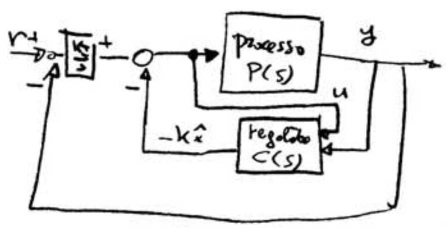
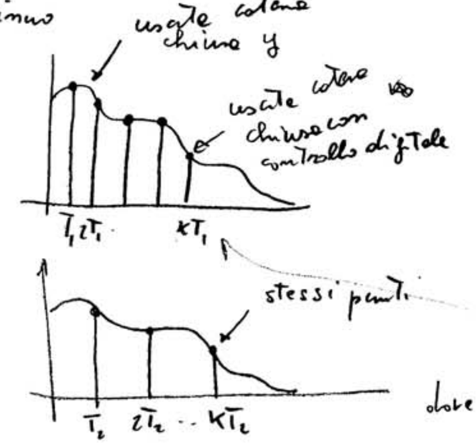
Note LAB 4

- Punto Facoltativo

Si tratta di progettare controllo integrale con uso di stimatore.
Si vuole progettare nel discreto un controllore digitale che **emuli** la prestazione di un controllore analogico (o continuo) in modo esatto, cioè se



nel continuo



dove $T_2 > T_1$

$$y_{continuo}(KT) = y^{(k)}_{discreto}$$

vogliamo che nei punti campionati siano **esattamente** gli stessi e prescinde da T

Si procede nel seguente modo

1) si progetta controllo integrale nel continuo, che equivale a determinare posizione poli catena chiusa per controllore e poli catena chiusa per stimatore
2) si trovano i poli catena chiusa equivalenti per il sistema a tempo discreto
3) si costruisce regolatore = stimatore + retroazione di stato

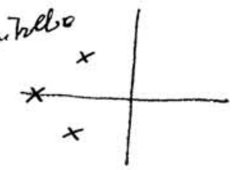
1) siano A, B, C matrici del modello. Si costruisce sistema esteso per controllo integrale

$$A_z = \left[\begin{array}{c|c} 0 & C \\ \hline 0 & A \end{array}\right] \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} \quad B_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C_z = [\,0 \;\; C\,]$$

$$z = \begin{bmatrix} x_I \\ x \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{x} \end{bmatrix} = A_z \begin{bmatrix} x_I \\ \hline x \end{bmatrix} + B_u u - B_r \cdot r$$

Siano P_c poli catena chiusa per controllo

esempio $P_c = \begin{cases} -20 \pm 20j \\ -30 \end{cases}$



e P_s poli cat. chiusa stimatore

$$P_s = \Big\{ (-20 \pm 20j) * \beta \qquad \text{dove } \beta = 2-6$$

2) si discretizzi sistema esteso

$$B_z = \left[\, B_u \,|\, B_r \,\right] \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$$

$$\big[\underbrace{A_z^d}_{\in \mathbb{R}^{3\times 3}}, \underbrace{B_z^d}_{\mathbb{R}^{3\times 2}}, \underbrace{C_z^d}_{\mathbb{R}^{1\times 3}}\big] = c2d\,(A_z, B_z, C_z, T)$$

si estraggo $B_u^d = B_z(:, 1)$ (prima colonna) e $B_r^d = B_z(:, 2)$ (seconda colonna)

$$\begin{bmatrix} x^I_{k+1} \\ \hline x_{k+1} \end{bmatrix} = A_z^d \begin{bmatrix} x^I_k \\ x_k \end{bmatrix} + B_u^d \cdot u_k + B_r^d \cdot r_k$$

si trovi matrice retroazione K^d sistema tempo discreto

$$K_z^d = place\,(A_z^d, B_u^d, \underbrace{exp(P_c * T)}_{\text{poli equivalenti nel discreto controllore}})$$

$$= \big[\underbrace{K_I^d}_{\in \mathbb{R}} \,\big|\, \underbrace{K^d}_{\in \mathbb{R}^{1\times 2}}\big]$$

retroazione stato $\quad u_k = -K_z^{d} \cdot \begin{bmatrix} x_k^I \\ x_k \end{bmatrix} = -K_I^d x_k^I - K^d x_k$

x_k^I è disponibile direttamente nel calcolatore essendo una variabile creata artificialmente

x_k non è disponibile, ma è necessario costruire uno stimatore

3) stimatore

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y-\hat{y})$$
$$\overset{!}{=} A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$
$$\overset{!}{=} (A-LC)\hat{x} + Bu + Ly \quad \leftarrow \text{stimatore continuo}$$

$$\hat{x}_{k+1} = A_d \hat{x}_k + B_d u_k + L_d(y_k - \hat{y}_k) \qquad \in \mathbb{R}^{2\times 1} \quad L_d = \begin{bmatrix} * \\ * \end{bmatrix}$$
$$= (A_d - L_d C_d)\hat{x}_k + B_d u_k + L_d y_k$$

$$(\underset{L \in \mathbb{R}^{2\times 2}}{A_d}, \underset{\mathbb{R}^{2\times 1}}{B_d}, \underset{\mathbb{R}^{1\times 2}}{C_d}) = c2d(A, B, C, T)$$

$$L_d = place(A_d', C_d', \underbrace{exp(p_s * T)}_{\text{poli equivalenti nel discreto stimatore}})'$$

poiché non facciamo retroaz. su stima di x_k^I

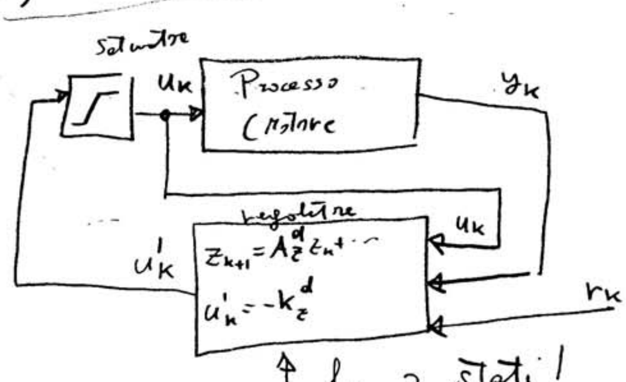
$$L_z^d = \begin{bmatrix} 0 \\ L_d \end{bmatrix}$$

4) regolatore

$$\begin{cases} z_{k+1} = A_z^d z_k + B_u^d u_k + B_r^d r_k + L_z^d (y - y_k) \\ \quad = (A_z^d - L_z^d C_z^d) z_k + B_u^d u_k + B_r^d r_k \\ u_k' = -K_z^d \cdot z_k \end{cases}$$

notare che $L_z^d C_z^d = \begin{bmatrix} 0 \\ L_d \end{bmatrix} [0 \; C_d] = \left[\begin{array}{c|c} 0 & \cdots \\ 0 & L_d \cdots \end{array}\right]$

faccio retroazione solo su x_k e non su x_k^I



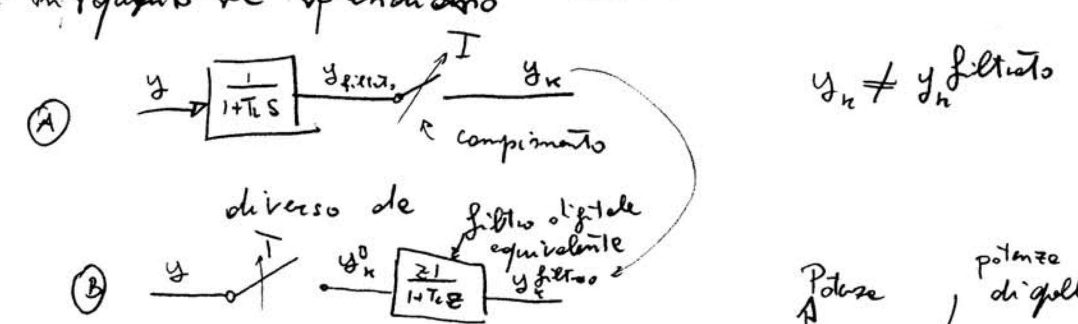
↑ ha 3 stati!

4) I passaggi sopra riportati sono basati su un approccio intuitivo.
Per essere precisi e vedere che effettivamente si ~~ottiene quello~~ si ottengono quelle equazione, si dovrebbe procedere alla costruzione di uno <u>stimatore ridotto</u> dove x_I è considerato noto e quindi rimane da costruire lo stimatore $\hat{x} \in \mathbb{R}^2$. Poiché $x = \begin{bmatrix}\theta \\ \dot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_1 \\ x_2\end{bmatrix}$ si potrebbe pensare di usare uno stimatore ancora più ridotto dove x_I e x_1 sono noti e rimane da stimare $\hat{x}_2 \; (=\dot{\theta})$.
Si ricorre ad uno stimatore ridotto anche per x_1 solamente nel caso il rumore su x_1 sia piccolo (in laboratorio questo è vero solo per schede MULTIQ-PCI)

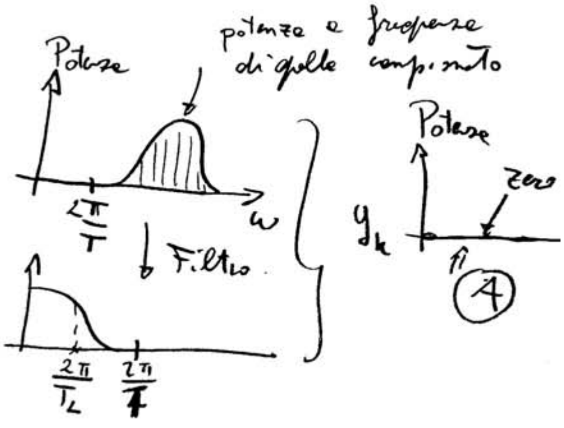
5) <u>Verificare</u> che controllore a tempo discreto e controllore a tempo discreto coincidano <u>esattamente</u> nei punti di campionamento con SIMULINK. In caso contrario il regolatore ~~non~~ a tempo discreto non è stato progettato correttamente

— o — o — o —

6) Il filtro passa basso inserito nel modello simulink voleva simulare un filtro anti-aliasing <u>analogico</u>. In digitale non avrebbe senso. ~~Cioè, non avrebbe senso rendere discreto quel filtro, in quanto se prendiamo~~



esempio spettro segnale in ingresso y =



nel caso di (B)