

5.1 Richiami di controlli automatici

5.1.1 Progettazione del controllore mediante ‘Luogo delle radici’.

Come già visto in precedenza, un sistema a retroazione viene rappresentato mediante schema a blocchi:

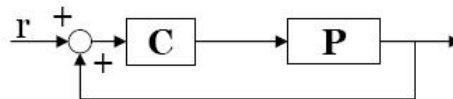


Figura 5.1. Sistema

Più interessante risulta la rappresentazione (schema a blocchi) più dettagliata: che tiene conto di tutti i particolari dispositivi che costituiscono il sistema (ciascuno con la consueta dicitura):

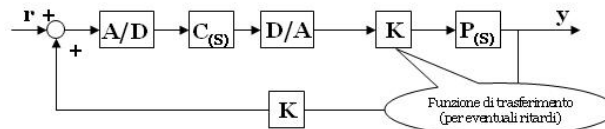


Figura 5.2. Rappresentazione del sistema più dettagliata

Per semplificarne lo studio, è possibile raggruppare tutta la modellizzazione del sistema, escluso il controllore (che è da progettare), con una funzione di trasferimento che tenga conto di: convertitori, ritardi, disturbi,...

Quello che si vuole ottenere dalla progettazione del controllore è che l'uscita sia il più vicino possibile al segnale di riferimento: $y(t) \approx r(t)$

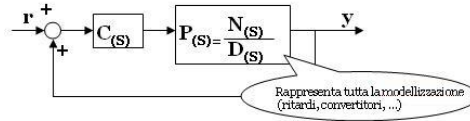


Figura 5.3. Semplificazione di un sistema a retroazione

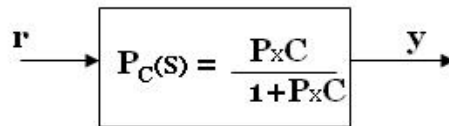


Figura 5.4.

Passiamo ora ad analizzare alcune considerazioni di base riguardo l'utilizzo del metodo del 'luogo delle radici':

1. È opportuno scegliere C tale che $P(s)*C(s)$ sia strettamente stabile.
2. Trovare C(s) tale che $C(s)*P(s)$ soddisfi determinate specifiche (in termini di prestazioni) come ad esempio il tempo di assestamento, la sovraelongazione,...
3. Cancellazioni 'zero/polo':

$$P_c = \frac{P(s)*C(s)}{1+P(s)*C(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} = K * \frac{\prod_{i=1}^m (s-z_i)}{\prod_{j=1}^n (s-p_j)}$$

Un'altra rappresentazione di $P_c(s)$ è $\sum_{j=1}^m \frac{\alpha_j}{s-p_j}$

Se esistono degli i,j tali che $z_i = p_j$ si ottiene una cancellazione zero/polo.

Per tale condizione si può dimostrare con le proprietà dei residui che $\alpha_j \cong 0$

In conclusione le cancellazioni zero/polo sono accettabili solo se avvengono nel piano negativo, altrimenti si può perdere l'osservabilità o la controllabilità del sistema.

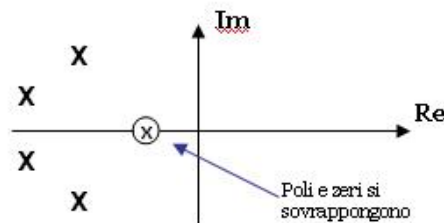


Figura 5.5.

4. La retroazione non sposta gli zeri

Se z_i è uno zero di $C(s)$ o di $P(s) \Rightarrow z_i$ è zero anche di $P_c(s)$.

Dimostrazione

poiché $C(z_i) = 0$ o $P(z_i) = 0$

$$\Rightarrow P_c(z_i) = \frac{0}{1+0} = 0$$

5. Per verificare se P_c è strettamente stabile, si può sfruttare il teorema del valore finale:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s * Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * G(0) * U(s)$$

per cui, se l'ingresso è un gradino, si ottiene per $t \rightarrow \infty, y \rightarrow y_{DC}$, con $y \rightarrow y_{DC} = P_c(0) = \frac{P(0)*C(0)}{1+P(0)*C(0)}$.

In generale per ogni funzione di trasferimento si può scrivere: $P(s) * C(s) = \frac{1}{s^l} * G(s)$, dove l è il numero di poli nell'origine di $P*C$ e $G(s)$ la funzione di trasferimento con i restanti termini. Ne consegue che $G(0)$ non può tendere all'infinito perciò $G(0) = k; k \neq 0$.

Si distinguono due casi:

- se $l = 0$ si ottiene $P_c(0) = \frac{G(0)}{1+G(0)} = \frac{k}{1+k} = \frac{1}{1+\frac{1}{k}}$, da cui osserviamo che con $k \gg 1$ $P_c(0) \cong 1$
- se $l \neq 0$ si ha $P_c(s) = \frac{\frac{G(s)}{s^l}}{1+\frac{G(s)}{s^l}} = \frac{G(s)}{s^l+G(s)} \Rightarrow P_c(0) = \frac{G(0)}{G(0)} = 1$.

Se $l \neq 0$ $G(0)$ non può essere zero (perché non possono esserci zeri nell'origine in $G(s)$). In conclusione, se $P(s)$ non ha poli in zero, o scelgo un controllore con $C(0)$ molto grande ($\gg 1$) oppure scelgo $C(s)$ con un polo nello zero, utilizzando l'integratore $\frac{1}{s}$.

6. Per determinare la stabilità di $P_c(s) = \frac{P*C}{1+P*C}$ bisogna garantire che tutti i poli della funzione abbiano parte reale negativa. Bisogna quindi analizzare gli zeri del polinomio $1 + P(s) * C(s) = 0$. Definiamo $G(s) = P(s) * C(s) = \frac{N_p(s)}{D_p(s)} * \frac{N_c(s)}{D_c(s)} = \frac{N_G(s)}{D_G(s)}$; di cui $P(s)$ costituisce il processo (solitamente dato) mentre $C(s)$ rappresenta il controllore da determinare.

$$C(s) = k * \frac{\prod (s - z_i^{cont})}{\prod (s - p_j^{cont})}$$

con $(k, z_i^{cont}, p_j^{cont})$ parametri di controllo.

I poli di $P_c(s)$ sono dunque quelli che annullano il numeratore di: $1 + \frac{N_G(s)}{D_G(s)}$ cioè i valori di s per cui $D_G(s) + N_G(s) = 0$.

Il luogo delle radici si determina con le consuete regole matematiche, oppure utilizzando strumenti di calcolo come Matlab o Sisotool.

Generalmente $C(s)$ è data, ed è rappresentata da un PID o da reti anticipatrici-ritardatrici.

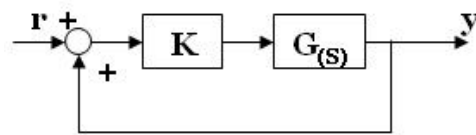


Figura 5.6.

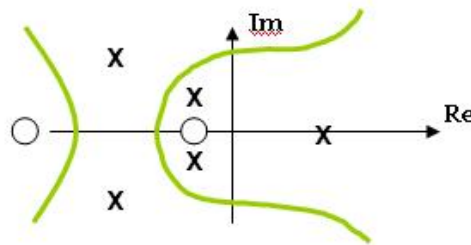


Figura 5.7. Il luogo delle radici dá un'idea intuitiva di dove piazzare i poli a catena chiusa.

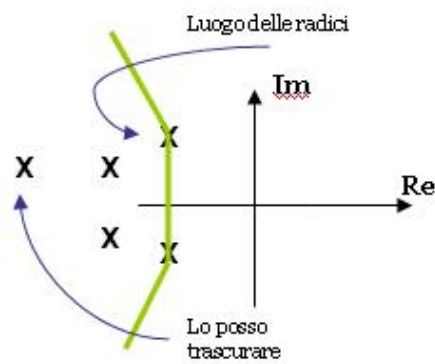


Figura 5.8.

5.1.2 Note importanti sulla progettazione basata sul ‘Luogo delle radici’

1. Si tratta di una tecnica molto approssimativa.

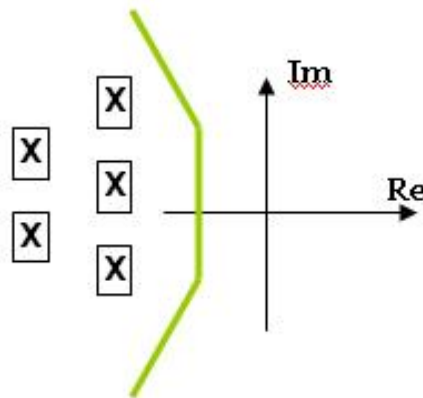


Figura 5.9.

2. Non da informazioni riguardo agli zeri. Con questa analisi non si riscontrano ne le differenze fra i poli ne come influenzano il sistema.

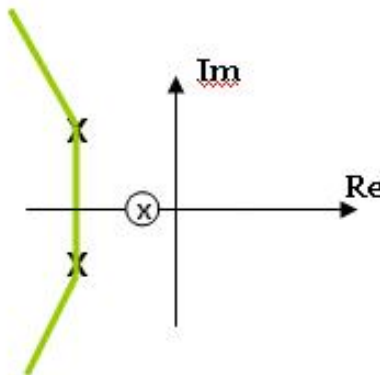


Figura 5.10. Ad esempio: un polo prossimo all’origine induce un tempo di assestamento più alto, ma se pongo uno zero sopra al polo, si annulla l’effetto di quest’ultimo. In generale il coefficiente del polo tende a cancellare il coefficiente dello zero.

3. É una tecnica molto utile se si utilizza Sisotool, procedendo poi a tentativi!
4. In genere la struttura di $C(s)$ é data ed é molto semplice, come ad esempio PID ($C(s) = \frac{K_I}{s} + K_P + s * k_D$).
5. Il luogo delle radici é difficilmente applicabile a $C(s)$ piú complesse.

5.1.3 Passi di progettazione

1. Dato un sistema del secondo ordine e forniti tempo di assestamento (t_a) e sovralongazione (S) é necessario determinare la regione dove posizionare i poli.

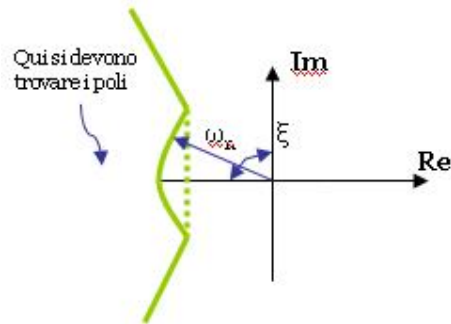


Figura 5.11.

2. Scelta dei parametri del controllore PID.
3. Trovare i parametri del sistema corrispondenti a quelli del PID.
4. Verifica con Simulink.
5. Ritaratura.
6. Generalmente si scelgono K_i, K_p, K_d , *piccoli!*

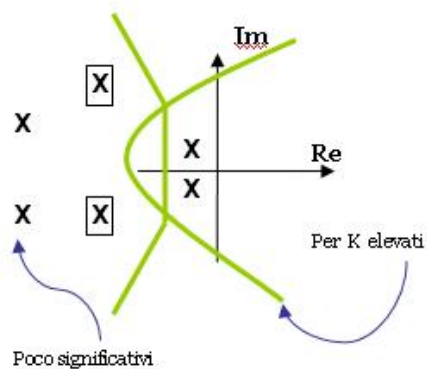


Figura 5.12.