.

La funzione di trasferimento a media frequenza  $v_o / i_{in}$ , che ha le dimensioni di una transresistenza e si può indicare con  $R_{tr}$  si può ricavare dalla (7) e dalla (23)

$$R_{tr} = \frac{v_o}{i_{in}} = \frac{v'_{in}}{i_{in}} \cdot \frac{v_o}{v'_{in}} = \frac{R_{IN} R_E}{R_{IN} + R_E} \cdot A'_v \quad (29)$$

Inserendo i valori propri del caso in esame

$$R_{tr} = \frac{R_{IN} R_E}{R_{IN} + R_E} \cdot A'_v = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 4.3 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 4.3 \cdot 10^3} \cdot 0.654 = 3 \cdot 10^3 \cdot 0.654 = 1.963 \cdot 10^3 \text{ V/A} \quad (30)$$

L'amplificazione di tensione  $A_v = v_o / v_i$  relativa allo schema completo si calcola mediante le (18) e (23), tenendo conto che, come si constata dallo schema di Fig.4,  $v_i = v_e = -v_{be}$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{v'_{in}}{v_i} \cdot \frac{v_o}{v'_{in}} = \frac{v'_{in}}{-v_{be}} \cdot A'_v = \frac{r_\pi + (\beta + 1)R'_{IN}}{r_\pi} \cdot A'_v \quad (31)$$

e inserendo i valori numerici

$$A_v = \frac{r_\pi + (\beta + 1)R'_{IN}}{r_\pi} \cdot A'_v = \frac{2.626 \cdot 10^3 + (100 + 1)3 \cdot 10^3}{2.626 \cdot 10^3} \cdot 0.654 = 116.38 \cdot 0.654 = 76.12 \quad (32)$$

L'amplificazione di corrente  $A_i = i_l / i_i$  relativa allo schema completo si calcola osservando anzitutto che, dallo schema di Fig.4 si ha

$$i_i = \frac{v_i}{R_E} - i_e = \frac{v_i}{R_E} - v_e \frac{i_e}{v_e} = \frac{v_i}{R_E} + \frac{v_e}{r_e} = \frac{v_i}{R_E} + \frac{v_i}{r_e} = v_i \left( \frac{1}{R_E} + \frac{(\beta + 1)}{r_\pi} \right) = v_i \frac{r_\pi + (\beta + 1)R_E}{r_\pi R_E} \quad (33)$$

dove si è tenuto conto della (25) e del fatto che  $v_i = v_e$ .

Si ha poi che  $i_l = v_o / R_L$ . Si ricava perciò dalle (33) e (32)

$$A_i = \frac{i_l}{i_i} = \frac{v_o}{R_L} \frac{r_\pi R_E}{v_i [r_\pi + (\beta + 1)R_E]} = \frac{r_\pi R_E}{R_L [r_\pi + (\beta + 1)R_E]} \cdot \frac{v_o}{v_i} = \frac{r_\pi R_E}{R_L [r_\pi + (\beta + 1)R_E]} \cdot A_v \quad (34)$$

e inserendo i valori numerici

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{r_\pi R_E}{R_L [r_\pi + (\beta + 1)R_E]} \cdot A_v = \\ &= \frac{2.626 \cdot 10^3 \cdot 4.3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3 [2.626 \cdot 10^3 + (100 + 1)4.3 \cdot 10^3]} \cdot 76.12 = 12.921 \cdot 10^{-3} \cdot 76.12 = 0.984 \end{aligned} \quad (35)$$

L'amplificazione di potenza risulta perciò

$$A_p = \frac{W_l}{W_i} = \frac{v_o \cdot i_l}{v_i \cdot i_i} = \frac{v_o}{v_i} \cdot \frac{i_l}{i_i} = A_v \cdot A_i = 76.12 \cdot 0.984 = 74.90 \quad (36)$$

Per calcolare la resistenza di ingresso nel punto  $P_1$  (Fig.4) si suppone di sconnettere tutta la parte esterna, cioè il generatore  $i_{in}$  e la resistenza  $R_{IN}$ , di annullare nel circuito rimanente tutti i generatori indipendenti (non ve ne sono) e di collegare in  $P_1$  un generatore di prova  $v_x$ . Si ottiene la configurazione di Fig.7.

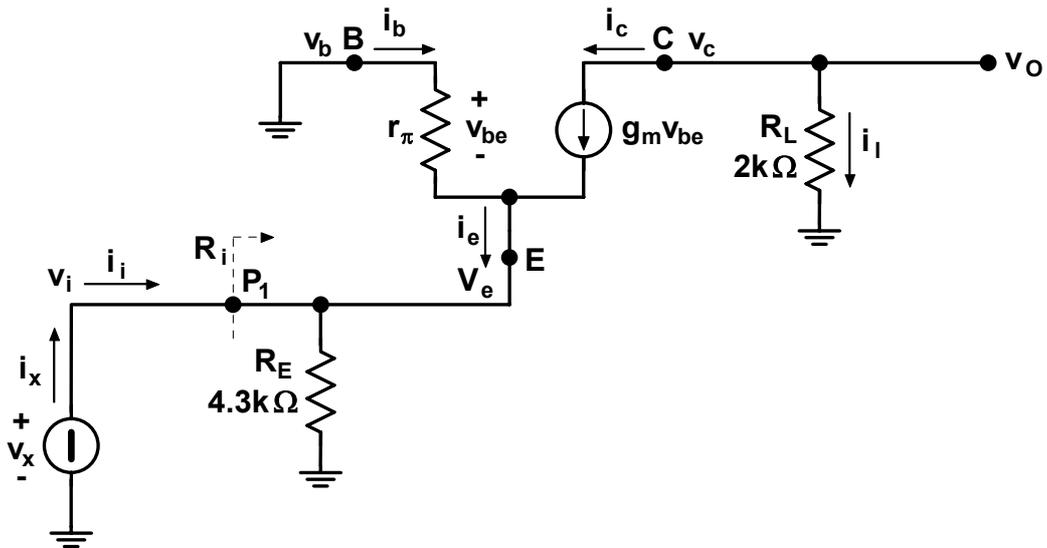


Fig.7. Schema per il calcolo dell'impedenza di ingresso  $R_i$ .

Dallo schema, la corrente  $i_x$  iniettata da  $v_x$  nel punto  $P_1$  risulta

$$i_x = \frac{v_x}{R_E} - i_e = \frac{v_x}{R_E} - v_e \frac{i_e}{v_e} = \frac{v_x}{R_E} + v_x \frac{1}{r_e} = v_x \left( \frac{1}{R_E} + \frac{\beta + 1}{r_\pi} \right) \quad (37)$$

Poiché la resistenza  $R_i$  è per definizione  $R_i = v_x / i_x$  si ottiene

$$R_i = \frac{v_x}{i_x} = \frac{R_E \cdot r_\pi}{(\beta + 1)R_E + r_\pi} = \frac{4.3 \cdot 10^3 \cdot 2.626 \cdot 10^3}{(100 + 1) \cdot 4.3 \cdot 10^3 + 2.626 \cdot 10^3} = 25.843 \, \Omega \quad (38)$$

che è pari al parallelo di  $R_E$  e  $r_e$ .

Per la resistenza di uscita  $R_o$ , si può pensare di connettere il generatore di prova nel punto  $P_2$ , dopo aver azzerato, cioè aperto, il generatore  $i_{in}$ . Si può però osservare che lo schema costituito dal generatore di corrente  $i_{in}$  e dalle resistenze  $R_{IN}$  e  $R_E$  è perfettamente equivalente, rispetto alla rimanente parte dello schema, al suo equivalente secondo Thévenin costituito da  $v'_{in}$  e  $R'_{IN}$  (Fig.4). Se si annulla  $i_{in}$  (cioè lo si apre), ciò equivale ad annullare  $v'_{in}$ . (cioè a cortocircuitarlo). Ne consegue che la rappresentazione di Fig.6 vale anche per il calcolo di  $R_o$  e dà lo stesso risultato, cioè, in base alla (24),  $R_o = R'_o = R_L = 2 \, k\Omega$ .