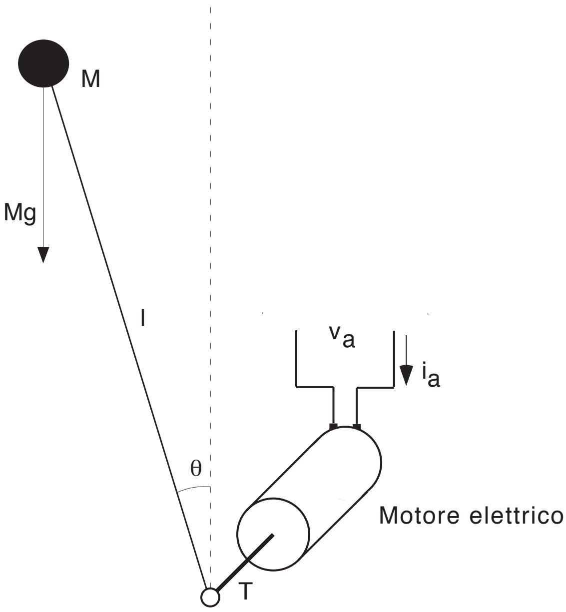
Si consideri un apparato costituito da un pendolo libero di ruotare su un piano verticale e incenierato all'asse di un motore in corrente continua, come mostrato nella figura che segue. Sia θ l'angolo formato dal pendolo con la verticale, M la massa fissata a un capo del pendolo, l la lunghezza del pendolo, g l'accelerazione di gravità e T la coppia fornita dal motore al pendolo. Si supponga che l'asta rigida che costituisce il pendolo abbia massa trascurabile.



1. Si scrivano le equazioni della dinamica del pendolo, si determinino i punti di equilibrio e infine si linearizzi nell'intorno dei punti di equilibrio il sistema nonlineare così ottenuto.

Si supponga che il motore in continua funzioni a corrente di eccitazione costante e che le equazioni che descrivono la sua dinamica siano

$$R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + H\omega = v_a$$
$$J\frac{d\omega}{dt} + B\omega + T = Hi_a$$

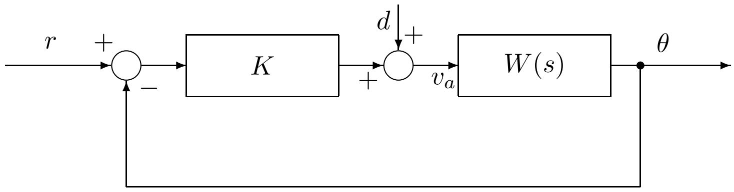
dove ω è la velocità angolare, i_a, v_a sono la corrente e tensione di armatura, R_a, L_a sono resistenza e induttanza di armatura, J, B sono momento di inerzia a costante di attrito viscoso proprio dell'asse del motore ed infine H è la costante di coppia del motore.

2. Si scrivano le equazioni della dinamica del sistema accoppiato motore+pendolo, linearizzato intorno il punto di equilibrio instabile. Si calcoli inoltre la funzione di trasferimento $W(s)$ tra l'ingresso v_a e l'uscita θ.

Si supponga che siano dati i valori di

$$M = 1\ Kg,\ l = 1/2\ m, g = 10\ m/s^2\ , J = 3/4\ m^2Kg\ , B = 3\ m^2Kg/s\ , R_a = 10\ \Omega,\ L_a = 1\ H,\ H = 2\ mKg/s^2A$$

e si consideri lo schema di controllo in retroazione



dove K è una costante positiva, r è il riferimento e d è un disturbo sinusoidale di pulsazione 5 rad/s.

3. Trovare i valori di K tali che il sistema a catena chiusa sia stabile.

4. Supponendo che il disturbo sia nullo, determinare i valori di K in modo tale che l'uscita θ insegua un ingresso r a gradino unitario con un errore asintotico di modulo minore o uguale $0,4$.

5. Si supponga che il disturbo d sia di ampiezza unitaria e che l'ingresso r sia un gradino unitario. Determinare un valore di K in modo tale che l'effetto a regime del disturbo sull'uscita non superi l'1% dell'ampiezza che avrebbe l'uscita a regime se il disburbo fosse nullo.

Esame di Stato per l'abilitazione alla professione di Ingegnere: Sessione Maggio 2001

Si consideri il sistema a catena chiusa rappresentato in Figura 1.

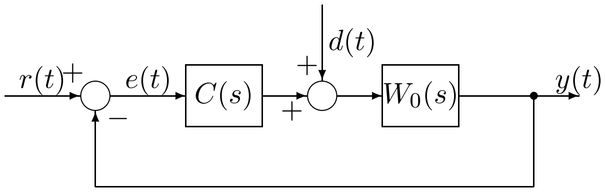


Fig. 1

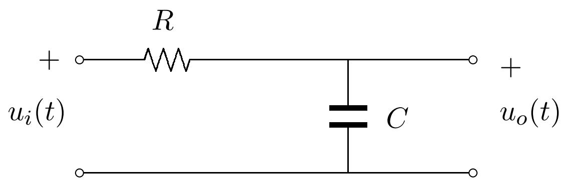


Fig. 2

La trasferenza $W_0(s)$ è data dal prodotto $W_0(s) = W_A(s)W_P(s)$, dove

$$W_P(s) = \frac{1}{s+4}$$

e $W_A(s)$ è la trasferenza da $u_i(t)$ a $u_o(t)$ della rete elettrica di Figura 2; la resistenza e la capacità di tale rete provengono da lotti per i quali il valore nominale e la deviazione standard (in termini di percentuale sul valore nominale) sono dati dalla seguente tabella.

	Valore nominale	deviazione standard
R	$1.11\ 10^6\ \Omega$	1%
C	$0.88\ 10^{-6}$ Farad	8%

Per ottenere un modello più accurato si sono effettuate tre misure indipendenti della costante di tempo

$$\tau := RC$$

con uno strumento per il quale l'errore di misura ha media nulla e deviazione standard pari al 2% della misura ottenuta. Le tre misure ottenute sono

$$\tau_1 = 1.046 \text{ sec}, \quad \tau_2 = 0.982 \text{ sec}, \quad \tau_3 = 1.111 \text{ sec}$$

1. Utilizzando un modello secondo il quale il valore fornito dallo strumento sia la somma del valore vero più un errore aleatorio, calcoli la stima $\hat{\tau}$ attraverso uno stimatore lineare a minima varianza d'errore. Si discuta l'efficacia delle operazioni di misura in termini di diminuzione della varianza.
2. Si calcoli la funzione di trasferimento $W_0(s)$ usando il valore $\hat{\tau}$ calcolato al punto precedente (nel caso non sia riuscito a completare il punto precedente, si assume τ pari al suo valore nominale). Si supponga ora che il compensatore abbia funzione di trasferimento

$$C(s) = K\frac{1+sT_1}{s(1+sT_2)}.$$

Calcolare le funzioni di trasferimento $T_{re}(s)$ tra $r(t)$ e $e(t)$ e $T_{de}(s)$ tra $d(t)$ e $e(t)$.
3. Supponiamo che $T_1 = 2, T_2 = 1$. Determinare i valori di $K > 0$ che rendono il sistema BIBO stabile. Supponiamo che

$$d(t) = 1 + cos(t), \qquad r(t) = 2t \quad t \geq 0.$$

Calcolare l'andamento dell'errore $e(t)$ a regime (a transitorio esaurito) al variare dei K che rendono BIBO stabile il sistema. Determinare i K tali da rendere l'errore a regime compreso entro una fascia di ampiezza 1.
3. Supponiamo ora che K, T_1, T_2 siano parametri di progetto positivi e che $d(t) = 0$. Determinare i valori di tali parametri in modo tale che le seguenti specifiche siano soddisfatte:

a. errore a regime nullo in risposta al gradino unitario ($r(t) = 1$) ed errore massimo a regime in risposta alla rampa unitaria ($r(t) = t$) pari a $0,2$;

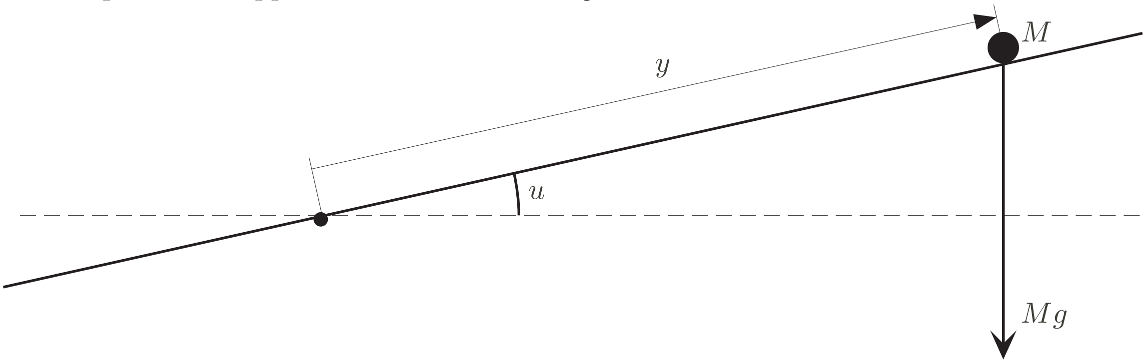
b. pulsazione di attraversamento $\omega_A = 3$ rad/s;

c. margine di fase $m_\varphi = 30^o$.

Esame di Stato per l'abilitazione alla professione di Ingegnere: Sessione Novembre 2001

Si consideri il sistema costituito da una barra di lunghezza l incernierata ad un asse rotante e sia u l'angolo (in radianti) tra barra e l'asse orrizontale. Si supponga che sopra la barra rotoli una sfera di massa M. Si supponga infine che ad ogni istante t si possa imporre l'angolo u e si possa leggere la posizione y della sfera sulla barra (si veda la Figura 1).

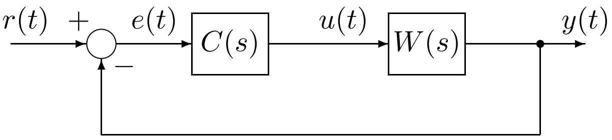
Si tenga conto che la sfera è sottoposta alla forza di gravità (supporre che l'accelerazione di gravità sia $g = 10m/s^2$), e alla forza dovuta all'attrito viscoso il cui coefficiente b si suppone non noto a priori. Si suppone infine che $M = 1Kg$.



1. Si costruisca un modello di stato del sistema così costruito ipotizzando che l'ingresso sia u e l'uscita sia y. Si discuta la stabilità del sistema ottenuto. Si costruisca un modello di stato lineare attraveso la linearizzazione e si determini la funzione di trasferimento $W(s)$. Si discuta la stabilità BIBO del sistema linearizzato.

2. Determinare un ingresso in grado di spostare la sfera da una posizione iniziale $y(0) = y_0$ a una posizione finale $y(T) = y_1$ in $T = 10sec$ supponendo che in questi due istanti la sfera sia ferma.

3. Si supponga che il sistema linearizzato sia inserito in una schema di controllo in retrazione

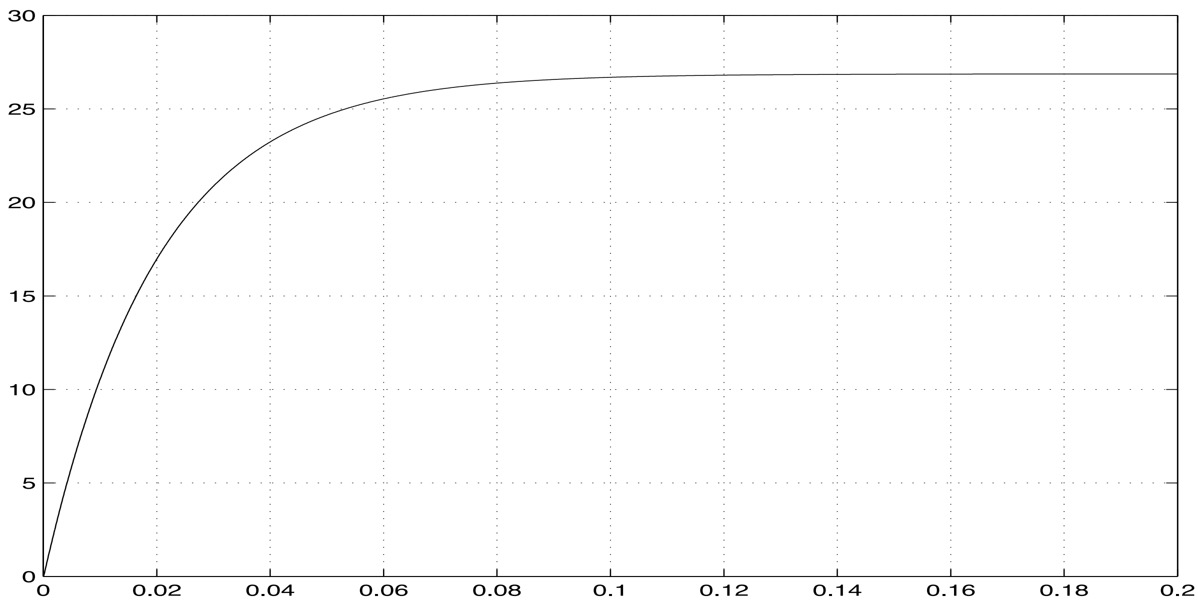


   dove si suppone che $C(s) = K$, con K costante reale. Discutere la stabilità BIBO del sistema retroazionato al variare di K. Determinare il valore della costante di attrito viscoso b sapendo che per un K con valore assoluto pari a 10 il sistema risponde ad una sinusoide di pulsazione $\omega = 10$ con una risposta che a regime coincide con una sinusoide avente stessa pulsazione e ampiezza amplificata di un fattore 5. Infine determinare il valore di K in modo tale che il sistema riesca a inseguire una rampa di pendenza unitaria con un errore a regime finito pari a 0.05.

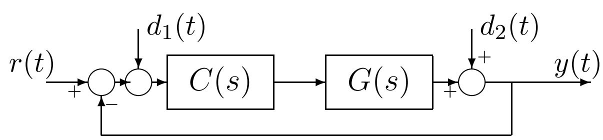
4. Determinare un algoritmo in grado di stimare in tempo reale la velocità della sfera a partire dalla conoscenza dell'angolo u e della posizione y in istanti campionati $t = kT$, con $k = 0, 1, \ldots$ e determinare l'andamento asintotico dell'errore di stima.

Esame di Stato per l'abiltiazione alla professione di Ingegnere (Tema di AUTOMATICA)

Si consideri un motore elettrico in continua comandato in armatura e sia $G(s)$ la corrispondente funzione di trasferimento, considerando come ingresso la tensione di armatura (in Volt) e come uscita la velocità angolare del rotore (in rad/sec). Da prove sperimentali si è ottenuto l'andamento rappresentato in figura per la velocità angolare del motore in (rad/sec) in risposta ad un gradino di tensione di ampiezza pari a 10 Volt.



Si consideri il seguente schema di controllo,



Si calcoli un controllore $C(s)$ in modo che il sistema a catena chiusa rispetti le seguenti specifiche:

1. errore asintotico nullo in risposta ad un riferimento $r(t)$ a gradino di ampiezza 12 Volt e in presenza di un disturbo $d_1(t)$ sinusoidale alla frequenza di rete europea (50 Hz) e un disturbo $d_2(t)$ costante;

2. il sistema a catena chiusa non abbia modi con componenti oscillatorie;

3. tempo di assestamento all'1% minore di 0.5 sec.

Si calcoli quale compensatore si deve aggiungere a $C(s)$ calcolato al punto precedente in modo che il sistema a catena chiusa rispetti le specifiche 1. e 2. e che inoltre porti a un tempo di assestamento all'1% minore di 0.1 sec.