

ESERCIZIO: LIMITATORE DI PRECISIONE #1

Il circuito mostrato in figura 1 rappresenta un limitatore di precisione. Si ricavi la transcaratteristica del circuito (andamento di v_o in funzione di v_s), inizialmente nell'ipotesi di diodi e amplificatore operazionale ideali e successivamente considerando un modello a caduta di tensione costante per i diodi e considerando un guadagno finito A_o dell'amplificatore operazionale.

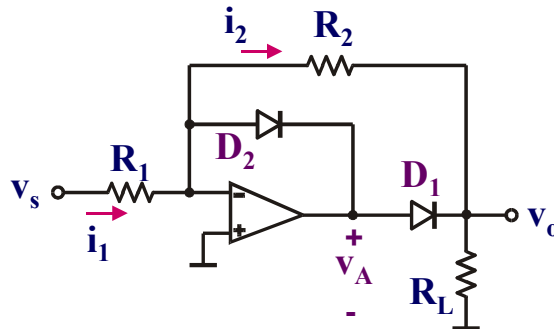


Figura 1

SOLUZIONE

A) Componenti ideali

Essendo l'amplificatore operazionale ideale, le correnti assorbite ai morsetti di ingresso sono nulle e la tensione differenziale di ingresso è nulla. Di conseguenza, il morsetto invertente è una massa virtuale.

1) Hp: $D_1 = \text{"off"}$, $D_2 = \text{"on"}$

Essendo D_2 un cortocircuito, la tensione di uscita V_A dell'operazionale risulta nulla e nulla risulta anche la tensione di uscita v_o , in quanto la corrente i_2 è nulla. Di conseguenza la tensione ai capi del diodo D_1 risulta anch'essa nulla e l'ipotesi di diodo D_1 spento è verificata. In realtà, se anche pensassimo il diodo D_1 acceso, la tensione di uscita sarebbe comunque nulla e la corrente nel diodo D_1 sarebbe anch'essa nulla. In definitiva, tale diodo si trova in un punto di lavoro corrispondente all'origine del diagramma $i_{D1}-v_{D1}$. Tale ambiguità, sparisce quando si utilizza un modello più accurato per il diodo come dimostrato nella seconda parte dell'esercizio. Verifichiamo ora lo stato del diodo D_2 . Essendo nulla la corrente i_2 , la i_{D2} coincide con la corrente i_1 fornita dal generatore di ingresso, cioè:

$$i_{D2} = \frac{v_s}{R_1} = i_1 \quad (1)$$

per cui una corrente i_{D2} positiva impone una tensione di ingresso positiva.

Riassumendo, per $v_s > 0$, D_2 è in conduzione mentre D_1 è spento e la tensione di uscita è nulla.

2) Hp: $D_1 = \text{"on"}$, $D_2 = \text{"off"}$

In questa situazione il circuito diventa un amplificatore invertente per cui vale la seguente relazione:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s \quad (2)$$

La tensione ai capi del diodo D_2 risulta:

$$v_{D2} = -v_o = \frac{R_2}{R_1} v_s \quad (3)$$

Una tensione v_{D2} negativa implica una tensione di ingresso negativa. La corrente i_{D1} risulta essere:

$$i_{D1} = \frac{v_o}{R_L} + \frac{v_o}{R_2} = -\frac{v_s}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_L} \right) \quad (4)$$

che risulta essere positiva sempre per $v_s < 0$. Tale stato topologico è quindi verificato per tensioni di ingresso negative.

La transcaratteristica risulta quindi come riportato in figura 2.

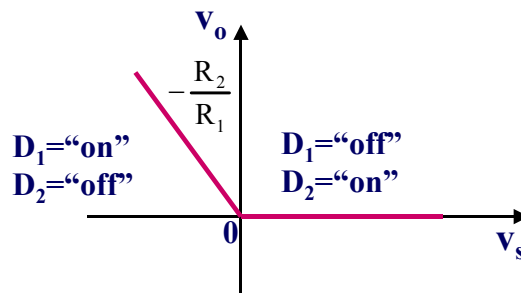


Figura 2 – Transcaratteristica ideale

B) Componenti reali

Consideriamo per l'analisi un modello a caduta di tensione costante V_{ON} per i diodi ed un guadagno A_o finito dell'amplificatore operazionale.

1) Hp: $D_1 = \text{"off"}$, $D_2 = \text{"on"}$

Il circuito da analizzare è mostrato in figura 3 dove si devono verificare le condizioni $i_{D2} > 0$ e $v_{D1} < V_{ON}$. Le equazioni del circuito sono le seguenti:

$$i_1 = \frac{v_s - v_i}{R_1} \quad (5)$$

$$v_i = V_{ON} - A_o v_i \quad (6)$$

$$v_o = \frac{R_L}{R_2 + R_L} v_i \quad (7)$$

Dalla (6) ricaviamo v_i :

$$v_i = \frac{V_{ON}}{1 + A_o} \quad (8)$$

che sostituita nella (7) dà la tensione di uscita:

$$v_o = \frac{R_L}{R_2 + R_L} \frac{V_{ON}}{1 + A_o} = V_{o1} \quad (9)$$

Come si può osservare, la caduta di tensione in diretta del diodo D_2 risulta divisa per il guadagno dell'amplificatore operazionale, per cui la tensione è molto prossima a zero.

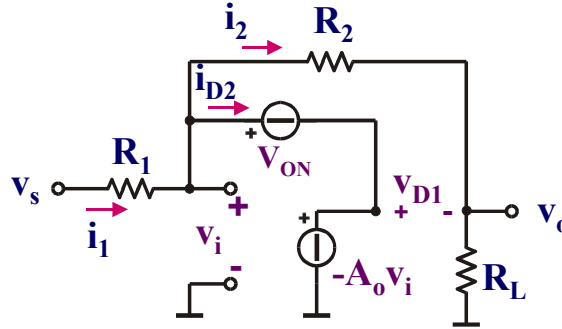


Figura 3 – Circuito relativo alla situazione $D_1 = \text{"off"}$, $D_2 = \text{"on"}$

Verifichiamo ora lo stato del diodo D_1 .

$$v_{D1} = -A_o v_i - v_o = -\frac{A_o}{1 + A_o} V_{ON} - \frac{R_L}{R_2 + R_L} \frac{V_{ON}}{1 + A_o} < V_{ON} \quad (10)$$

Tale diseuguaglianza risulta sempre verificata. Verifichiamo ora lo stato del diodo D_2 .

$$i_{D2} = i_1 - i_2 = \frac{v_s - v_i}{R_1} - \frac{v_i}{R_2 + R_L} = \frac{v_s}{R_1} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_L} \right) \frac{V_{ON}}{1 + A_o} > 0 \quad (11)$$

Questa condizione è verificata per $v_s > V_{T1}$, dove la tensione di soglia V_{T1} risulta essere:

$$V_{T1} = \frac{V_{ON}}{1 + A_o} \left(1 + \frac{R_1}{R_2 + R_L} \right) \quad (12)$$

2) Consideriamo $v_s < V_{T1}$, così da avere $D_1 = \text{"off"}$, $D_2 = \text{"off"}$

Il circuito da analizzare è mostrato in figura 4.

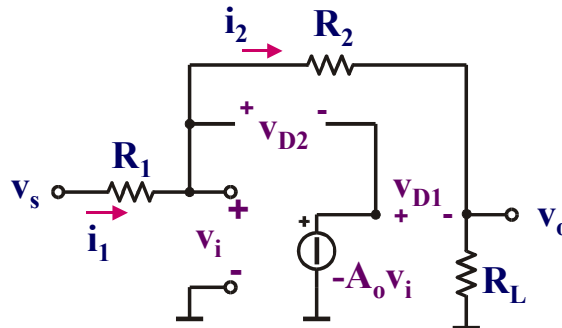


Figura 4 – Circuito relativo alla situazione $D_1 = \text{"off"}$, $D_2 = \text{"off"}$

In questa situazione abbiamo che:

$$v_i = v_s \frac{R_2 + R_L}{R_1 + R_2 + R_L} \quad (13)$$

$$v_o = v_s \frac{R_L}{R_1 + R_2 + R_L} = m_1 v_s \quad (14)$$

$$v_{D2} = v_i + A_o v_i = (1 + A_o) \frac{R_2 + R_L}{R_1 + R_2 + R_L} v_s \quad (15)$$

La condizione $v_{D2} < V_{ON}$, coincide con la condizione $v_s < V_{T1}$ come ci si doveva aspettare. Per quanto riguarda il diodo D_1 possiamo scrivere:

$$v_{D1} = -A_o v_i - v_o = -A_o \frac{R_2 + R_L}{R_1 + R_2 + R_L} v_s - \frac{R_L}{R_1 + R_2 + R_L} v_s \quad (16)$$

La condizione $v_{D1} < V_{ON}$, impone la condizione $v_s < V_{T2}$, dove tale soglia è data da:

$$V_{T2} = -V_{ON} \left(\frac{R_1 + R_2 + R_L}{R_L + A_o(R_2 + R_L)} \right) \quad (17)$$

2) Consideriamo $v_s < V_{T2}$, così da avere $D_1 = \text{"on"}$, $D_2 = \text{"off"}$

Il circuito da analizzare è mostrato in figura 5.

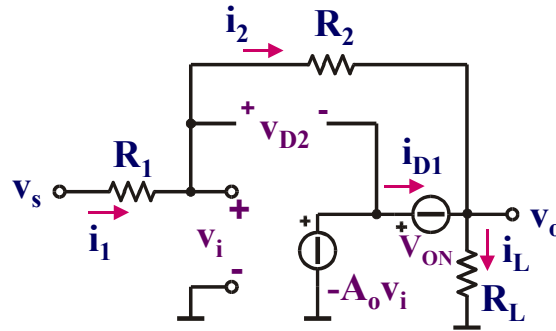


Figura 5 – Circuito relativo alla situazione $D_1 = \text{"on"}$, $D_2 = \text{"off"}$

$$i_1 = \frac{v_s - v_i}{R_1} \quad (18)$$

$$i_2 = \frac{v_i - v_o}{R_2} \quad (19)$$

$$v_o = -A_o v_i - V_{ON} \quad (20)$$

Dalla condizione $i_1 = i_2$ ricaviamo v_i :

$$v_i = v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} = v_s \frac{R_2}{R_1} \beta + v_o \beta \quad (21)$$

dove

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (22)$$

Sostituendo la (21) nella (20), otteniamo l'espressione della tensione di uscita:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} \frac{A_o \beta}{1 + A_o \beta} v_s - \frac{V_{ON}}{1 + A_o \beta} = m_2 v_s - \frac{V_{ON}}{1 + A_o \beta} \quad (23)$$

Venendo da una condizione in cui D_1 era spento, e avendo considerato $v_s < V_{T2}$, non è necessario verificare lo stato del diodo D_1 . Comunque, se si calcola la corrente i_{D1} , si ottiene:

$$i_{D1} = i_L - i_2 = \frac{v_o}{R_L} - \frac{v_i - v_o}{R_2} \quad (24)$$

Utilizzando le (21) e (23), e imponendo $i_{D1} > 0$ otteniamo la condizione $v_s < V_{T2}$, come ci si poteva aspettare.

Per quanto riguarda il diodo D_2 , risulta:

$$v_{D2} = v_i + A_o v_i = (1 + A_o) \left(v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (25)$$

dove si è fatto uso della (21). Imponendo $v_{D2} < V_{ON}$, si ottiene la seguente condizione:

$$v_s < V_{ON} \left(\frac{1}{1 + A_o} + \frac{2R_1}{R_2} \right) \quad (26)$$

che risulta senz'altro verificata essendo v_s negativa (minore di V_{T2}).

In definitiva, la transcaratteristica si modifica come mostrato in figura 6, dove si è posto in evidenza l'andamento in prossimità dell'origine degli assi. Il valore di V_{o1} è dato dalla (9), mentre l'espressione di V_{o2} si ricava dalla (14) oppure dalla (23) considerando $v_s = V_{T2}$:

$$V_{o2} = -V_{ON} \left(\frac{R_L}{R_L + A_o(R_2 + R_L)} \right) \quad (27)$$

Le pendenze m_1 e m_2 si ricavano dalla (14) e (23) rispettivamente:.

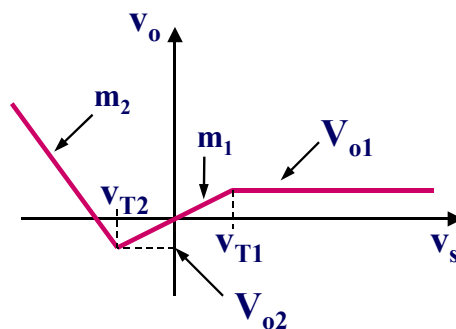


Figura 6 – Transcaratteristica considerando componenti reali