

ESERCIZIO : AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE #1

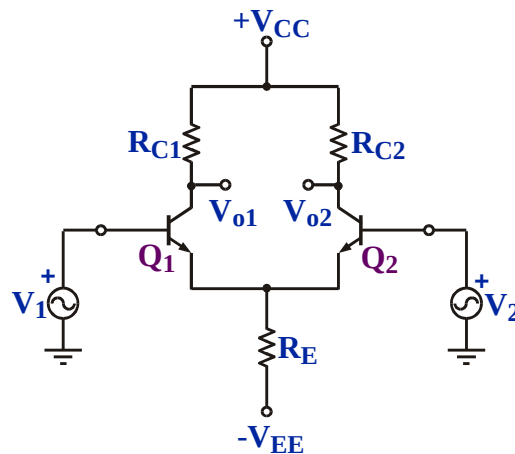


Figura 1

SOLUZIONE

1) Determinazione del punto di lavoro di Q_1 e Q_2

Il circuito relativo all'analisi del punto di lavoro è riportato in figura 2: si noti che i generatori di segnale V_1 e V_2 sono stati cortocircuitati. Assumiamo il circuito perfettamente simmetrico con transistori identici, per cui si ha: $I_{E1} = I_{E2} = I_E = 0.5I_{EE}$.

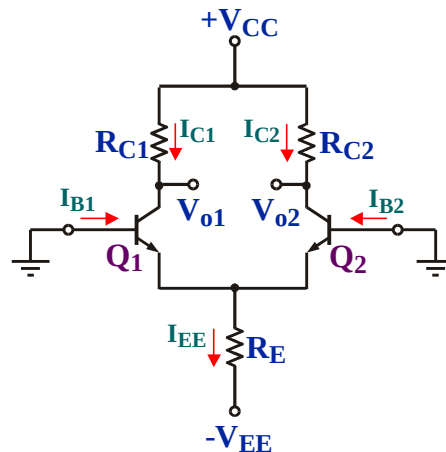


Figura 2

Dalla maglia d'ingresso di Q_1 (o analogamente di Q_2) si ottiene:

$$I_{EE} = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E} = 1.196 \text{ mA} \quad (1)$$

Dall'equazione della maglia di uscita di ciascun transistor e, assumendo un funzionamento in zona attiva diretta, si ricava l'espressione della V_{CE} :

$$I_{C1} = I_{C2} = I_C = \alpha_F I_E = \frac{\beta_F}{1 + \beta_F} I_E = 595 \mu A$$

$$V_{CE} = V_{CC} + V_{BE} - R_C I_C = 9.7V \quad (2)$$

La tensione ai capi della giunzione B-C risulta:

$$V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = -9.05V \quad (3)$$

e pertanto i due transistori si trovano effettivamente in zona attiva diretta.

2) Analisi ai piccoli segnali: ipotesi di perfetta simmetria dello stadio

Dalla conoscenza del punto di lavoro possiamo ricavare il valore dei parametri del modello lineare valido ai piccoli segnali del transistor bipolare:

$$\begin{cases} g_m = \frac{I_C}{V_T} = 40 I_C = 24 mS \\ r_\pi = \frac{\beta_0}{g_m} = 8.4 k\Omega \end{cases}$$

Per calcolare i guadagni di tensione applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti ai due generatori di segnale d'ingresso V_1 e V_2 :

$$\begin{cases} V_{o1} = A_1 V_1 + A_2 V_2 \\ V_{o2} = A_3 V_1 + A_4 V_2 \end{cases} \quad (4)$$

Nell'ipotesi di perfetta simmetria dello stadio si ha:

$$A_4 = A_1 \quad (5.a)$$

$$A_3 = A_2 \quad (5.b)$$

Per cui possiamo calcolare i due guadagni A_1 e A_3 nel seguente modo:

$$A_1 = \frac{V_{o1}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} = A_4 \quad (6.a)$$

$$A_3 = \frac{V_{o2}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} = A_2 \quad (6.b)$$

cioè considerando solo il segnale d'ingresso V_1 . Il circuito dinamico equivalente necessario per il calcolo di tali guadagni è riportato in figura 3. Come noto, devono essere annullati tutti i generatori di grandezze continue (i generatori V_{CC} e V_{EE} vengono di conseguenza sostituiti con un corto circuito) ed i transistori vengono sostituiti dal loro modello lineare valido ai piccoli segnali (si noti che la resistenza di uscita r_o di tale modello è stata trascurata).

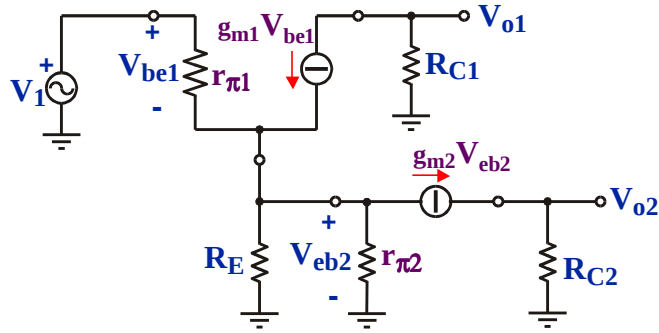


Figura 3

Considerando l'uscita V_{o1} , si tratta di uno stadio amplificatore ad emettitore comune con resistenza di emettitore data dal parallelo della R_E con la resistenza d'ingresso dello stadio Q_2 , che si trova in configurazione base comune (vedi figura 4).

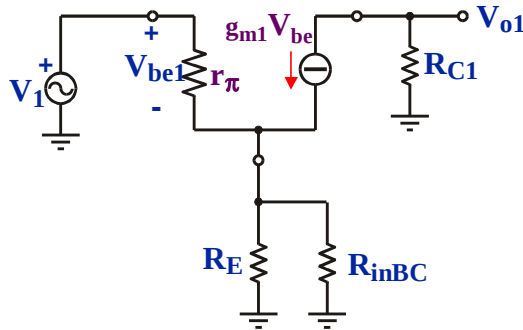


Figura 4

Il guadagno di tensione risulta:

$$A_1 = \frac{V_{o1}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} = -\frac{\beta_{01} R_{C1}}{r_{\pi 1} + (\beta_{01} + 1)(R_E // R_{inBC})} \quad (7)$$

dove

$$R_{inBC} = \frac{r_{\pi 2}}{\beta_{02} + 1} = 41.8 \Omega \quad (8)$$

è l'espressione della resistenza d'ingresso di un amplificatore in configurazione base comune. Nel caso di stadio simmetrico si ha:

$$A_1 = -g_m R_C \frac{r_{\pi} + (\beta_0 + 1)R_E}{r_{\pi} + (\beta_0 + 1)2R_E} = -119.19 \quad (9)$$

Per quanto riguarda il calcolo del guadagno A_3 , dalla figura 3 si osserva che si tratta della cascata di uno stadio a collettore comune (Q_1) e di uno stadio a base comune (Q_2). Risulta, quindi:

$$A_3 = \frac{V_{o2}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} = \frac{V_{o2}}{V_{eb2}} \frac{V_{eb2}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} = A_{v2} A_{v1} = g_{m2} R_{C2} \frac{(\beta_{01} + 1)(R_E // R_{inBC})}{r_{\pi 1} + (\beta_{01} + 1)(R_E // R_{inBC})} \quad (10)$$

Nel caso di differenziale simmetrico, la (10) si semplifica in:

$$A_3 = g_m R_C \frac{(\beta_0 + 1)R_E}{r_\pi + (\beta_0 + 1)2R_E} = 118.78 \quad (11)$$

Siamo in grado, ora, di ricavare i guadagni di modo differenziale e di modo comune definiti dalle seguenti espressioni:

$$\begin{cases} V_{od} = A_{dd} V_{id} + A_{cd} V_{ic} \\ V_{oc} = A_{dc} V_{id} + A_{cc} V_{ic} \end{cases} \quad (12)$$

Confrontando la (12) con la (4) e dalle definizioni di segnali di modo differenziale e di modo comune si ottengono le seguenti espressioni:

$$\begin{cases} A_{dd} = \frac{A_1 - A_2 - A_3 + A_4}{2} = A_1 - A_3 \\ A_{cd} = A_1 + A_2 - A_3 - A_4 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} A_{cc} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}{2} = A_1 + A_3 \\ A_{dc} = \frac{A_1 - A_2 + A_3 - A_4}{4} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

dove la seconda uguaglianza vale nel caso di simmetria dello stadio differenziale. Utilizzando la (9) e la (11) nella (13) e (14) si ottengono le seguenti espressioni per i guadagni di modo differenziale e di modo comune:

$$A_{dd} = -g_m R_C = -237.98 \quad (15)$$

$$A_{cc} = -\frac{\beta_0 R_C}{r_\pi + (\beta_0 + 1)2R_E} = -0.414 \quad (16)$$

che rappresentano i risultati già ottenuti mediante l'analisi separata di segnali di modo differenziale e di modo comune.

Il rapporto di reiezione di modo comune vale:

$$CMRR = 20 \log \left(\left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| \right) = 20 \log \left(\left| \frac{A_{dd}}{2A_{cc}} \right| \right) = 49.17 \text{dB}$$

dove A_{dm} e A_{cm} rappresentano rispettivamente i guadagni di modo differenziale e di modo comune per l'uscita singola V_{o1} rispetto a massa.

3) Analisi ai piccoli segnali: ipotesi di diversa corrente di polarizzazione

Consideriamo il caso in cui le correnti di collettore dei due transistori siano leggermente diverse (i guadagni di corrente sono ancora gli stessi):

$$\begin{cases} I_{C1} = I_C + \Delta I_C \\ I_{C2} = I_C - \Delta I_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g_{m1} = g_m + \Delta g_m \\ g_{m2} = g_m - \Delta g_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_{\pi 1} = \frac{\beta_0}{g_m + \Delta g_m} \\ r_{\pi 2} = \frac{\beta_0}{g_m - \Delta g_m} \end{cases} \quad (17)$$

dove $\Delta I_C = 10\% I_C$. Per semplificare le espressioni assumiamo verificata la condizione $\beta_0 \gg 1$. In questa ipotesi, i guadagni A_1 e A_3 diventano:

$$A_1 = \frac{V_{o1}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} \approx -g_{m1} R_C \frac{1 + g_{m2} R_E}{1 + (g_{m1} + g_{m2}) R_E} = -g_{m1} R_C \frac{1 + g_{m2} R_E}{1 + 2g_m R_E} = -118.05 \quad (18)$$

$$A_3 = \frac{V_{o2}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} \approx g_{m2} R_C \frac{g_{m1} R_E}{1 + (g_{m1} + g_{m2}) R_E} = g_{m2} R_C \frac{g_{m1} R_E}{1 + 2g_m R_E} = 117.59 \quad (19)$$

Per il calcolo dei guadagni A_2 e A_4 basta semplicemente scambiare i pedici della transconduttanza g_m nelle (18) e (19) (se si disegna il circuito dinamico per calcolare V_{o1} e V_{o2} in funzione di V_2 si ottiene un circuito duale a quello rappresentato in figura 3).

$$A_2 = \frac{V_{o1}}{V_2} \bigg|_{V_1=0} = A_3 \quad (20)$$

$$A_4 = \frac{V_{o2}}{V_2} \bigg|_{V_1=0} \approx -g_{m2} R_C \frac{1 + g_{m1} R_E}{1 + 2g_m R_E} = A_1 \frac{g_{m2}}{g_{m1}} \frac{1 + g_{m1} R_E}{1 + g_{m2} R_E} = -117.97 \quad (21)$$

Dalle (13) e (14) possiamo ora calcolare i vari guadagni:

$$\begin{aligned} A_{dd} &= -\frac{1}{2} \frac{(g_{m1} + g_{m2}) R_C}{1 + 2g_m R_E} \left(1 + 4 \frac{g_{m1} g_{m2}}{2g_m} R_E \right) = \\ &= -\frac{g_m R_C}{1 + 2g_m R_E} \left[1 + 2g_m R_E \left(1 - \left(\frac{\Delta g_m}{g_m} \right)^2 \right) \right] \approx -g_m R_C \left(1 - \left(\frac{\Delta g_m}{g_m} \right)^2 \right) = -235.6 \end{aligned} \quad (22)$$

$$A_{cc} = -\frac{R_C}{2} \frac{g_{m1} + g_{m2}}{1 + (g_{m1} + g_{m2}) R_E} = -\frac{g_m R_C}{1 + 2g_m R_E} \approx -\frac{R_C}{2R_E} = -0.416 \quad (23)$$

$$A_{cd} = -\frac{(g_{m1} - g_{m2}) R_C}{1 + (g_{m1} + g_{m2}) R_E} = -\frac{2\Delta g_m R_C}{1 + 2g_m R_E} \approx -\frac{\Delta g_m}{g_m} \frac{R_C}{R_E} = -0.083 \quad (24)$$

$$A_{dc} = \frac{A_{cd}}{4} = -\frac{\Delta g_m R_C}{2(1 + 2g_m R_E)} \approx -\frac{\Delta g_m}{g_m} \frac{R_C}{4R_E} = -0.021 \quad (25)$$

dove le espressioni approssimate valgono nel caso in cui sia $2g_m R_E \gg 1$. Il fattore di discriminazione F_d risulta, in questo caso:

$$F_d = 20 \log \left(\left| \frac{A_{dd}}{A_{cd}} \right| \right) = 20 \log \left(g_m R_E \left(\frac{g_m}{\Delta g_m} - \frac{\Delta g_m}{g_m} \right) \right) \approx 20 \log \left(g_m R_E \frac{g_m}{\Delta g_m} \right) = 69.04 \text{dB} \quad (26)$$

4) Analisi ai piccoli segnali: ipotesi di diverse resistenze di collettore

Consideriamo il caso in cui le resistenze di collettore dei due transistori siano leggermente diverse a causa della loro tolleranza non nulla:

$$\begin{cases} R_{C1} = R_C (1 + \alpha) \\ R_{C2} = R_C (1 - \alpha) \end{cases} \quad (27)$$

I guadagni A_1 e A_3 diventano:

$$A_1 = \frac{V_{o1}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} \approx -g_m R_{C1} \frac{1+g_m R_E}{1+2g_m R_E} = -131.12 \quad (28)$$

$$A_3 = \frac{V_{o2}}{V_1} \bigg|_{V_2=0} \approx g_m R_{C2} \frac{g_m R_E}{1+2g_m R_E} = 106.9 \quad (29)$$

Ancora una volta, per il calcolo dei guadagni A_2 e A_4 basta semplicemente scambiare i pedici delle resistenze di collettore nelle (28) e (29):

$$A_2 = \frac{V_{o1}}{V_2} \bigg|_{V_1=0} \approx g_m R_{C1} \frac{g_m R_E}{1+2g_m R_E} = 130.66 \quad (30)$$

$$A_4 = \frac{V_{o2}}{V_2} \bigg|_{V_1=0} \approx -g_m R_{C2} \frac{1+g_m R_E}{1+2g_m R_E} = -107.28 \quad (31)$$

Dalle (13) e (14) possiamo ora calcolare i vari guadagni:

$$A_{dd} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{C2}}{R_{C1}} \right) g_m R_{C1} = -237.98 \quad (32)$$

$$A_{cc} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{C2}}{R_{C1}} \right) \frac{g_m R_{C1}}{1+2g_m R_E} \approx -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_{C2}}{R_{C1}} \right) \frac{R_{C1}}{2R_E} = -0.416 \quad (33)$$

$$A_{cd} = -\left(1 - \frac{R_{C2}}{R_{C1}} \right) \frac{g_m R_{C1}}{1+2g_m R_E} \approx -\left(1 - \frac{R_{C2}}{R_{C1}} \right) \frac{R_{C1}}{2R_E} = -0.083 \quad (34)$$

$$A_{dc} = -\frac{1}{4} \left(1 - \frac{R_{C2}}{R_{C1}} \right) g_m R_{C1} = -11.9 \quad (35)$$

dove le espressioni approssimate valgono nel caso in cui sia $2g_m R_E \gg 1$. Il fattore di discriminazione F_d risulta, in questo caso:

$$F_d = 20 \log \left(\left| \frac{A_{dd}}{A_{cd}} \right| \right) = 20 \log \left(\frac{1+2g_m R_E}{2\alpha} \right) = 69.13 \text{dB} \quad (36)$$