

Cap 1 (progetto --)

Introduzione

- ① Controlli → operazione di verifica [controllare la presenza...]
 → azione intesa a modificare l'andamento di un processo fisico, tecnologico, biologico, sociale

[Controlli di velocità di un motore, delle temperature di un ambiente, dell'assetto di un aereo, del tasso di inflazione, delle reazioni emotive etc]. Quando si parla di "Controlli Automatici" si intende per riferimento al secondo significato delle parole.

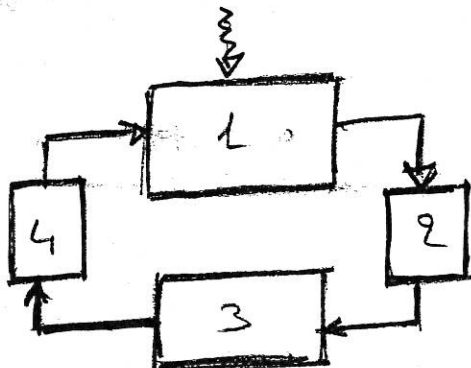
- ② Automatico → senza intervento diretto dell'uomo, e non per fornire informazioni sul comportamento desiderato del processo

③ [Controlli della velocità di una treno eseguiti "manualmente" dal macchinista / oppure preimpostato come programma che un attuatore fisico esegue "automaticamente", senza intervento del macchinista]

1.2 Struttura di un sistema di c.a.

(2)

La seguente schematizzazione di un sistema di c.a. ha più che altro valore pedagogico, perché consente di descrivere con ordine alcuni lineamenti caratteristici dei problemi di controllo e di individuare classi di componenti utilizzate per risolverli.



1. Processo da controllare: "processo", i.e. un sistema "dinamico" in cui avvengono trasformazioni nel tempo, ovvero in cui le grandezze (meccaniche, termomeccaniche, elettriche, biologiche, fisiologiche...) evolvono, sia per conto proprio, sia eventualmente per effetto di azioni esterne applicate. Tali azioni si possono classificare in variabili manipolabili il cui andamento temporale può essere imposto più o meno arbitrariamente, oppure variabili non manipolabili.

(o "disturbi") nel cui andamento non si può influire, perché
possibile o perché determinato da un operatore diverso da chi
intende controllare il processo stesso. 3

[tandem, con azione esercitata dal primo ciclista, che viene la
coppia ~~esercitata~~ sul pedale, la forza ~~esercitata~~ sui freni (v. manipol.)
ma su cui agiscono anche "disturbi", quali la velocità
del vento e le asperità del percorso, nonché l'azione eser-
citata dal secondo ciclista]

2 Alcune variabili del processo vengono rilevate dal blocco
2, che include la strumentazione per:

- acquisire le grandezze significative del processo, trasducendole
nelle forme fisiche più adatte per le operazioni successive
- filtrare i segnali per migliorare il rapporto segnale/disturbo
- condizionare i segnali (portandoli su scale convenienti
in rapporto alle loro escursioni)
- convertire, se del caso, da forme analogiche a digitali
- codificare, se del caso, e trasmettere a distanza

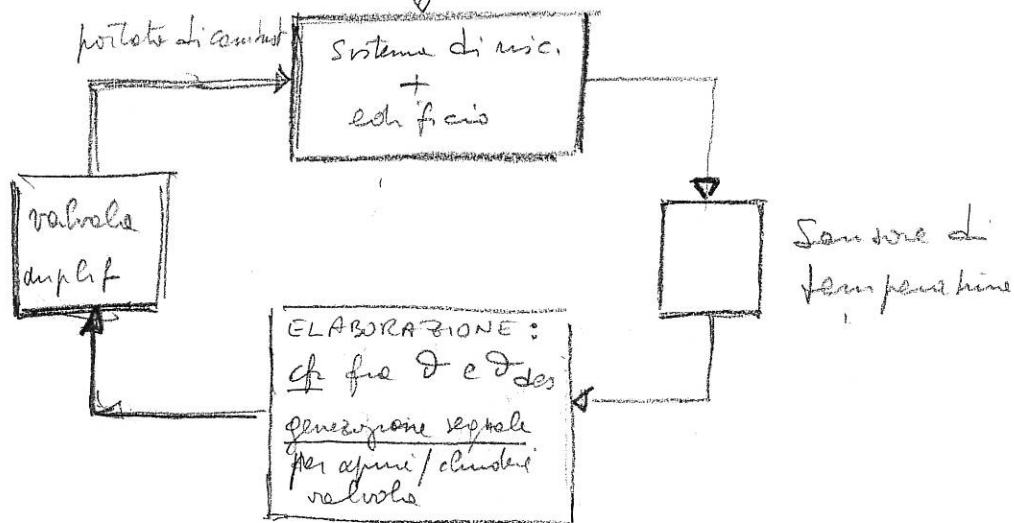
3 Il blocco 3 elabora l'informazione acquisita dalla strumentazione
per ricavarne quelle necessarie ~~per~~ determinare
l'andamento delle variabili manipolabili, con
le quali si pilota il processo

4 Il blocco 4 comprende amplificatori e attuatori
con cui si passa dai segnali elaborati dal blocco 3
(in genere di natura elettrica e di potenza bassa)

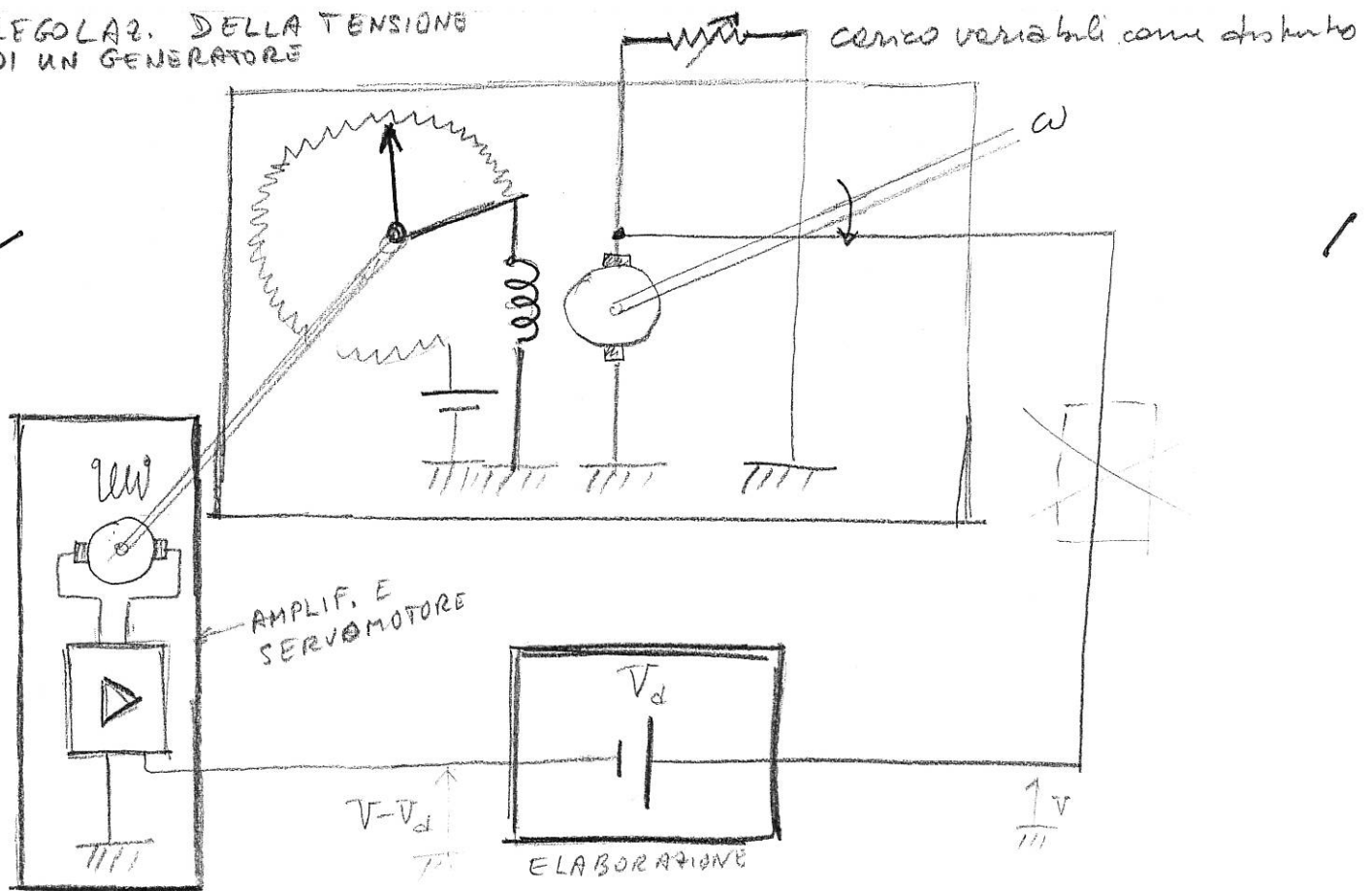
alle grandezze di motore diverse e di sufficiente livello (4)
di potenza (coppie meccaniche erogate da motori, flussi
 di composti chimici, portate di combustibili per un bruciatore --) /
 necessari per agire sul processo.

Alcuni esempi (a livello non formalizzato)

- ① Sistema di riscaldamento di un edificio:
 disturbi:
 { temp esterne, apertura porte e finestre ...



- ② REGOLAZ. DELLA TENSIONE DI UN GENERATORE



Schematizzando in po' e considerando ~~impiegate~~ molto complesse:

Blocco 1: interessa l'ingegner dei processi (elettrici, chimici, meccanici) sia per gli aspetti progettuali che di gestione, sia, spesso, per il valore economico delle apparecchiature che lo costituiscono.

Blocco 2 e blocco 4: interessano, rispettivamente,

- l'ingegnere delle stazioni di misura
- l'ingegnere specializzato in EN di potenza, azionamenti (elettrici o pneumatici), attuatori

Blocco 3: all'elettronica (dai suoi ingegneri le usate del blocco 1. Principalmente e usate gli ingegneri agli attuatori) è principalmente interessato l'ingegnere informatico (nei casi non banali!)

L'ingegnere di controllo è interessato al sistema nel

suo complesso. Deve

* conoscere il comportamento dinamico del processo e modellarlo con un modello matematico

* determinare qual è il legame più conveniente fra la informazione desiderabile in sede di misura e i valori che far assumere alle variabili manipolabili, perché il processo evolva nel modo voluto.

Per impianti "semplici" il' ingegnere di controllo si occupa
dei vari aspetti del problem, e non coinvolgere altre
competenze. Si noti che

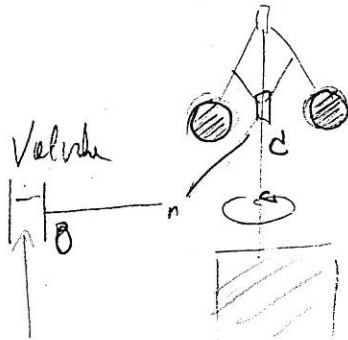
- costi ^{componenti} ~~per~~ per realizzazioni / minime e ~~per~~ $\Delta p / \Delta t$ min.
Scelte a "catelago"
- il processo è eseguito
- suo scopo è la "realizzazione" della legge di controllo,
e la "programmazione" del corrispondente algoritmo,
- nel caso ^{in cui} ~~anche~~ la legge sia prestabilita da un dispendio
standard, con parametri assegnabili, dove prestabilire,
o assegnare sul campo, tali parametri, ma
talvolta dove progettare e realizzare il dispendio EN che
svolge le funzioni di sintesi.

Uno dei più importanti di controllo:

fly-ball governor di Watt 1767 James Watt inventore

del motore a vapore

grandeza da controllare: la velocità dell'albero di un motore nell'intorno di un valore desiderato, regolando il flusso di vapore.



Forza centrifuga allontana le sfere dall'asse.
Se la velocità cresce $\Rightarrow$ si chiude la valvola
 $\Rightarrow$ cala la velocità del motore

[Anche qui è possibile distinguere le parti 1-4, anche se in modo un po' artificioso.]

Processo: Sostiene del motore e del carico almeno comune

Struttura e Misure: Turbina di ω , nel segnale di rotazione in presenza del carico C

Elaborazioni: Legge di Pontryagin da posizione di C a posizione di 0 (!)

Attuatori e amplif: Le proprietà di 0 stabiliscono il flusso di
vapore, e quindi la potenza
in regime di piccolo livello di potenza
in applicazioni a C è esatto ma
grande livello di potenza $\square$

Scoperte 1) Progettando bene il regolatore, la velocità può essere
mantenuta entro un intervallo ristretto del valore nominale
desiderato.

2) Se si cerca di accrescere troppo la sensibilità del
sistema di controllo aumentando il "guadagno",
si fa sì che il medesimo apertura
di C compie escursioni più ampie di 0
e quindi venga di flusso più grande, il
sistema tende a oscillare

3) Spiegazione data da Maxwell dell'insorgere
di oscillazioni

1.5 Modelli matematici (terminologie)

(9)

1) Sistema: aggregato di più entità interagenti, il cui comportamento è influenzato dalle interazioni fra le varie parti
generatori energetici, convergenti,

[sistemi elettrici costituiti da una rete di distribuzione, sistemi fonologici, costituiti dai vari organi, sistemi di calcolo, sistemi biologici --]

2) Modelli matematici del sistema (o "sistemi" schizzo):

- motivazioni per farlo:
 - previsione delle dinamiche future
 - valutazione quantitativa delle prestazioni
 - valutazione quantitative dell'intervento da operare
- strumenti adottati tipicamente:
 - equazioni differenziali, o integro-differenziali, o alle differenze
 - tecniche di analisi funzionale, o di geometria differenziale o di algebre
- caratteristiche dei modelli:
 - precisione / semplicità (compromesso...)
 - in molti casi la precisione non è ottenibile perché i parametri sono noti solo approssimativamente, o i dati disponibili sono troppo pochi
 - in altri non è desiderabile, per interesse solo l'aspetto qualitativo della dinamica

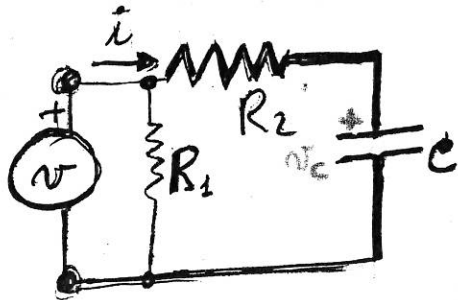
3) modelli statici / dinamici:

- statici: le grandezze in gioco sono legate fra loro solo da vincoli che coinvolgono i valori delle grandezze in uno stato istantaneo

- [no derivate di segnali, no integrali, no differenze finite nel tempo etc]
- dinamicità di altri

Esempio

Rete di Condensatore e resistori, alimentata da un generatore di tensione



Modello del legame fra v ed i .

- Modello statico: $v = R_1 i$ (a regime)
- Modello dinamico:

$$\left. \begin{aligned} \text{eq di stato } R_2 C \frac{dv_c}{dt} + v_c &= v \\ i &= \frac{v}{R_1} + C \frac{dv_c}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{eq. differenziali che lega } i \text{ e } v \text{ eliminando } v_c$$

$$i = \frac{v}{R_1} + C \frac{dv_c}{dt} = \frac{v}{R_1} + \left[\frac{v}{R_2} - \frac{v_c}{R_2} \right] = v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{1}{R_2} v_c \quad (1)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{dv}{dt} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{1}{R_2} \frac{dv_c}{dt}$$

$$R_2 C \frac{di}{dt} = \frac{dv}{dt} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) R_2 C - \frac{R_2 C}{R_2} \frac{dv_c}{dt} \quad (2)$$

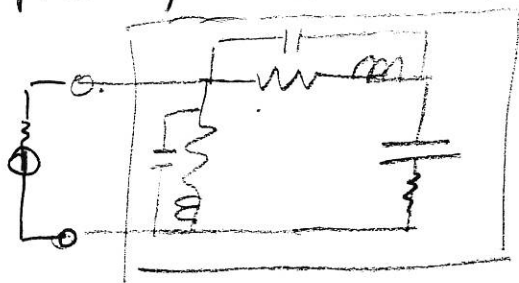
Sommando (1) e (2) e tenendo conto delle equazioni di stato, si perviene all'eliminazione di v_c e al legame differenziale fra i e v

$$\begin{aligned} i + R_2 C \frac{di}{dt} &= v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{dv}{dt} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) R_2 C - \frac{1}{R_2} \left(v_c + R_2 C \frac{dv_c}{dt} \right) \\ &= v/R_1 + \frac{dv}{dt} \left(\frac{R_2 C}{R_1} + C \right) \end{aligned}$$

NB

Si possono costruire, per la stessa rete forza,
modelli dinamici più raffinati, tenendo conto di effetti secondari

⇒ Il resonatore include una piccola induttanza in serie e capacità in
parallelo; il condensatore comprende ~~una~~ resistenza in ~~serie~~ ~~parallelo~~;



il generatore non è ideale

- Se le frequenze d'impiego sono piccole elevate,
le schematizzazioni con elementi a costanti concentrate
non valgono più, e si deve ricorrere a descrizioni
con linee, e a equazioni alle D.d.p.p.

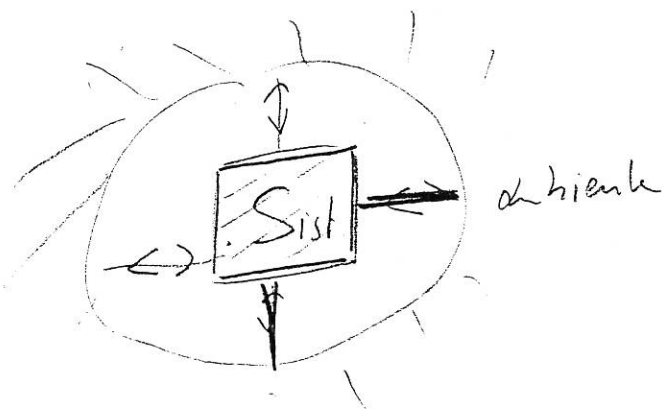
- le costanti variano con la temperatura, e col tempo. --

⇒ Il modello dipende dalle condizioni di impiego
e dall'informazione che si vogliono ottenere.



4) Sistemi (o modelli matematici) orientati e sistemi caotici

(12)



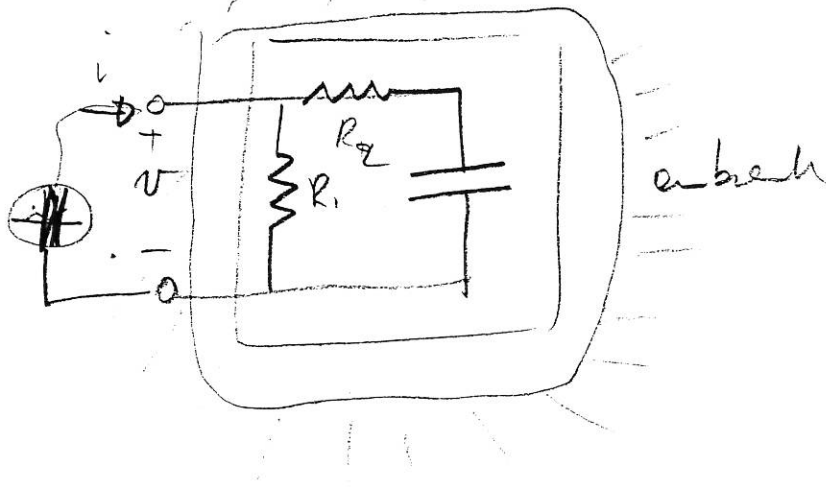
Il sistema interagisce con l'ambiente: alcune grandezze possono essere arbitrariamente variate nel tempo (~~variabili~~ manipolabili = ingressi) e gli esiti delle altre sono corrispondentemente determinati (o quanto meno, non sono variabili arbitrariamente, ma ~~sono~~ determinati almeno dall'effetto indotto dallo "stato" iniziale interno del sistema).

Le grandezze che risultano determinate dagli ingressi, o quelle fra esse che interessano per il problema specifico, si dicono uscite.

Quando si sono individuati ingressi e uscite, il sistema si dice orientato.

Esempio Come sopra, ~~la~~ rete R, C

(13)



* Possiamo prendere come ingresso la tensione V o i
correnti del bipolo.

Allora l'uscita più essa la corrente assorbita

del bipolo.

Potrebbe essere (invece o anche) la tensione sul
condensatore, o la corrente in R_2 etc.

Si noti che $i(t)$ non è determinata univocamente da $V(t)$
ma lo è soltanto se è nota anche la carica
iniziale nel condensatore

* Possiamo prendere come ingresso la corrente di
entrata nel bipolo, e come uscita v
(schematizzazione con "generatore di corrente").

(costo degli ingressi)

Nei sistemi statici l'uscita all'istante t è funzione solo delle
affidabilità di ingresso (est. escludendo le altre non considerati
fra gli ingressi) al momento istant. Come si è visto,
Per i sistemi dinamici l'uscita ad un certo istante dipende dall'andamento
intero complessivo delle figure d'ingresso; è cioè un valore,
un numero, che dipende dall'andamento di una funzione,
ovvero è un funzionale delle figure d'ingresso.

Diremo che il sistema è causale se il valore dell'uscita in
t non è influenzato dall'andamento successivo a t
degli ingressi applicati.

È questa una situazione fisicamente naturale, anche
se si ~~passa~~, almeno formalmente, per ricorre a
schematizzazioni anticausali in alcune situazioni.

5)

Sistemi a tempo continuo e a tempo discreto

(15)

- È naturale, nella maggior parte dei casi, pensare alle funzioni che descrivono le variabili di un sistema come definite su $\mathbb{R}$, o su opportuni intervalli, o su sottoinsiemi di $\mathbb{R}$.

In tal caso si parla di sistemi a tempo continuo o, con abuso di linguaggio, di "sistemi continui".

Esempio: reti elettriche, sistemi meccanici, pneumatici, etc

- In alcuni casi è più conveniente ricorrere a funzioni definite su sottoinsiemi discreti di $\mathbb{R}$, tipicamente su punti della retta reale equipagati di una qualche forma Δ , ma anche con passo non costante.

Esempio: modellistica di magazzini (grazie all'ingresso di ogni giorno del magazzino)

Esempio: modellistica di popolazioni (# di individui presenti all'ingresso di ogni mese in una città popolosa)

Esempio: modellistica economica (depositi presenti all'ingresso di ogni settimana, o di ogni anno...)

Esempio: modellistica di file di attesa (# di pezzi in attesa di lavorazione)

Settimana t -esima

16

$$G(t+1) = G(t) + V(t) + A(t)$$

$G(t)$ giacenze all'inizio della t -esima settimana

$V(t)$ vendite globali nella settimana t -esima

$A(t)$ acquisti globali nella " " "

$$P(t+1) = P(t) - M(t) + N(t) + I(t) - E(t)$$

$L(t)$ popolazione all'inizio del t -esimo periodo

$M(t)$ morti

$N(t)$ nati

$I(t)$ immigrati

$E(t)$ emigrati

} nel periodo t -esimo

Popolazione con due classi di età, composta all'istante t -esimo da $g(t)$ individui nella classe dei giovani e da $v(t)$ individui in quella dei vecchi.

Allo popolazione affluisce inoltre un'immigrazione $i(t)$ di individui appartenenti alle prime delle due classi.

Li hanno le equazioni

$$\begin{cases} g(t+1) = \alpha_1 g(t) + \alpha_2 v(t) + i(t) \\ v(t+1) = \beta_1 g(t) \end{cases}$$

α_1, α_2 tassi di fertilità
 β_1 tasso di sopravvivenza

Voglio un'equazione che contenga solo $i(\cdot)$ e $v(\cdot)$ e ne rappresenti la dinamica. Risolvo la prima equazione

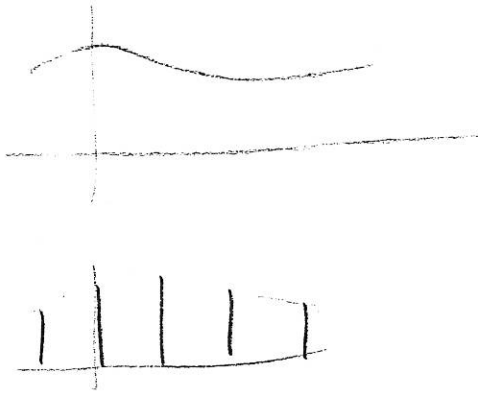
$$g(t) = \alpha_1 g(t-1) + \alpha_2 v(t-1) + i(t-1) \quad (*)$$

Da $v(t+1) = \beta_1 g(t)$, $v(t) = \beta_1 g(t-1)$ segue

$$\beta_1 [g(t) - \alpha_1 g(t-1)] = v(t+1) - \alpha_1 v(t) \text{ e sostituisco in } (*)$$

$$\Rightarrow \beta_1 [\alpha_2 v(t-1) + i(t-1)] = v(t+1) - \alpha_1 v(t)$$

- In altri casi è l'elettronica con un calcolatore digitale che impone di campionare gli andamenti continui di una grandezza fisica, trasformandola in ~~una~~ sequenza di impulsi, sulle quali sono



effettuate una elaborazione "numerica"

In tal caso, nelle parti del sistema dove le variabili sono state campionate,

è necessario pensare al tempo come a una variabile discreta, e operare sulle sequenze con algoritmi che tengano conto di queste caratteristiche dei segnali.



Quantizzazione e codifica dei segnali discreti

6) Sistemi multivariabili e sistemi SISO

(18)

MIMO = molti ingressi / molte uscite

SISO = 1 ingresso / 1 uscita (single input / single output)

[Esempi: aerospaziale, aerospaziale, automobile, ...]

7) Sistemi tempo invariante

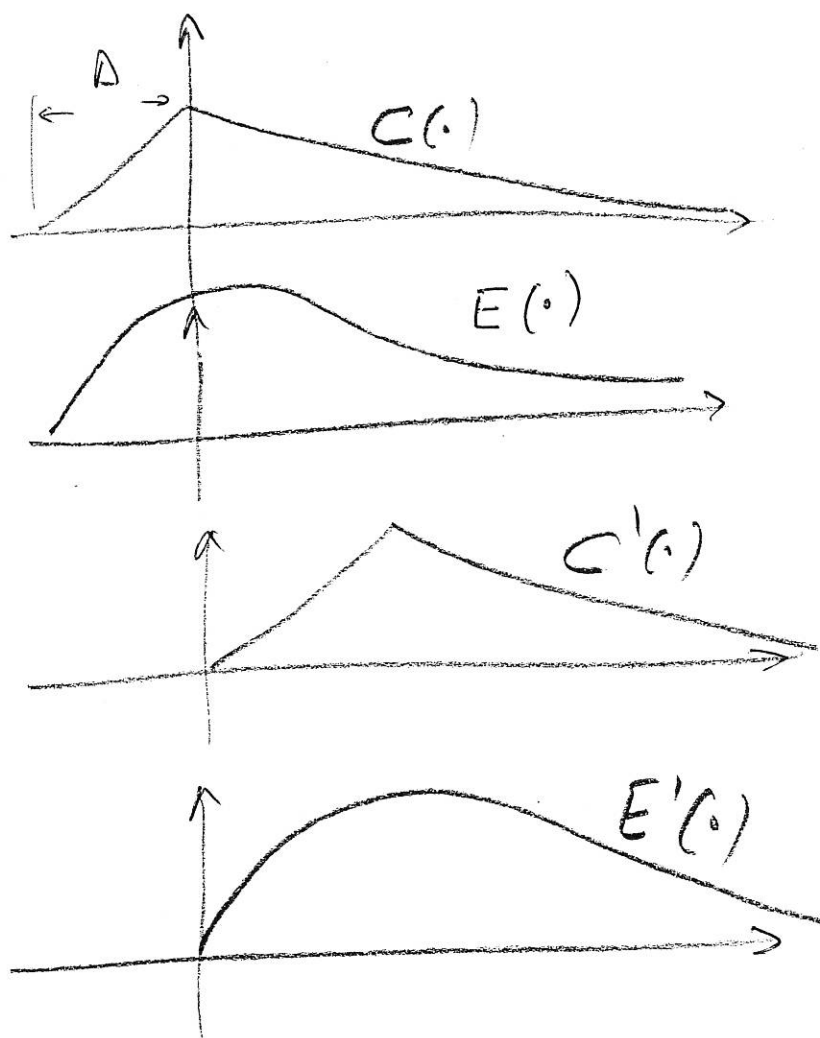
(19)

INTUIT: Se ad una causa $C(\cdot)$ corrisponde un effetto $E(\cdot)$,
alla causa $C'(\cdot)$ definita da

$$C'(t) = C(t - \Delta) \quad \forall \Delta$$

corrisponde l'effetto $E'(\cdot)$ definito da

$$E'(t) = E(t - \Delta)$$



Tipici descritti da eqz diff a coeff costanti

[Non sono sist invarianti una macchina che corre (varia la massa durante la gara, un resistore che invecchia, un carro (perde stadi...))]

8) Sistemi a parametri concentrati / distribuiti

(15)

(Eq. differenziali ordinarie / alle d.d.p.)

Per: una rete elettrica a costanti concentrate / una linea elettrica di trasmissione in cui gioca un ruolo alla variabile t , la variabile spaziale

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x} = -r i - l \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial x} = -g v - c \frac{\partial v}{\partial t} \end{cases} \quad [\text{eq. de telegraf.}]$$



Il comportamento ai terminali (si possono ottenere) equazioni di H.V.
Con ritardi (del tipo)

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = a_0 f(t+T_1) + a_1 \frac{df(t+T_2)}{dt}$$

9) Sistemi lineari

(90)

"per cui vale la sovrapposizione degli effetti":

INTUITIV: le due "cause" E_1 e E_2 agendo isolate sul sistema provocano gli "effetti" E_1 ed E_2 rispettivamente, allora la causa $K_1 E_1 + K_2 E_2$ provoca l'effetto

$$K_1 E_1 + K_2 E_2$$

Si richiede, per read ^{le definizioni} precisa di chiarire preliminarmente

- come introdurre la "causa" e di avere una struttura formale f ci abbia senso "formare" la causa e "moltiplicarla per scalari" (stessa di S. Vekouli per la causa)
- come introdurre per effetto ---

La modellistica mediante sistemi lineari è molto importante anche perché ~~perché~~ spesso classi di sistemi non lineari si lasciano approssimare [tecniche di linearizzazione] da sistemi lineari, almeno per deviazioni piccole rispetto al punto di funzionamento.

Pensando come "causa" agli ingressi applicati, si può ritenere che l'uscita al tempo t , $y(t)$, dipenda (causalmente) dall'insieme dell'ingresso applicato da $-\infty$ a t , e che in questo caso la dipendenza sia lineare

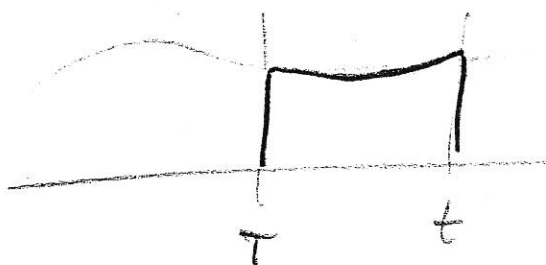
$$u_1(\cdot) \mapsto y_1(t)$$

$$u_2(\cdot) \mapsto y_2(t)$$



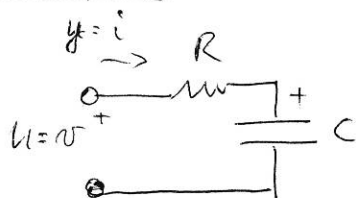
$$K_1 u_1 + K_2 u_2(\cdot) \mapsto K_1 y_1(t) + K_2 y_2(t)$$

In molti casi conviene assumere che $y(t)$ dipenda da $u(\cdot)$ $[\tau, t]$ e dallo "stato" in τ , prodotto dall'ingresso $u(-\infty, \tau]$ o comunque determinato dalle "storie" del sistema precedenti a τ .



Ad es. la posizione di un pto materiale all'istante t dipende dalla forza applicata in $[\tau, t]$ e dallo stato in τ , i.e. da posizione e velocità a τ .

In quest'ottica, la "causa" delle $y(t)$ è costituita da due entità: l'ingresso $u(\tau, t)$ e lo stato in τ ed è rispetto ad esse che si parla di "sovrapposizione".

Esempio

$$R = C = 1$$

$$\begin{cases} \text{ingresso } u = v \\ \text{uscita } y = i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \text{ V} & \text{in } [0, +\infty) \\ v_{c_1}(0) = 0 \end{cases}$$

$$C \frac{dv_c}{dt} = i$$

$$u_1 = RC \frac{dv_c}{dt} + v_c$$

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = \frac{u_1}{RC}$$

$$\boxed{\frac{dv_c}{dt} + v_c = 1, \text{ con } v_{c_1}(0) = 0}$$

Soluz.

$$v_{c_1}(t) = 1 - e^{-t} \Rightarrow i_1(t) = e^{-t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2 \text{ V} & \text{in } [0, +\infty) \\ v_{c_2}(0) = -1 \text{ V} \end{cases}$$

Equazione diff

$$\boxed{\frac{dv_c}{dt} + v_c = 2, \text{ con } v_{c_2}(0) = -1}$$

$$v_{c_2}(t) = 2 - 3e^{-t} \Rightarrow i_2(t) = +3e^{-t}$$

la corrispondenza:

$$u_1(\cdot) \mapsto i_1(t) = e^{-t}$$

$$u_2(\cdot) \mapsto i_2(t) = +3e^{-t}$$

non ven face la sovrapposizione degli effetti! Infatti, essendo $u_2 = 2u_1$, dovrebbe essere $i_2(t) = 2i_1(t)$.

La sovrapposizione vale per la corrispondenza "completa"

$$(u(\cdot), v_c(0)) \mapsto i(t)$$

$$(u_1(\cdot), 0) \mapsto i_1(t) = e^{-t}$$

(23)

$$(0, v_{c_2}(0)=1) \mapsto i_1(t) = -e^{-t}$$

$$(u_1(\cdot), v_{c_2}(0)=-1) = 2(u_1(\cdot), 0) - (0, v_{c_2}(0))$$

$$\mapsto 2e^{-t} - (-e^{-t}) = 3e^{-t}$$

10) Modelli ingresso/uscita e modelli di stato (24)

i/o



1. si suppone che u abbia supporto in $[T, +\infty)$ e si suppone che Σ sia "a risposta" prima: in tal caso si suppone ingresso/uscita

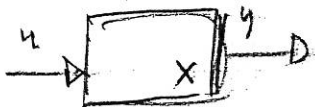
da: $u \mapsto y$ univoca un certo stato

- oppure 2. si assegna: $u(\cdot)$ in T all' ∞ , supponendo che valga p.e.s. un'equazione differenziale

$$f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}) = g(u, u^{(1)}, \dots, u^{(n)})$$

e si danno le c. iniz. in T per determinare la $y(\cdot)$

stato



- Si danno 2 mappe: la prima dice come si evolve x secondo un'eq. differenziale, spesso vettoriale, del tipo:

(1) $\dot{x} = f(x, u)$ con stato iniziale assegnato in T

la seconda dice come stato e ingresso in t determinano $y(t)$

(2) $y(t) = h(x(t), u(t))$ senza memoria

(1) mappa di transizione di stato

(2) mappa di uscita