

Esercizi di Modellazione Lineare Intera

Domenico Salvagnin

2013-11-25

1. Miscelazione di prodotti

Una raffineria produce tre tipi di benzina (A,B,C), ciascuna delle quali si ottiene mescolando 4 prodotti base. Le disponibilità ed il costo unitario dei prodotti base, nonché la composizione delle varie benzine ed i ricavi unitari corrispondenti sono riportati nelle seguenti tabelle:

	prodotto	disponibilità	costo		
	1	3000	3		
	2	2000	6		
	3	4000	4		
	4	1000	5		

benzina	prodotto				ricavo
	1	2	3	4	
A	$\leq 30\%$	$\geq 40\%$	$\leq 50\%$	x	5.5
B	$\leq 50\%$	$\geq 10\%$	x	x	4.5
C	$\geq 70\%$	x	x	x	3.5

L'obiettivo è massimizzare il guadagno netto complessivo.

2. Produzione di radio

Un'azienda elettronica deve produrre almeno 20000 radio in un periodo di 4 settimane. I ricavi unitari per la vendita delle radio in ogni settimana sono:

settimana	1	2	3	4
ricavo (\$)	20	18	16	14

L'azienda ha inizialmente 40 operai, che producono ciascuno 50 radio a settimana. È possibile inoltre assumere operai apprendisti, che devono essere addestrati da operai esperti nel tempo di una settimana. Ciascun operaio *insegnante* può addestrare al massimo 3 apprendisti e durante il periodo di insegnamento non produce alcuna radio. Un operaio costa all'azienda 200\$ a settimana, un apprendista 100\$. Ogni radio richiede componenti di base per un costo di 2\$. Si vuole massimizzare il profitto complessivo.

3. Produzione di profumi

Un'azienda produce due diversi tipi di profumo costituiti da alcol e da essenze. Al momento, sono necessari 10 litri di essenza di rosa, 5 litri di mugheretto e 8 litri di limone. Le essenze sono ottenute distillando delle basi vendute sul mercato in flaconi. Ogni tipo di flacone ha un costo diverso, un tempo di distillazione diverso e permette di ricavare una diversa quantità delle tre essenze, secondo la seguente tabella:

flacone	costo (\$)	ore	rosa (ml)	mugheretto (ml)	limone (ml)
1	90	20	100	110	320
2	120	16	120	290	210
3	170	12	160	330	130

Determinare l'approvvigionamento di costo minimo, tenendo anche conto che

- le ore totali disponibili per il processo di distillazione sono 1500
- ogni ordine per un diverso tipo di flacone costa 20\$
- si vogliono acquistare falconi di almeno due tipi
- i flaconi dello stesso tipo vengono distillati uno di seguito all'altro e ogni volta che si distilla un tipo di flacone bisogna effettuare il setup dell'impianto, della durata di 8 ore.

4. Distribuzione regali

Un'associazione umanitaria deve spedire i regali di Natale per i bambini di due orfanotrofi. Quest'anno si regaleranno puzzle, orsacchiotti e trenini, secondo le richieste minime in tabella:

destinazione	puzzle	orsacchiotti	trenini
A	2500	3000	1400
B	2100	2400	1300

I regali saranno smistati a partire da 3 centri di raccolta. I regali sono stati confezionati in pacchi per la spedizione e ciascun centro di raccolta ha composto dei pacchi diversi, secondo la seguente tabella:

centro	puzzle	orsacchiotti	trenini	pacchi disp.
1	10	4	15	220
2	5	12	7	240
3	14	9	16	260

La spedizione avverrà per via aerea: da ciascun centro potrà partire al massimo un aereo per ciascuna destinazione, tenendo conto che il centro 2 ha al massimo un aereo a disposizione. Ciascun aereo ha un costo fisso e un costo variabile per pacco, secondo i dati in tabella:

centro	costo fisso	costo variabile	
		A	B
1	500	10	12
2	300	15	14
3	400	5	25

Si vuole determinare un piano di smistamento dei regali di costo minimo, considerando che il governo di B incentiva l'arrivo di puzzle chiedendo una sovrattassa di 1000 qualora il numero di puzzle arrivati non superi di 500 unità la richiesta minima.

5. Distribuzione regali (II)

In vista delle prossime festività natalizie, Babbo Natale e la Befana devono programmare l'utilizzo della flotta di slitte e scope volanti. Ciascuna slitta o scopa da utilizzare deve prima passare dalla manutenzione. Le operazioni di manutenzione per una slitta o scopa richiedono dei pezzi di ricambio ed un costo di manodopera, secondo la seguente tabella:

tipo	sottopattini	bulloni	perni	manodopera (\$)
A: slitta normale	2	10	20	25
B: slitta lusso	4	12	25	20
C: scopa normale	0	5	30	35
D: scopa lusso	0	9	25	30

Le previsioni sulle richieste dei bambini indicano la necessità di approntare almeno 1200 mezzi tra slitte e scope, indipendentemente dal tipo. Inoltre, Babbo Natale può contare su 600 aiutanti al massimo, e la Befana può contare su 900 aiutanti al massimo (gli aiutanti di Babbo Natale e della Befana possono, ovviamente, guidare solo slitte i primi e scope i secondi). Per l'acquisto dei pezzi di ricambio sono disponibili le seguenti confezioni:

confezione	sottopattini	bulloni	perni	costo unitario (\$)
1	5	30	70	20
2	7	45	90	25

Le confezioni di tipo 1 sono in promozione: se si acquistano più di 200 confezioni di tipo 1 si ha uno sconto di 500\$. Vogliamo aiutare Babbo Natale e la Befana a determinare il numero di mezzi, per tipo, da utilizzare, cercando di minimizzare i costi complessivi di manutenzione (pezzi di ricambio e manodopera) e considerando che esattamente 3 tipi di mezzi dovranno circolare.

6. Trasporto frigoriferi

Una ditta di trasporti distribuisce frigoriferi in 4 città A, B, C e D a partire da 3 centri di distribuzione 1, 2 e 3 e vuole valutare la convenienza ad aprire il centro 4. Il costo di trasporto di un frigorifero, le richieste delle città e la disponibilità dei centri di distribuzione (già aperti o potenziali) sono sintetizzati nella seguente tabella:

	A	B	C	D	disponibilità
Centro 1	4	3	2	3	1800
Centro 2	2	4	3	1	3000
Centro 3	2	3	4	5	1800
Centro 4	3	1	2	2	1000
richieste	1000	2000	1700	1300	

Si vogliono minimizzare i costi di trasporto e valutare la convenienza ad aprire il nuovo centro 4, considerando che:

- il costo di apertura del nuovo centro è di 1000
- il centro 4, per poter essere aperto, deve servire una domanda di almeno 600 frigoriferi
- il centro 4, per poter essere aperto, deve servire almeno 2 città diverse

7. Selezione degli indici

Un database relazionale si può pensare come un insieme di dati e di procedure di interrogazione (query) e di aggiornamento. La risposta ad una query comporta la scansione dei dati, operazione che può essere accelerata se i record vengono mantenuti ordinati (secondo una qualche chiave) mediante l'uso di uno o più indici. Il tempo di risposta ad una determinata query è quindi funzione dell'indice utilizzato. D'altro canto, ciascun indice comporta un costo fisso relativo alle operazioni di aggiornamento, ed ha una sua occupazione di memoria. Si consideri una istanza con 6 query e 5 indici potenziali, più un indice fittizio 0 che corrisponde a non usare un indice. La seguente tabella quantifica i tempi di risposta (in ms):

query	indice					
	0	1	2	3	4	5
1	6200	1300	6200	6200	6200	6200
2	2000	900	700	2000	2000	2000
3	800	800	800	800	800	800
4	6700	6700	6700	1700	6700	2700
5	5000	5000	5000	2200	1200	4200
6	2000	2000	2000	2000	2000	750

Il costo fisso (in ms) e la dimensione (in MB) degli indici sono i seguenti:

	1	2	3	4	5
costo	200	1200	400	2400	250
dimensione	10	5	10	8	6

Lo spazio totale a disposizione degli indici è di 19MB. Individuare il sottoinsieme di indici ammissibile di costo minimo.

8. Produzione di porte

Una falegnameria costruisce 2 tipi di porte, standard e lusso, con le seguenti caratteristiche:

tipo	assemblaggio (h)	verniciatura (h)	produzione massima	ricavo
standard	2	3	500	300
lusso	4	5	300	400

Si hanno a disposizione 20 operai all'assemblaggio e 30 alla verniciatura e ciascuno presta 40 ore di lavoro alla settimana. Determinare la produzione settimanale di porte che massimizza il ricavo, tenendo conto che le porte di lusso non devono superare la metà della produzione.

9. Portfolio

Un' azienda ha a disposizione 40 milioni da investire nel 2005 e 20 nel 2006. Sono stati individuati 5 investimenti possibili che, se fatti al 100%, comportano la seguente spesa nei due anni e il seguente guadagno finale:

	A	B	C	D	E
2005	11	53	5	5	29
2006	3	6	5	1	34
guadagno	13	16	16	14	39

Scegliere la percentuale di ciascun investimento da effettuare per massimizzare il guadagno.

10. Azienda agricola

Un' azienda agricola ha a disposizione tre tenute (A, B e C), con dimensioni e disponibilità di acqua (in migliaia di litri) come da tabella.

	A	B	C
dimensione	600	700	500
disp. acqua	8000	5500	6000

Può inoltre coltivare tre tipi di colture (mais, grano e orzo), ciascuna delle quali ha un profitto e un consumo di acqua (in migliaia di litri) per campo come in tabella.

	mais	grano	orzo
profitto	6500	5000	6000
consumo acqua	16	12	14

Infine, bisogna lasciare riposare 200 campi di una tenuta. Scegliere la quantità di campi da assegnare a ciascuna coltura nelle tre tenute per massimizzare il profitto.